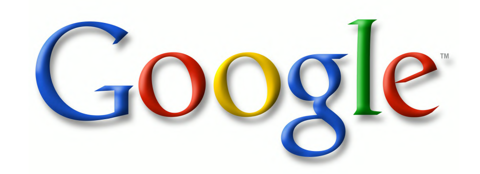
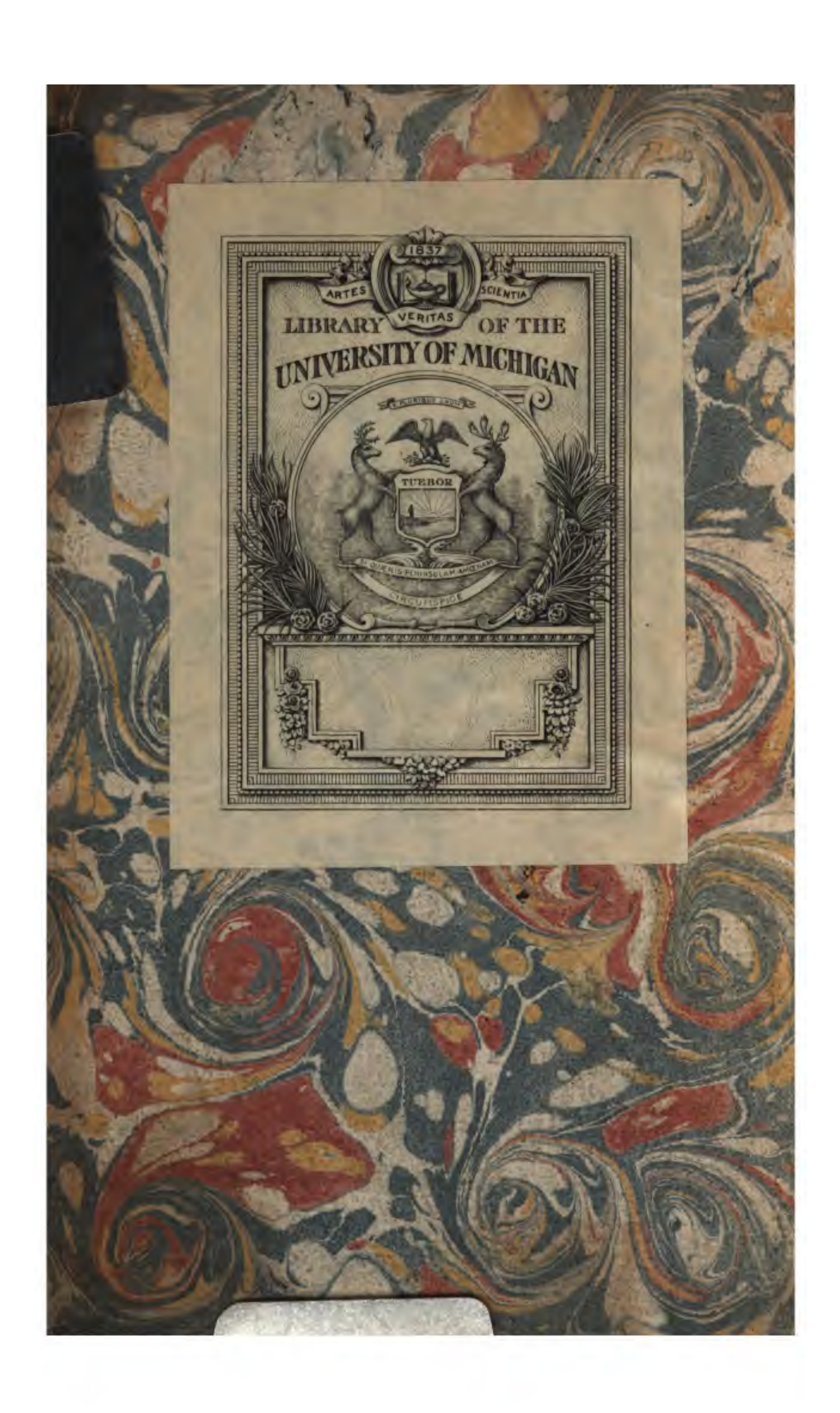





1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE



LA GNOMONIQUE, *OU L'ART* DE FAIRE DES CADRANS.

Dominique François

Par M. RIVARD, *Profeſſeur de Philoſophie en l'Univerſité de Paris.*

Troiſieme Edition revue par l'Auteur.



A PARIS,

Chez CHARLES SAILLANT, Libraire, rue Saint-Jean-de-Beauvais.



M. DCC. LXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

ON trouvera chez le même Libraire les autres Ouvrages du même Auteur, sçavoir ;

Elémens de Mathématiques, cinquieme Édition, in-4°. 1752.

Abrégé des Élémens de Mathématiques, troisieme Édition in-8°. 1752.

Abrégé de la Sphere & du Calendrier, à l'usage de ceux qui ne sçavent pas de Géométrie, in-12 1743.

Traité de la Sphere, troisieme Édition, in-8°. 1757.

Traité du Calendrier, troisieme Édition, in-8°. 1757.

Table des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs Logarithmes, & de ceux des nombres naturels, avec la Construction de ces Tables, & les Problêmes de la Trigonométrie rectiligne & sphérique, in-8°. 1743.



PRÉFACE.

DE toutes les ſciences auxquelles on s'applique, les plus eſtimables ſont celles qui tendent à procurer quelque utilité aux hommes. L'Aſtronomie qui entraîne notre admiration en nous faiſant connoître la ſituation, l'ordre & les mouvemens des différentes parties de l'univers, mériteroit moins notre attention & le ſoin que l'on prend de la cultiver, ſi elle ne ſervoit à perfectionner la Géographie & la Navigation, & ſi elle ne fixoit la durée de la révolution annuelle du ſoleil, pour nous empêcher de tomber dans la confuſion & dans l'erreur lorſque nous faiſons le dénombrement des années. Quel cas feroit-on de la Méchanique, & quel avantage auroit-elle ſur pluſieurs autres ſciences, ſi en déterminant dans les machines le rapport & la ſituation des poids néceſſaires pour l'équilibre, elle ne nous fourniſſoit pluſieurs moyens, ſoit pour épargner la peine des hommes dans la plupart de leurs travaux, ſoit même pour venir à bout de quelques entrepriſes dont l'exécution ſeroit abſolument impoſſible ſans ſon ſecours. La Gnomonique, ou l'art de faire des Cadrans, mérite notre eſtime par cette conſidération : elle nous fait connoître l'égalité ou l'inégalité, & même le rapport des parties du jour, & nous ſert par-là de regle pour faire quelque choſe dans le temps convenable. Il eſt vrai qu'on emploie plus communément à cet uſage des machines que l'induſtrie des hommes a

ſçu inventer & perfectionner à un point qu'on n'auroit oſé eſpérer, je veux dire, les horloges, les pendules & les montres : mais ces inſtruments quelque dignes qu'ils ſoient d'admiration ne ſuffiſent pas, on a beſoin de cadrans ou de méridiennes pour les régler, & pour les remettre à l'heure quand ils s'en ſont écartés, ou du moins pour s'aſſurer qu'ils ne ſont pas dérangés.

Ces conſidérations m'ont engagé à mettre quelque choſe par écrit ſur cette matiere que j'ai trouvée plus étendue qu'elle ne me paroiſſoit en commençant à y travailler. Je ne voulois d'abord partager cet ouvrage qu'en trois Livres qui répondiſſent aux trois eſpeces de plans, les horiſontaux, les verticaux & les inclinés ; mais j'ai été obligé d'en ajouter un quatrieme pour examiner pluſieurs matieres qui demandent à être traitées ſéparément, telles que ſont la maniere de placer l'axe, la détermination des premieres & des dernieres heures, la deſcription d'une méridienne, ſoit du temps vrai, ſoit du temps moyen, &c.

La premiere & la principale difficulté qui ſe préſente dans la conſtruction des cadrans ſoit verticaux ſoit inclinés, c'eſt de trouver leur déclinaiſon, je veux dire, leur ſituation par rapport au premier vertical ou par rapport au méridien : c'eſt ce qu'on a plus de peine à découvrir quand on veut tracer ces ſortes de cadrans, & qu'il faut néanmoins déterminer avec le plus de préciſion qu'il eſt poſſible : c'eſt pourquoi je me ſuis particuliérement appliqué à ce point dans le ſecond Livre : car outre que j'ai donné quatre méthodes dans le 3me Problême, on en trouvera encore une dans le 5me Problême & une autre dans le 6me. On pourra choiſir entre ces différentes méthodes celle qui conviendra le mieux ou qui paroîtra plus facile. Les quatre du 3me Problême ſont fort ſimples & fort aiſées ſur-tout les deux premieres. La 5me expoſée dans le Problême V, eſt une des plus avantageuſes & des plus commodes pour ceux qui entendent bien le calcul, parce qu'on

en peut faire l'application dans un jour autant de fois qu'on le juge à propos. Quand on a une fois déterminé la déclinaison du plan, on peut facilement tirer les lignes horaires en marquant des points sur l'équinoctiale par la méthode de l'article 225, qui est la plus commode & la plus abrégée, qu'il soit possible : sans elle on seroit obligé de faire autant d'analogies qu'il y auroit de lignes horaires à tracer. La méthode de tracer des lignes horaires, renferme celle de faire une méridienne, puisque c'est une de ces lignes ; cependant comme on est fort aujourd'hui dans l'usage des méridiennes, j'en ai parlé fort au long dans le IVme Livre où j'ai rassemblé tout ce que j'avois à dire sur cette matiere. J'y explique la théorie & la pratique de la méridienne du temps moyen qui est une invention de nos jours.

Quoique j'aie donné plusieurs méthodes Géométriques pour la construction des Cadrans, je me suis beaucoup plus arrêté à celles qui s'exécutent par le calcul, persuadé qu'elles sont plus commodes & plus sûres dans la pratique : d'ailleurs elles deviennent extrêmement aisées lorsqu'on on se sert de logarithmes, puisque tous les calculs se réduisent alors à ajouter deux nombres ensemble, ou à retrancher l'un de l'autre. Ce que j'ai dit dans la préparation qui précede le second Livre, suffit pour se former une notion des logarithmes, & pour apprendre à en faire usage. J'y ai aussi expliqué les méthodes abrégées dont on se sert pour le calcul des triangles rectangles qui se rencontrent souvent dans la Gnomonique.

Tel est le plan que je me suis proposé dans l'exécution de cet Ouvrage. J'ai pris la résolution de le faire imprimer, quoiqu'il en ait paru depuis peu un autre sur la même matiere *, qui répond à l'habileté de l'au-

* *Voici le titre abrégé de l'Ouvrage entier :* Nouveaux traités de Trigonométrie rectiligne & sphérique, accompagnés des tables de sinus, tangentes, sécantes & logarithmes, avec un traité de Gnomonique. Chez Hypolite-Louis GUERIN, & Jacq. GUERIN, Libraires rue Saint-Jacques, A Paris.

teur : c'eſt M. Deparcieux, maître de Mathématiques. J'ai cru qu'il pouvoit être de quelque utilité de préſenter les mêmes vérités en différentes manieres, & que d'ailleurs ceux qui veulent étudier cette ſcience ne ſeroient pas fâchés d'en trouver un traité ſéparé de tout autre.

Il eſt à propos d'avertir ici que cet Ouvrage ſuppoſe que l'on ſçait les Elémens de Géométrie & la Trigonométrie rectiligne; pour ce qui eſt de la Trigonométrie ſphérique, la connoiſſance n'en eſt pas abſolument néceſſaire, quoique j'aie employé en quelques endroits des analogies qui en ſont tirées. Il ſuppoſe auſſi qu'on a bien étudié la ſphere; j'en ai donné un traité qui eſt cité pluſieurs fois dans celui-ci, parce qu'il en eſt comme le fondement : les citations ſont relatives à la ſeconde édition.

Je finis en donnant en peu de mots une idée de la ſcience dont il s'agit. (Je ſuppoſe qu'on a quelque notion de certains termes qui y ſont fort en uſage :) c'eſt l'art de repréſenter ſur une ſurface pluſieurs points & différents cercles qu'on imagine dans le ciel, ſur tout les cercles horaires; c'eſt l'art, dis-je, de les repréſenter par rapport à un point d'nu ſtile de fer que l'on attache à cette ſurface : ce point qu'on appelle ſommet du ſtile, eſt regardé comme le centre de la terre, ou plutôt comme le centre de tous les grands cercles qu'on repréſente. Pour concevoir en général la ſituation que doivent avoir les lignes qui déſignent ces cercles, il faut imaginer une verge de fer attachée au plan d'un mur ſelon la direction de l'axe de la terre, ce ſera l'axe du cadran. Imaginons encore un globe ou une ſphere ſur laquelle on ait marqué les différens cercles, & que l'axe attaché au mur perce la ſphere & paſſe par le centre, enſorte que cet axe ſoit auſſi celui de la ſphere, & qu'il y ait un de ces cercles horaires qui réponde au méridien du lieu où eſt

ſitué le mur, le point de l'axe qui eſt au centre de la ſphere ſera le ſommet du ſtile. Si on conçoit que les grands cercles de cette ſphere ſont prolongés au-dehors, & coupent le plan du mur, les interſections des cercles avec ce plan, ſeront les lignes qui les repréſentent : par exemple, les interſections des cercles horaires ſeront les lignes horaires, l'équateur de la ſphere formera l'équinoctiale, & ſon horiſon formera l'horiſontale. Pareillement ſi on conçoit que de chaque point de la demi-circonférence ſupérieure des petits cercles, par exemple, des tropiques, il y ait des lignes droites tirées au centre qui ſoient prolongées juſqu'au mur, elles marqueront ſur la ſurface des lignes courbes qui repréſenteront ces petits cercles.

On a tâché dans cette troiſieme Edition de rendre la pratique des Cadrans plus facile, ſur-tout par rapport à la détermination de la déclinaiſon des Cadrans verticaux : c'eſt pourquoi dans le 3me Problême de la ſeconde ſection du ſecond Livre, on a raſſemblé les méthodes les plus aiſées dont quelques-unes ne ſuppoſent point de calcul, & les autres en contiennent fort peu : on a auſſi expliqué page 53 art. 35, une maniere de faire un compas à verge qui eſt aiſée à mettre en pratique, enſorte que chacun pourra en faire uſage en cas de beſoin.



ADDITION.

NOus avons cité plusieurs fois dans cet Ouvrage un Problême du 3me Livre du traité de la sphere pour tracer une méridienne sur un plan horisontal ; afin que l'on ne soit pas obligé de recourir à ce traité , nous avons cru qu'il étoit à propos d'ajouter ici ce Problême qui d'ailleurs appartient à la Gnomonique.

Art. I. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'interfection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite , qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonférence ou une demi circonférence que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on conce-voit ces deux lignes prolongées indéfiniment , celle qui feroit dans le plan horisontal s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élevera pas sensiblement , au-dessus de la seconde , parce que le globe de la terre étant fort gros, sa rondeur ou sa convexité n'est sensible que dans une partie très-étendue de sa surface. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

PROBLÊME.

2. *Tracer une ligne méridionale sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu près qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal en appliquant une bonne regle à ce plan sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espece : mais il faut appliquer cette regle selon deux directions qui

croisent, après quoi on opérera de la maniere suivante.

1°. On choisira un point, comme C, sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab* : après quoi on plantera au centre C un stile perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrêmité supérieure soit une pointe un peu émoussée, afin que son ombre soit sensible. (Cette extrêmité supérieure s'appelle *sommet* du stile, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet, se nomme le *pied* du stile.) 2°. On prendra garde avant midi quand l'extrêmité de l'ombre tombera sur un point, comme A d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. (Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre pour que cette ombre s'y termine d'eux ou trois heures avant midi.) On observera l'après-midi quand l'ombre se terminera à la même circonférence, & on marquera aussi le point que nous appellons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne : si vers l'extrêmité de la méridienne qui regarde le sud on tend une ficelle verticalement, ce qui peut se faire aisément en y attachant un poids, il sera midi lorsque l'ombre sera parallele à la méridienne ; & si la ficelle est dans le plan du méridien, son ombre tombera dessus la méridienne au moment de midi : si on laissoit le stile comme on l'a planté pour faire la méridienne, l'ombre du sommet tomberoit sur cette ligne à midi.

Fig. 8. pag. 18.

DÉMONSTRATION.

Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du stile étoit égale, il s'ensuit que le soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur sur l'horison ; ainsi les deux verticaux désignés par AC & BC, auxquels le soleil répondoit, sont à égale distance du méridien : par conséquent en coupant

l'arc AB en deux parties égales le point du milieu D sera un des points de la méridienne : mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle, & le pied du stile, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zenith par lequel le méridien passe nécessairement : ainsi en tirant une ligne du point D au point C, ce sera la méridienne cherchée.

REMARQUES.

3. 1°. Pour élever un stile perpendiculaire, on peut se servir d'un plomb, c'est-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, suspendu par une ficelle : car si en tenant le plomb auprès du stile, la ficelle qui soutient le poids est parallele au stile, c'est une marque qu'il est perpendiculaire à l'horison. La raison en est que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horison.

4. 2°. Il est à propos de tracer plusieurs circonférences, & de marquer sur chacune deux points auxquels s'est terminée l'ombre du stile ; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre les deux points, afin de s'assurer de l'exactitude de l'opération : car si la ligne qui passe par le centre & le milieu d'un des arcs, passe aussi par le milieu des autres arcs, c'est une marque que l'on a bien opéré : mais si cette ligne ne passe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'est glissé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de réfraction causée par l'atmosphere, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux instans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du stile perpendiculaire que l'on appelle stile droit, il est plus commode de se servir d'un stile oblique, & même courbe : & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, est le point d'un plan sur lequel tomberoit une perpendiculaire

tirée de l'extrêmité ou du ſommet du ſtile. C'eſt ce point qu'on appelle le pied du ſtile. Or on peut trouver le pied du ſtile oblique ou même courbe avec un plomb qui ſoit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde préciſément à la direction de la ficelle ou du fil : car ſi on tient le plomb de maniere que cette ficelle paſſe par le ſommet du ſtile, & qu'on laiſſe deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le point horiſontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb eſt le pied du ſtile. Cette méthode eſt particuliere au plan horiſontal ; on en peut voir d'autres pour toutes ſortes de plans dans le premier Problême du ſecond Livre de Gnomonique, pag. 88.

7. 5° Comme il eſt aſſez difficile d'appercevoir diſtinctement l'ombre du ſommet du ſtile, ſur-tout lorſque ce ſtile eſt un peu long, par exemple de deux ou trois pieds, alors on attache au bout du ſtile une plaque percée d'un trou rond dont le diametre ait trois ou quatre lignes, laquelle il eſt bon de mettre dans une ſituation à peu près parallele à l'horiſon ; dans ce cas le pied du ſtile ſe détermine par rapport au centre de ce trou, c'eſt-à-dire, que ce pied du ſtile eſt le point du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, & la lumiere qui y paſſe ſert au même uſage que l'ombre de l'extrêmité du ſtile.

8. 6°. Si on mene par le centre C la ligne OV perpendiculaire à la méridienne, elle déſignera le premier vertical, lequel eſt perpendiculaire au méridien ; & une de ſes extrêmités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le temps des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problême ſuppoſe que la déclinaiſon du Soleil ne change pas, au moins ſenſiblement, dans l'intervalle qui eſt entre les inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre ; ce qui neſt cependant vrai qu'aux ſolſtices, & aux environs juſqu'à 15 ou

20 jours avant ou après ; c'eſt pourquoi cette méthode n'eſt bien exacte que dans ce temps : mais vers l'équinoxe la déclinaiſon change ſenſiblement dans l'eſpace de 6 ou 7 heures, & il arrive de-là que ſi le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne, il eſt plus élevé dans la ſphere boréale avant midi, qu'après, quand il eſt de part & d'autre à la même diſtance du méridien ; & par conſéquent l'ombre du ſtile eſt plus courte le matin que le ſoir dans les momens également éloignés de midi, ainſi en prenant des ombres égales du ſtile, la ligne qu'on tireroit du milieu de l'arc AB au centre, ne ſeroit pas la vraie méridienne ; elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi, parce que le ſecond point B ne ſeroit pas aſſez éloigné d'A : c'eſt ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la juſteſſe qu'on peut déſirer lorſqu'on s'en ſert vers les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table ſuivante, qui eſt faite ſur celle de la page 85 de la *Connoiſſance des Temps* 1744. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris : mais elle peut ſervir ſans erreur ſenſible pour les lieux qui ont deux ou trois degrés de latitude de plus ou de moins.



TABLE de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement.

Heures entre les Observations.			10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
			S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.	*Déclinaison Septentrionale.*	21	20	18	16	14	14	12	12
		20	22	20	18	16	16	14	14
		19	26	22	20	18	18	16	16
		18	28	26	22	22	20	18	18
		16	32	30	26	26	24	22	20
		14	36	32	30	28	26	24	24
		12	38	36	32	30	28	28	26
		10	40	38	34	32	30	30	28
		9	42	38	36	34	32	30	30
		7	42	40	38	36	34	32	30
		5	44	42	38	36	36	34	32
		3	46	42	40	38	36	36	34
		1	46	44	42	40	38	36	36
	Déclinaison Méridionale.	1		44	42	40	38	38	36
		3		44	42	40	40	38	38
		5		44	42	40	40	38	38
		7			42	40	40	38	38
		9			42	40	40	38	38
		01			40	40	38	38	38
		12				38	38	38	36
		14				38	36	36	36
		16					34	34	34
		18					30	30	30
		19					28	28	28
		20					26	26	26
		21						22	22

Il faut avoir une pendule ou une montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table

de la maniere dont on va l'expliquer dans l'exemple ſuivant. On ſuppoſe qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode preſcrite ci-deſſus en un jour où la déclinaiſon du Soleil eſt d'environ 5 degrés vers le ſeptentrion, & que les deux inſtans auxquels on a marqué les points A & B ſont ſéparés par un intervalle de 7 heures : comme la déclinaiſon du ſoleil eſt ſuppoſée d'environ 5 deg. vers le ſeptentrion, je cherche dans la Table quel eſt le nombre qui répond au cinquieme degré de déclinaiſon ſeptentrionale dans la colomne qui eſt ſous 7^h, & je trouve 36^f, qui eſt un peu plus d'une demi-minute : ainſi j'attends environ 36^f depuis l'inſtant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36^f je marque le point F à l'endroit où l'ombre du ſtile coupe alors la circonférence ; & ſi le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviſer l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de diviſion au centre : mais ſi le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté B, qui en ſoit auſſi éloigné que F ; puis on diviſera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de diviſion au centre.

Quand on a une montre ou une pendule qui marque exactement l'heure qu'il eſt au ſoleil, il eſt bien facile de tracer une méridienne avec une ficelle tendue verticalement, il faudra marquer deux points ſur l'ombre de la ficelle à l'inſtant de midi, & tirer une ligne qui paſſe par ces deux points leſquels pour plus grande exactitude doivent être marqués vers les extrêmités de l'ombre, afin qu'ils ſoient plus éloignés l'un de l'autre : cette ligne ſera à la place de l'ombre de midi, & par conſéquent ce ſera la méridienne. Cette méthode convient à toutes ſortes de plans, horiſontaux & autres.

On peut consulter ce que nous disons dans le quatrieme Livre, article 56 & suivans touchant la description de la méridienne.

AVERTISSEMENS.

1°. LEs chifres qu'on trouvera dans ce traité entre deux parentheses, sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même Livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numero* de l'article en cette façon (65), c'est-à-dire, article 65 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette maniere (Liv. I. art. 18). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisieme édition & à l'abrégé de ces Elemens qui se vendent chez le même Libraire que cet ouvrage.

2°. Nous avons supposé à l'article 225 du second Livre & ailleurs, que le rayon contient 100000 parties : c'est ainsi qu'il est divisé dans nos Tables des sinus, des tangentes, des sécantes, & des logarithmes que nous avons fait imprimer in-8°. avec toutes les précautions nécessaires pour éviter les fautes, parce que la perfection de ces sortes d'ouvrages dépend sur-tout de l'éxactitude & de la correction.

APPROBATION.

J'AI lu par ordre de Monſeigneur le Chancelier la ſeconde Édition du *Traité de Gnomonique* de M. Rivard, & j'ai cru qu'elle ne pouvoit manquer d'être utile au Public. A Paris, ce 14 Novemb. 1745.

Signé CLAIRAUT.



ADDITION

Pour la description d'une méridienne à laquelle on veut joindre quelques lignes horaires.

LA méthode de décrire une méridienne en marquant un point sur le plan à l'instant de midi, étant une des plus commodes & des plus sûres, comme nous l'avons observé à la suite de l'article 92 du second Livre, il est bon de remarquer que l'on peut employer cette méthode non-seulement quand on s'assure de l'heure quelque tems avant midi, mais même lorsqu'on ne peut s'en assurer qu'après, par exemple, à 3 ou 4 heures du soir, à cause de l'éloignement du lieu où l'on peut trouver une Pendule bien juste qui ait été comparée depuis peu avec le Soleil. Voici comment il faut alors s'y prendre : je suppose qu'une Montre que l'on sçait être bonne, marque l'heure à 8 ou 10 minutes près : on marquera de tems en tems sur le plan les points de lumiere de la plaque attachée à ce plan ; par exemple, de deux minutes en deux minutes, depuis onze heures 50 minutes à la montre, jusqu'à 10 minutes après-midi, & on distinguera ces points en écrivant avec du crayon des lettres à côté des points sur le plan : on écrira aussi sur un papier quelle heure il étoit à la montre quand on a marqué chaque point : ensuite il faudra aller à l'endroit où l'on pourra s'assurer du tems vrai ; on verra par-là quelle heure marquoit la montre quand il étoit midi : & comme ces points onr été marqués à des distances peu considérables les uns des autres, on verra aisément par quel endroit doit passer la méridienne, quand même ART. I.

aucun des points n'auroit été marqué à midi : il faut obſerver ce qui a été dit à l'article 143 du ſecond Livre, quand le cas y échoit.

On peut auſſi s'aſſurer de l'heure par la hauteur du Soleil, ſelon la méthode de l'article 135 & ſuivans du ſecond Livre. Il eſt à propos de marquer les points d'ombre qui doivent ſervir à trouver l'heure à quelque diſtance de midi, par exemple, une heure & demie ou deux heures, avant ou après, parce que le Soleil change moins ſenſiblement de hauteur vers midi, que dans d'autres tems. Il faut auſſi que les points d'ombre ſoient marqués ſur des parties du plan qui ne ſoient ni enfoncées ni élevées.

Cela regarde la deſcription d'une méridienne, ſoit qu'elle ſoit ſeule, ſoit qu'on veuille ajouter quelques lignes horaires qui ſont néceſſaires, afin qu'on puiſſe obſerver l'heure dans un jour, quoique le Soleil ſoit caché par un nuage à l'inſtant de midi. Nous allons donner la méthode dont on pourra ſe ſervir pour tirer ces lignes ſur un plan horiſontal, nous parlerons enſuite de celle qu'il faut employer pour le plan vertical.

Pour le Plan horiſontal.

2. On cherchera la diſtance du centre du cadran à l'équinoxiale qui convient à la hauteur du ſtile que je ſuppoſe être connue, ou parce qu'on l'a meſurée, ou parce qu'on l'a trouvée par le calcul, comme nous l'expliquerons article 6. Or voici comment on trouvera cette diſtance : ſoit la hauteur du ſtile SP (voyez la Fig. 2, Planche II du premier Livre, pag. 38) : il faut concevoir le triangle CSM rectangle en S, & dont l'angle SCP ſoit égal à la hauteur du pole, ſon complément SMP ſera l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; le point C ſera le centre du Cadran, le point M ſera celui où doit paſſer l'équinoxiale eu égard à la hau-

teur SP : cela paroît par ce que nous avons dit dans le Problême ſecond du premier Livre. Cela poſé, on cherchera d'abord PM qui eſt la diſtance du pied du ſtile au point où doit paſſer l'équinoxiale relative à la hauteur SP. On trouvera cette diſtance par le triangle rectangle SPM dont on connoît le côté SP, & les angles aigus M & S, dont le premier étant l'élévation de l'équateur, il faut que le ſecond ſoit égal à la hauteur du pole, parce qu'ils ſont complémens l'un de l'autre. Voici l'analogie : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole, comme la hauteur* SP *eſt à la diſtance cherchée* PM. On trouvera par ce moyen le point M que l'on marquera ; on peut encore trouver le point M par la méthode de l'article 76 du quatriéme Livre. Enſuite on cherchera l'autre partie de CM, ſçavoir CP par la perpendiculaire SP, qui eſt moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypothenuſe CM : on dira donc, PM *eſt à* SP *comme* SP *eſt à* CP : on ajoutera CP à PM, & on aura CM qui eſt la diſtance du centre du Cadran à l'équinoxiale relative à la hauteur SP. Cette diſtance eſt une partie de la méridienne ou de la ſouſtilaire : car ces deux lignes ſe confondent ſur le plan horiſontal.

3. Après cela on cherchera la diſtance du même centre à l'équinoxiale, dont le rayon équinoxial ſeroit de 10000 parties : je prends 10000 au lieu de 1000, parce qu'un rayon équinoxial de 1000 donneroit communément cette diſtance trop petite. On dira donc, *Le ſinus de la hauteur du pole eſt à* 10000, *comme le ſinus total à la diſtance cherchée*, que j'appelle CY, quoique la lettre Y ne ſe trouve pas dans la figure, non plus que Z qui ſera citée plus bas. Cette derniere analogie eſt fondée ſur un triangle ſemblable à CSM qui auroit le même ſommet C, lequel eſt oppoſé au rayon équinoxial. On retranchera l'une de ces diſtances de l'autre, & par là on déterminera avec la regle le point

équinoxial Y qui ſuppoſe le rayon équinoxial de 10000 parties : on tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera l'équinoxiale de ce rayon.

Toutes les parties dont on parle dans cette addition, ſont égales à celles d'une regle ou d'un compas à verge dont nous avons donné la deſcription dans la préparation qui précede le ſecond Livre.

4. On prendra enſuite la moitié de la diſtance CY, & on marquera le point Z éloigné de Y de cette moitié; ce point Z ſitué entre C & Y ſera le point équinoxial qui ſuppoſera le rayon équinoxial de 5000 parties : ainſi en tirant encore par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera une ſeconde équinoxiale qui ſera parallele à la premiere. Après ces opérations on cherchera dans les Tables des ſinus les tangentes des diſtances du Soleil au méridien aux heures que l'on voudra marquer ſur le plan horiſontal. Ces tangentes doivent ſuppoſer le rayon de 10000 parties : ainſi ſi les tables ſont faites ſur un rayon de 100000, il faudra ne point écrire le dernier chifre des tangentes des Tables; ce ſont là les tangentes telles qu'il les faut pour l'équinoxiale dont le rayon eſt de 10000 : mais quant à l'autre équinoxiale dont le rayon eſt de 5000 parties, il faut prendre les moitiés de ces premieres tangentes, parce que 5000 n'eſt que la moitié de 10000. Ces tangentes ſerviront à marquer les points horaires ſur les deux équinoxiales, comme on l'a expliqué dans le Problême III, article 224 & ſuivans du ſecond Livre : mais ici les tangentes partent de la méridienne.

5. nous allons donner un exemple dans lequel nous ſuppoſerons que la hauteur du ſtile SP eſt de 5364 parties, & que l'élévation du pole eſt de 48 degrés, 52 minutes, telle qu'elle eſt vers le milieu de Paris. On trouvera que PM contient 6142 parties, & que l'autre ſegment CP en a 4685 : d'où il ſuit que CM diſtance du centre au point équinoxial en contient 10827. Après cela, on trouvera, en ſuppoſant le

rayon équinoxial de 10000 parties, que la distance CY du même centre au point équinoxial de ce rayon est de 13277 parties. On retranchera 10827 de 13277 & le reste 2450 servira à marquer le point Y plus éloigné du centre que le point M de 2450 parties. On tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera l'équinoctiale, eu égard au rayon de 10000 parties. On partagera ensuite la distance CY en deux également, en prenant depuis Y vers le pied du stile $6638\frac{1}{2}$ parties qui sont la moitié de 13277; & le point Z qui terminera cet espace sera le point équinoctial, eu égard à un rayon de 5000 parties : ainsi en tirant par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera une équinoctiale par rapport à ce rayon. Ensuite on cherchera dans les tables des sinus les tangentes des distances du soleil au méridien pour les heures dont on voudra tracer les lignes horaires. Voici ces tangentes qui supposent le sinus total de 10000.

pr. le point de $11^{h}\frac{3}{4}$	655	tang. de 3^{d} 45^{m}.
pr. le point de $11^{h}\frac{1}{2}$	$1316\frac{1}{2}$	tang. de 7^{d} 30^{m}.
pr. le point de $11^{h}\frac{1}{4}$	1989	tang. de 11^{d} 15^{m}.
pr. le point de 11^{h}	2680	tang. de 15^{d} 0^{m}.

Ce sont les mêmes tangentes pour les heures après midi qui sont également éloignées de cet instant, c'est-à-dire, de midi.

Quant aux tangentes pour la seconde équinoctiale, elles sont les moitiés de celles de la premiere, parce qu'elle est moitié moins éloignée du centre que cette premiere.

Ces tangentes qui expriment des parties égales à celles de la hauteur du stile, sont les distances entre les lignes horaires & la méridienne, prises sur les équinoctiales. On tirera donc les lignes horaires en les faisant passer par des points correspondans marqués sur les équinoctiales.

6. Nous avons ſuppoſé en commençant à parler du plan horiſontal, qu'on pouvoit trouver la hauteur du ſtile par le calcul. Pour en concevoir la méthode, conſidérez dans la Fig. 8 de la premiere Planche du quatrieme Livre, le triangle rectangle SPO dont le côté SP repréſente la hauteur du ſtile, & la ligne SO un rayon du ſoleil qui tombe ſur la méridienne PM. Il faut meſurer la ligne SO, c'eſt-à-dire, la diſtance du centre du trou de la plaque au point O, ſur lequel tombe le rayon du ſoleil; on aura déja un côté connu dans le triangle SPO. D'ailleurs, l'angle SOP eſt la hauteur méridienne du ſoleil qui eſt égale à la ſomme ou à la différence de l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon & de la déclinaiſon du ſoleil, ſelon que cette déclinaiſon ſe fait vers le pole élevé ou vers le pole abaiſſé : ainſi dans le triangle SPO on connoîtra l'angle droit, l'angle O & le côté SO : par conſéquent on pourra trouver SP par le calcul.

Pour le Plan Vertical.

7. Si le plan ſur lequel on veut tirer une méridienne avec des lignes horaires eſt vertical, il faudra chercher 1°. la déclinaiſon du plan par la méthode de l'article 92 du ſecond Livre. 2°. Les trois angles fondamentaux que l'on trouve par les trois derniers Problêmes de la ſeconde Section du même Livre, & que l'on pourra vérifier par les Tables qui ſont à la fin de la Gnomonique.

8. Après cela on cherchera, toujours par le calcul, la diſtance CM du centre du Cadran à l'équinoctiale, Fig. 18, pag. 176. Pour cet effet, il faudra d'abord chercher la diſtance CP du centre du Cadran au pied du ſtile : on trouvera cette diſtance par le triangle rectangle CPS dont on connoît le côté SP, qui eſt la hauteur du ſtile que je ſuppoſe avoir été meſuré, & l'angle

SCP qui eſt la hauteur du pole ſur le plan qu'on trouve par l'article 181 du ſecond Livre.

Voici l'analogie pour trouver la diſtance CP : *Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan, comme la hauteur* SP *eſt à la diſtance cherchée.*

9. Quand on aura trouvé CP, on cherchera PB en faiſant l'analogie ſuivante fondée ſur le triangle CSB rectangle en S, & dont par conſéquent la perpendiculaire SP eſt moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypothénuſe CB : CP *eſt à* SP *comme* SP *eſt à* PB. Si on ajoute cette partie PB à la premiere CP, l'on aura l'hypothénuſe entiere CB. Lorſqu'on aura CB, il faudra chercher CM par le triangle CBM rectangle en B, dont on connoîtra le côté CB & l'angle BCM compris entre la méridienne & la ſouſtilaire (Liv. II. art. 178): on dira donc : *Le ſinus de l'angle* M, *complément de l'angle* BCM, *eſt au côté oppoſé* CB, *comme le ſinus total ou de l'angle* B *eſt au côté oppoſé* CM. Si donc on avoit le point C, on trouveroit facilement le point M: mais comme le point C n'eſt pas ſuppoſé connu, il faut chercher la longueur de CL & la retrancher de CM, afin d'avoir le reſte LM dont le commencement L eſt un point connu, puiſque c'eſt l'interſection de la méridienne & de l'horiſontale. Or on trouvera CL par le triangle CLP rectangle en L, dont on connoît le côté CP & l'angle C compris entre la méridienne & la ſouſtilaire : on dira donc, *Le ſinus de l'angle* L, *ou le ſinus total eſt au côté* CP, *comme le ſinus de l'angle* CPL *complément de l'angle* C, *eſt au côté* CL. On aura donc par-là le point M, qui eſt l'interſection de la méridienne & de l'équinoctiale relativement à la hauteur réelle du ſtile.

On pourroit auſſi trouver ce point d'interſection de la méridienne & de l'équinoctiale par la méthode de l'article 79. du quatriéme Livre.

10. Il faut présentement chercher le point M ou l'interſection de la méridienne & de l'équinoctiale, en ſuppoſant le rayon équinoctial SB de 1000 parties : or pour cela on fera d'abord cette analogie fondée ſur le triangle rectangle CSB dont l'angle SCB eſt la hauteur du pole ſur le plan, *Le ſinus de la hauteur du pole ſur le plan eſt au côté oppoſé* SB *de* 1000 *parties*, *comme le ſinus total ou de l'angle* S *eſt au côté oppoſé* CB *relatif au rayon* SB *de* 1000 *parties.* CB étant connu on trouvera CM par le triangle rectangle CBM, en diſant, *Le ſinus de l'angle* M *complément de l'angle* BCM, *eſt au côté* CB, *comme le ſinus total ou de l'angle* B *eſt au côté oppoſé* CM *relatif au rayon* SB *de* 1000 *parties.*

11. Le calcul qu'on aura fait pour trouver CM relatif au rayon SB de 1000 parties, pourra ſe vérifier par cette autre méthode : on cherchera la tangente de la différence des longitudes dans des Tables de ſinus & de tangentes, & on en retranchera les derniers chifres, le reſte ſera BM, parce que dans le triangle rectangle ABM le côté AB étant pris pour rayon, le côté BM eſt la tangente de l'angle A, qui eſt la différence des longitudes. Dans l'exemple ſuivant, BM= 1483 tangente de $56^{d}\ 1^{m}$. Après cela on trouvera CM par le triangle rectangle CBM, en diſant, *Le ſinus de l'angle* C *compris entre la méridienne & la ſouſtilaire, eſt au côté oppoſé* BM, *comme le ſinus total ou de l'angle* B *eſt au côté* CM.

12. On pourra ſe ſervir de la même méthode pour vérifier le calcul qu'on aura fait pour trouver la premiere valeur de CM relative à la hauteur réelle de SP : mais il faudra pour cela chercher d'abord le rayon SB ou AB, en ſuppoſant cette hauteur SP. Or on trouvera SB par le triangle rectangle SPB, en diſant, *Le ſinus de l'angle* SBP, *complément de la hauteur du pole, eſt au côté oppoſé* SP, *comme le ſinus total ou de l'angle* P *eſt au rayon* SB=AB. Enſuite on cherchera BM par le

triangle rectangle ABM dont le côté AB eſt égal au rayon SB, & dont l'angle A eſt la différence des longitudes : ainſi on dira, *Le ſinus total eſt à la tangente de la différence des longitudes, comme le côté trouvé* AB *eſt à* BM.

13. Quand on aura trouvé les deux valeurs de CM, on verra aiſément quel eſt le point de la méridienne par où doit paſſer l'équinoctiale relative au rayon SB de 1000 parties. Il n'y aura qu'à chercher par la souſtraction l'excès d'une de ces valeurs ſur l'autre, & marquer ſur la méridienne un point qui ſoit éloigné du premier d'une diſtance égale à cet excès : ce point ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale ; ainſi ſi on tire par ce point une ligne qui faſſe avec la méridienne du côté de la ſouſtilaire un angle égal au complément de celui qui eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoctiale cherchée.

14. Nous ſuppoſons que la valeur de CM relative au rayon de 1000 parties, eſt plus grande que la longueur CL que l'on a trouvée. Si elle n'étoit pas plus grande il en faudroit prendre le double, ce ſeroit la valeur de CM relative au rayon de 2000 parties.

15. On prendra enſuite ſur la méridienne au deſſus ou au-deſſous du point M par où paſſe l'équinoctiale, un autre point pour tirer une ſeconde équinoctiale parallele à la premiere, & on ſe ſervira de ces deux équinoctiales pour tracer les lignes horaires, le tout ſelon ce qui a été dit dans le ſecond Livre, article 232, ſans cependant qu'il ſoit néceſſaire de tracer la ſouſtilaire.

16. Voici un exemple, dans lequel on ſuppoſe la hauteur du ſtile de 1896, la diſtance horiſontale du pied du ſtile à la méridienne de 2112 parties ; d'où l'on conclura (Liv. II. art. 92) que la déclinaiſon du plan eſt de $48^d\ 5^m$. On ſuppoſe auſſi que la latitude ou la hauteur du pole eſt de $48^d\ 40^m$. On trouvera 1°. que l'angle LCP compris entre la méridienne & la ſouſtilaire eſt de $33^d\ 12^m$. Ainſi ſon complément eſt de 56^d

48m; 2°. Que l'angle PCS compris entre la fouſtilaire & l'axe, qui eſt la hauteur du pole fur le plan, eſt de 26d 11m, & fon complément de 63d 49m; 3°. Que l'angle BAM différence des longitudes eſt 56d 1m.

Enſuite on trouvera que CP diſtance du centre au pied du ſtile eſt de 3856 parties, la hauteur du ſtile étant de 1896, & que PB eſt de 932 parties : ainſi la partie CB de la fouſtilaire compriſe entre le centre & l'équinoctiale contient 4788 parties : c'eſt la ſomme des deux longueurs précédentes. On trouvera enſuite que CM partie de la méridienne depuis le centre juſqu'à l'équinoctiale eſt de 5722 parties. Après cela on cherchera CL, & on la trouvera égale à 3227 que l'on retranchera de 5722=CM, le reſte 2495 ſera LM ou la diſtance de la ligne horiſontale juſqu'au point équinoctial M, eu égard à la hauteur SP de 1896 parties.

17. Quand on aura trouvé la diſtance LM, on ſuppoſera le rayon SB ou AB de 1000 parties, & on trouvera CB de 2266 parties, & CM de 2708½ : mais comme ce dernier nombre eſt moindre que la valeur de CL relative à la hauteur de 1896; on ſuppoſera le rayon SB de 2000 parties, & alors la diſtance CM ſera double de ce qu'elle étoit ; ainſi elle contiendra 5417, que l'on retranchera de 5722, qui eſt la premiere valeur trouvée de CM, le reſte 315 marquera la diſtance qu'il doit y avoir entre le point équinoctial relatif à la hauteur de 1896 parties, & celui qui a rapport au rayon de 2000 parties, qui ſera au-deſſus du premier. Il faudra donc de ce point équinoctial relatif au rayon de 2000 parties, tirer une ligne du côté de la fouſtilaire qui faſſe avec la méridienne un angle de 56d 48m complément de l'angle compris entre la fouſtilaire & la méridienne.

18. Il faudra enſuite tirer une autre équinoctiale qui ſuppoſe le rayon SB de 3000 parties, c'eſt le triple de 1000 ; & alors la diſtance du centre à cette ſeconde

équinoctiale sera triple de $2708\frac{1}{2}$; ainsi cette distance sera de $8125\frac{1}{2}$ de laquelle il faut retrancher 5417, qui est la distance CM relative au rayon SB de 2000 parties, le reste $2708\frac{1}{2}$ sera la distance entre les deux équinoctiales ; il faudra donc tirer à cette distance de celle qui aura été tracée la premiere, une ligne qui lui soit parallele, ce sera l'autre équinoctiale cherchée. J'appelle *m* le point de la méridienne par laquelle elle doit passer, & *b* le point qui répond au point B de la premiere équinoctiale : la ligne MB de cette premiere équinoctiale sera de 2966 parties, & *mb* de la seconde, sera de 4449. (Ces deux nombres ont rapport à 1483 valeur de MB, en supposant le rayon SB ou AB de 1000 parties : le premier en est le double, & le second en est le triple.)

Il n'est pas nécessaire que les équinoctiales soient prolongées jusqu'aux points B & *b* : souvent même on ne le pourroit pas.

19. Après cela on marquera les distances des points M & *m* aux différents points horaires pris sur les équinoctiales : pour cet effet il faut chercher quelles sont les distances des points B & *b* à ces points horaires selon l'article 226 du second Livre. Ces distances en supposant le rayon de 1000 parties & le plan déclinant vers l'orient sont,

pour le point de 11 heures.	870	tang. de $41^d\ 1^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{4}$	992	tang. de $44^d\ 46^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{2}$	1131	tang. de $48^d\ 31^m$
pour le point de $11^h\frac{3}{4}$	1292	tang. de $52^d\ 16^m$
pour le point de midi $\frac{1}{4}$	1716	tang. de $59^d\ 46^m$
pour le point de midi $\frac{1}{2}$	2007	tang. de $63^d\ 31^m$
pour le point de midi $\frac{3}{4}$	2387	tang. de $67^d\ 16^m$

20. Il faut prendre le double de ces membres, & retrancher de 2966=BM ceux de ces nombres doublés qui sont pour les heures entre la soustilaire & la méri-

dienne; les restes seront les distances du point M aux points horaires situés entre ces lignes : quant aux heures de l'après-midi, il faut retrancher 2966 des nombres doublés qui sont pour ces heures; les restes marqueront les distances du point M aux points horaires sur la premiere équinoctiale. On fera de même pour la seconde; mais au lieu de doubler les tangentes il faudra les tripler, & au lieu de 2966 on prendra $4449 = bm$. Voici les distances des points M aux points horaires.

Distances du point M *à quelques points horaires situés entre la soustilaire & la méridienne sur la premiere équinoctiale.*

pour le point de 11 heures . . 1226
pour le point de $11^{h}\frac{1}{4}$ 982
pour le point de $11^{h}\frac{1}{2}$ 704
pour le point de $11^{h}\frac{3}{4}$ 382

Distances du point M *à quelques points horaires situés au-delà de la méridienne sur la premiere équinoctiale.*

pour le point de midi$\frac{1}{4}$ 466
pour le point de midi$\frac{1}{2}$ 1048
pour le point de midi$\frac{3}{4}$ 1808

Voici les distances du point m *aux mêmes points sur la seconde équinoctiale.*

pour le point de 11 heures . . 1839
pour le point de $11^{h}\frac{1}{4}$ 1473
pour le point de $11^{h}\frac{1}{2}$ 1056
pour le point de $11^{h}\frac{3}{4}$ 573

pour le point de midi$\frac{1}{4}$ 699
pour le point de midi$\frac{1}{2}$ 1572
pour le point de midi$\frac{3}{4}$ 2712

21. Quand le plan est assez large pour contenir les

points B & *b*, il eſt plus ſimple de marquer les diſtances depuis ces points juſqu'aux points horaires, comme nous l'avons expliqué à l'art. 226 du ſecond Livre.

22. Enfin on tirera des lignes par les points horaires correſpondants des deux équinoctiales, ce ſeront les lignes horaires : par exemple, la ligne qui paſſera par le point de 11 heures de l'une & de l'autre équinoctiale ſera la ligne de 11 heures.

23. On pourroit auſſi ſe ſervir de deux horiſontales au lieu de deux équinoctiales, pour y marquer les points horaires, ſelon la méthode du VIIme Problême, art. 247. du ſecond Livre.

Nous allons encore ajouter quelques obſervations de pratique pour le plan vertical.

24. 1°. Mous avons dit (Liv. IV, art. 57) qu'il eſt avantageux que la plaque ſoit à peu près parallele au cercle de ſix heures. Or pour cela il faut qu'elle ſoit ſituée parallelement à l'axe du monde, & qu'elle ſoit perpendic. au méridien du lieu, ce qui arrivera ſi elle regarde directement la mérid. tracée ſur le plan vertical. Tout cela doit s'entendte à peu près, parce que ce n'eſt pas de-là que dépend la juſteſſe de la méridienne.

25. 2°. Il eſt à propos ſelon les différentes circonſtances, que la plaque ſoit tantôt plus, tantôt moins éloignée du mur, ou du plan. Cette diſtance priſe du centre du trou eſt ce qu'on appelle la hauteur du ſtile. Elle dépend de la longueur qu'on veut donner à la méridienne. Voici un exemple qui pourra faire connoître la diſtance convenable qu'il faudra donner à la plaque.

26. Suppoſons que la hauteur du ſtile eſt de 2 pieds & demi ou de 360 lignes : nous allons examiner quelle ſera dans cette hypothèſe la longueur de la méridienne priſe depuis la ligne horiſontale qui paſſe par le pied du ſtile, car c'eſt de-là que nous prendrons le commencement de la méridienne, quoique dans la vérité elle commence un peu plus bas. Or cette longueur eſt différente, la hauteur du ſtile demeurant la même : elle

est d'autant plus grande, que la déclinaison du plan augmente.

27. Nous supposerons 1°. le plan vertical sans déclinaison; 2°. Nous supposerons ensuite qu'il a une déclinaison de 15 degrés vers l'orient ou vers l'occident, il n'importe; 3°. Que la déclinaison est de 30 degrés; 4°. Qu'elle est de 45; 5°. Enfin qu'elle est de 60 degrés. La hauteur du pole sur l'horison étant toujours supposée de 48^d 52^m. Voici les différentes longueurs de la méridienne verticale selon ces différentes hypothèses.

Déclinaison du plan.	*Longueur de la méridienne.*
0^d	759 lignes
15	786
30	876
45	1073
60	1517

28. Il paroît par ces calculs que la hauteur du stile ou la distance du trou de la plaque au plan du mur doit être prise d'autant plus petite, que la déclinaison du plan est grande; autrement il faudroit faire la méridienne trop longue.

29. Chacun de ces nombres a été trouvé par deux analogies, dont voici la premiere : *Le sinus du complément de la déclinaison du plan est à la hauteur du stile, comme le sinus total est à* SL *ou* DL, Fig. 18 du second Livre, page 176.

Pour appercevoir la vérité de cette analogie, il faut imaginer que du point S qui est le sommet de la hauteur du stile, il y a une ligne tirée au point L, ce qui formera le triangle rectangle SPL, qui est perpendiculaire au plan du mur, & qui est égal en tout au triangle rectangle DPL, à cause du côté commun PL & du côté DP supposé égal à SP : ainsi l'angle PSL est égal à l'angle PDL qui réprésente la déclinaison du

plan, & l'angle SLP eſt égal au complément de cette déclinaiſon. Or de-là ſuit l'analogie marquée ci-deſſus.

30. La ſeconde analogie fait trouver la ligne LF (la lettre F qu'il faut ſuppléer dans la Fig. 18, marque la fin de la méridienne, ou le point ſur lequel tombe le rayon SF à midi, le Soleil étant au tropique ſupérieur.) : cette ligne LF eſt un côté du triangle SLF rectangle en L, à cauſe de la ligne SL perpendiculaire à la méridienne, dont l'angle F eſt la diſtance du Soleil au point vertical, & l'autre angle S eſt par conſéquent la hauteur méridienne du Soleil : d'où l'on tire la ſeconde analogie : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur méridienne du Soleil quand il répond au tropique ſupérieur, comme la ligne* SL *eſt à la longueur* LF *de la méridienne.*



AVERTISSEMENT DE L'AUTEUR, Sur une édition contre-faite de l'Abrégé des Elémens de Mathématiques.

IL paroît depuis un an ou deux une édition contre-faite de l'Abrégé de mes Élémens de Mathématiques, dont le frontiſpice marque qu'il a été imprimé à Soleure chez Daniel Scherer en 1744. Elle a été faite ſur la premiere Édition de l'Abrégé, & non pas ſur la ſeconde, qui eſt plus complete que la premiere, comme il paroît par pluſieurs choſes ajoutées dans le corps de l'Ouvrage, & ſur-tout dans la Trigonométrie, qui eſt fort différente de ce qu'elle étoit dans la premiere Édition : on trouve, par exemple, dans la ſeconde cinq Problêmes & quatre Théorêmes qui précedent ceux qui renferment la théorie de la Trigonométrie. On y trouve auſſi les notions des logarithmes & l'uſage qu'on en fait pour réſoudre des triangles, ce qui abrege infiniment le calcul. Tout cela n'eſt pas dans la premiere Édition qui a ſervi d'original à l'Édition contre-faite. De plus les planches de cette Édition ne ſont qu'en bois, au lieu que celles de Paris ſont en cuivre. En voilà ſuffiſament pour diſtinguer l'Édition contre-faite de la ſeconde qui a été faite à Paris, avec les changemens & les augmentations que j'ai jugé à propos de faire. Au reſte il n'y a point de mépriſe à craindre en s'adreſſant à Jean Deſaint & à Charles Saillant Libraires rue S. Jean-de-Beauvais.





TRAITE DE GNOMONIQUE, *OU DE L'ART DE FAIRE* DES CADRANS.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

LA GNOMONIQUE, que plusieurs Auteurs appellent aussi *Horlogiographie*, est l'Art de faire des Cadrans Solaires & Lunaires sur toute sorte de surfaces, & principalement sur les surfaces planes. La connoissance de cette Science dépend de la connoissance de la Sphère : car les différentes lignes que l'on trace dans les Cadrans représentent les différens cercles de la Sphère : par exemple, les lignes horaires, c'est-à-dire, celles qui marquent les heures, représentent les cercles horaires, puisque ces lignes sont les intersections des cercles horaires avec la superficie du Cadran. Outre les Cadrans Solaires, la Gnomonique donne aussi des Régles pour tracer des Cadrans Lu- ART. I.

naires, comme il paroît par la définition de cet Art: mais ceux-ci ne ſont preſque d'aucun uſage.

Il y a pluſieurs eſpéces de Cadrans Solaires; nous ne rapporterons que les principales, après avoir donné quelques définitions.

2. Le ſtile eſt une verge de fer inſérée dans le plan du Cadran, dont le ſommet ou l'extrémité ſupérieure montre les heures par ſon ombre. Le ſtile peut être perpendiculaire ou oblique ſur le plan; mais il vaut mieux qu'il ſoit oblique, lorſqu'on ne veut s'en ſervir que pour tracer un Cadran, & non pour montrer les heures. Le ſtile perpendiculaire s'appelle auſſi ſtile droit.

3. Il y a deux choſes à remarquer dans le ſtile, ſa *hauteur* & ſon *pied*; la hauteur du ſtile eſt une ligne que l'on conçoit tirée de l'extrêmité du ſtile perpendiculairement ſur le plan: lorſque le ſtile eſt droit, ſa hauteur eſt la même choſe que ſa longueur.

4. Le pied du ſtile eſt le point du plan ſur lequel tombe cette perpendiculaire. Si donc le ſtile eſt perpendiculaire au plan, ſon pied n'eſt pas différent du point de ce même plan que le ſtile rencontre.

5. L'*Axe* ou l'*Aiguille* du Cadran eſt une verge de fer ou de quelque autre matiere qui paſſe par le ſommet du ſtile, & qui eſt parallele à l'axe du Monde: cet axe étant prolongé vers le plan du Cadran, le rencontre en un point qui s'appelle le *Centre* du Cadran. Il peut cependant arriver que l'axe, quoique prolongé, ne rencontre pas le plan, c'eſt quand il eſt parallele au plan, & alors le Cadran n'a point de centre. Il paroît que l'axe eſt une eſpéce de ſtile; cependant toutes les fois que nous parlerons du ſtile, nous entendrons une verge de fer différente de l'axe; à moins qu'il ne s'agiſſe du Cadran équinoctial: car alors le ſtile perpendiculaire au plan du Cadran eſt l'axe même, comme nous le dirons dans la ſuite.

6. Si on n'emploie le ſtile que pour tracer certaines

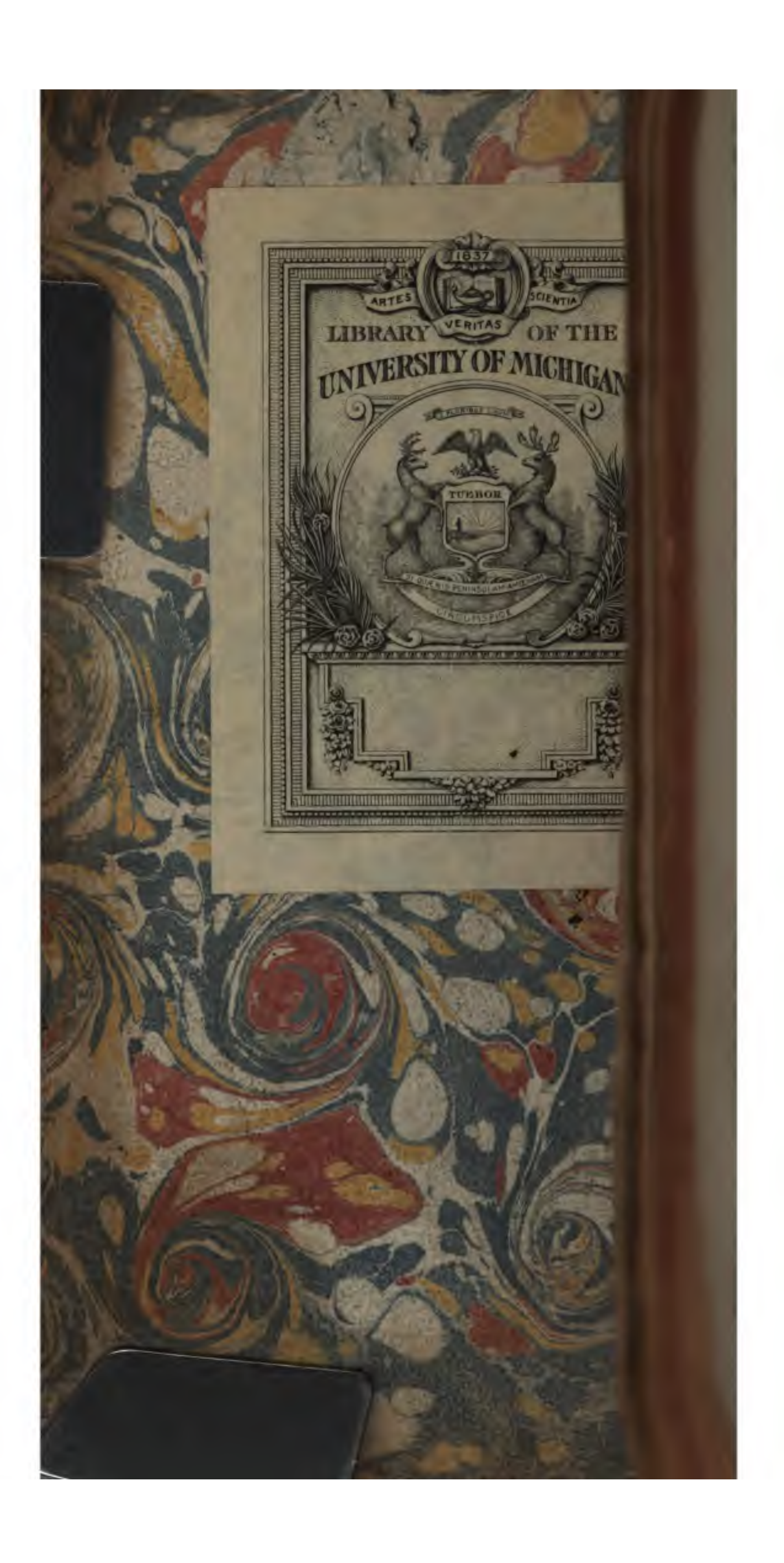
ignes du Cadran, & pour déterminer quelques points; & qu'après cela on l'ôte, afin de mettre un axe; on l'appelle *faux stile*, pour le distinguer du *stile vrai*, dont on se sert quelquefois au lieu d'axe pour montrer les heures: mais alors il n'y a que l'ombre du sommet du stile qui indique les heures (art. 11): au lieu que l'axe les montre par toute la longueur de son ombre.

7. Le centre du Cadran est, comme nous l'avons déja dit, le point par lequel passe l'axe. Les lignes horaires étant prolongées, passent nécessairement par le centre du Cadran, si le Cadran en a un. Pour faire entendre ceci, nous ferons la remarque suivante.

8. L'axe du Cadran peut être considéré comme l'axe du Monde, ou l'axe de la Terre; & l'extrêmité ou le sommet du stile, comme le centre de la Terre: ainsi il faut concevoir les cercles horaires comme étant autour de cette extrêmité, qui en est le centre. Or l'axe est un diametre commun de ces cercles; par conséquent tous les plans de ces cercles passent par chaque point de cet axe. Ils doivent donc passer par le centre du Cadran; puisque c'est un point commun à l'axe & au plan du Cadran. Or, si les plans des cercles horaires passent par ce centre, il faut nécessairement que les lignes horaires, qui sont les intersections de ces cercles avec le plan du Cadran, parviennent au même centre: car il est évident que ces lignes passent par les mêmes points du plan du Cadran, que les plans des cercles horaires.

9. Il ne peut y avoir d'erreur sensible à considérer l'extrêmité du stile comme le centre de la Terre, & l'axe du Cadran comme l'axe du Monde: car la distance de cette extrêmité au centre de la Terre devient insensible en comparaison de la distance immense qui sépare le Soleil de la Terre.

10. Il suit de-là que l'ombre de l'axe ou de l'extrêmité du stile marque les heures en tombant sur les lignes horaires; car l'ombre est toujours opposée au corps lumineux qui éclaire. Or quand le Soleil répond


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

à un cercle horaire, la ligne horaire qui repréſente ce cercle eſt oppoſée au Soleil par rapport à l'axe ou au ſommet du ſtile, puiſque cet axe ou ce ſommet eſt alors entre le Soleil & cette ligne horaire, qui eſt l'interſection du plan par le cercle horaire. Donc l'ombre de l'axe ou du ſommet du ſtile tombe ſur les lignes horaires formées par les cercles horaires auxquels le Soleil répond. Donc cette ombre montre les heures.

11. Dans toute l'étendue du ſtile il n'y a que le ſommet qui ſoit dans le plan des cercles horaires : c'eſt par conſéquent le ſeul point du ſtile qui ſoit entre le Soleil & les lignes horaires ; ainſi il n'y a que l'ombre du ſommet du ſtile qui montre les heures : au contraire celle de toute la longueur de l'axe tombe ſur les lignes horaires. C'eſt pourquoi l'axe eſt préférable au ſtile pour indiquer les heures : il les marque d'une maniere plus ſenſible.

12. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous ſuppoſerons la propoſition ſuivante, que l'on peut prendre pour un principe : Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſections qui forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont réciproquement perpendiculaires l'une ſur l'autre. Par exemple, ſi le méridien & l'équateur qui ſe coupent à angles droits rencontrent un plan horiſontal, les interſections que le méridien & l'équateur forment ſur le plan horiſontal, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre, parce que le méridien eſt perpendiculaire à ce troiſiéme plan. Nous prouverons ce principe en traitant des Cadrans verticaux.

13. La ligne *Méridienne* eſt l'interſection du plan du Cadran avec le méridien du lieu, que l'on conçoit paſſer par le ſommet du ſtile. Cette ligne eſt la même que celle de 12 heures : car il eſt midi lorſque le Soleil répond au méridien. La méridienne paſſe par le cen-

tre du Cadran, puisque toutes les lignes horaires y passent, comme nous l'avons prouvé (art. 8).

14. La *Soustilaire* est l'intersection du plan du Cadran, par un méridien qui lui est perpendiculaire. Il faut concevoir que le plan passe par le sommet du stile. Cette ligne n'est pas différente de la méridienne dans les Cadrans horisontaux; je veux dire ceux qui sont tracés sur un plan parallele à l'horison, parce que le méridien perpendiculaire à un plan horisontal, est le même que le méridien du lieu. Il paroît par la définition de la soustilaire, qu'elle doit passer par le pied du stile, parce qu'étant formée par le plan d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran; ce cercle, c'est-à-dire, son plan, ne peut passer par le sommet du stile sans passer aussi par le pied, & même par toute la hauteur du stile, laquelle est perpendiculaire au plan du Cadran.

15. L'*Equinoctiale* est l'intersection du plan du Cadran avec l'équateur, ou, ce qui revient au même, avec un plan parallele à ce cercle, & que l'on conçoit passer par le sommet du stile. Dans les Cadrans horisontaux cette ligne est perpendiculaire à la méridienne (art. 12), parce que le méridien & l'équateur se coupent à angles droits, & que d'ailleurs le méridien est perpendiculaire à l'horison.

16. Le rayon de l'équateur ou le *rayon équinoctial*, est une ligne droite menée de l'extrêmité du stile au point où la ligne équinoctiale rencontre la soustilaire. Cette ligne est dite rayon équinoctiale, parce que l'extrêmité du stile, de laquelle elle est tirée, est considérée comme le centre de l'équateur; & que l'autre point auquel aboutit cette ligne, est regardé comme le point de contact de la circonférence de l'équateur avec le plan du Cadran.

17. Voyons maintenant les différentes espéces de Cadrans Solaires tracés sur des surfaces planes, car nous ne traiterons que de ceux-là dans cet Ouvrage: les autres ne sont presque d'aucun usage. Les Cadrans

tracés sur des plans peuvent se réduire à trois espéces: sçavoir, le Cadran *Horisontal*, le Cadran *Vertical*, le Cadran *Incliné*.

18. Le Cadran horisontal est celui que l'on décrit sur un plan horisontal. Ce Cadran est d'un usage plus étendu que tous les autres, parce qu'il marque toutes les heures du jour & dans toutes les saisons de l'année. Dans cette espéce de Cadran la soustilaire ne différe pas de la méridienne du lieu, comme nous l'avons dit (art. 14).

19. Le Cadran vertical est celui qui est tracé sur un plan vertical ou perpendiculaire à l'horison. Entre les Cadrans verticaux, il y en a quatre, qu'on appelle *Réguliers*, parce qu'ils sont tournés directement vers un des quatre points cardinaux, le *Midi*, le *Septentrion*, l'*Est* & l'*Ouest* : ces quatre espéces de Cadrans sont le *Méridional*, le *Septentrional*, l'*Oriental* & l'*Occidental*. Les deux premiers sont ceux qu'on trace sur un plan parallele au premier cercle vertical, c'est-à-dire, celui qui coupe le méridien à angles droits, le méridional sur la surface qui regarde le midi, & le septentrional sur celle qui est tournée vers le septentrion. Les deux autres se font sur un plan parallele au méridien, l'oriental sur la face tournée vers l'orient, & l'occidental sur celle qui regarde l'occident.

20. Les autres Cadrans verticaux sont nommés *déclinants* : en général un Cadran déclinant est celui dont le plan fait des angles obliques avec le premier vertical; soit qu'on suppose ce plan perpendiculaire à l'horison, soit qu'on le suppose incliné.

21. Le Cadran incliné est celui qui fait des angles obliques avec l'horison, l'un aigu, l'autre obtus. Le Cadran incliné est ou *Supérieur* ou *Inférieur*; le supérieur est celui qui est tourné vers le Ciel, & l'inférieur est tourné vers la Terre. Parmi les Cadrans inclinés, il y en a deux principaux, l'*Equinoctial* & le *Polaire*.

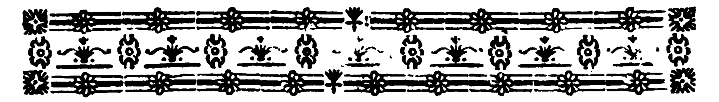
22. Le Cadran équinoctial est celui dont le plan est

parallele à l'équateur, & qui par conséquent fait avec l'horison un angle aigu égal à l'élévation de l'équateur sur l'horison : or cette élévation est le complément de celle du pole. Le Cadran équinoctial supérieur est tourné du côté du septentrion, & l'inférieur vers le midi, pourvû que le lieu dans lequel se trouve le Cadran, soit dans cette partie de la Terre que nous habitons, c'est-à-dire, la septentrionale.

23. Le Cadran polaire est celui qui coupe perpendiculairement le méridien du lieu. Le plan de ce Cadran fait avec l'horison un angle égal à la hauteur du pole en ce lieu. On appelle aussi Cadrans polaires généralement tous ceux dont les plans sont paralleles à l'axe, quoiqu'ils ne soient pas perpendiculaires au méridien.

24. Le plan du Cadran équinoctial étant parallele à l'équateur l'axe du Monde est perpendiculaire à ce plan : mais parce que le plan du Cadran polaire est parallele à ce même axe, ce plan & cet axe ne peuvent se couper ; c'est pourquoi il n'y a point de centre dans le Cadran polaire, non plus que dans les Cadrans orientaux & occidentaux, qui peuvent aussi passer pour polaires, parce qu'ils sont paralleles à l'axe.

Nous diviserons cet Ouvrage en quatre Livres, dont le premier traitera des Cadrans Horisontaux, le second des Verticaux, le troisiéme des Inclinés, & le quatriéme de plusieurs matieres qui n'auroient pû être placées commodément dans les Livres précédens.



LIVRE PREMIER.

DES CADRANS HORISONTAUX.

POUR faire mieux entendre la théorie & la pratique des Cadrans Horiſontaux, nous commencerons par un Problême qui contient la deſcription du Cadran Equinoctial.

PROBLÈME PREMIER.

Décrire un Cadran Equinoctial ſupérieur ou inférieur.

ιT. I. ig. 1. Du centre C décrivez la circonférence AEDF, diviſez-là en quatre parties égales par les diametres perpendiculaires AB & EF : coupez enſuite la demi-circonférence EBF en douze parties égales, en commençant par le point E ou F ; ce qui ſe pratique de la maniere ſuivante.

Ouvrez d'abord le compas de telle ſorte que la diſtance de ſes deux pointes ſoit égale au rayon du cercle ; & appliquez les deux pointes ou les deux extrêmités ſur la demi-circonférence EBF, de façon que l'une ſoit poſée ſur le point E, & la ſeconde ſur un autre point déſigné par G, l'arc EG intercepté entre les deux points E & G ſera la ſixiéme partie de la circonférence, ou la troiſiéme de la demi-circonférence ; parce que la corde de la ſixiéme partie de la circonférence eſt égale au rayon. Enſuite laiſſant une des pointes ſur G, il faut porter la ſeconde ſur une autre point H de la demi-circonférence, elle ſera partagée en trois arcs égaux EG, GH, & HF, dont chacun ſera la troiſiéme partie de la demi-circonférence. Après cela on diviſera chacun de ces arcs en deux parties égales à l'arc BG, ou BH, la demi-circonférence ſera coupée

en ſix parties égales. Enfin ſi on diviſe encore par la moitié chacune de ces parties, on aura la demi-circonférence coupée en douze parties égales. Fig. 2.

On peut auſſi diviſer la demi-circonférence en douze parties égales de la maniere ſuivante, peu différente de celle qui précéde : après avoir tiré les diametres perpendiculaires AB & EF, & avoir pris l'arc EG, qui eſt la ſixiéme partie de la circonférence, & qui par conſéquent eſt de 60 degrés, on a un arc de 30 degrés, ſçavoir l'arc BG, puiſque l'arc EB en contient 90; ainſi en diviſant cet arc BG en deux parties égales, chaque partie GL & BL ſera de 15 degrés, & par conſéquent la douziéme partie de la demi-circonférence, ou la 24me partie de la circonférence entiere; ainſi en prenant avec le compas depuis le point E juſqu'à F douze arcs égaux à BL ou GL, la demi-circonférence ſera diviſée en douze parties égales.

Cette opération faite, il n'y a qu'à tirer des lignes horaires du centre C à chaque point de diviſion, & les prolonger au-delà du centre juſqu'à l'autre demi-circonférence qui ſe trouvera pareillement diviſée en douze parties égales. On enfoncera enſuite dans le centre un ſtile perpendiculaire au plan du Cadran.

2. Si le plan du Cadran eſt diſpoſé de façon, qu'en mettant le point A en haut, la ligne ACB ſoit dans le plan du méridien, & le Cadran parallele au plan de l'équateur, & tourné vers le ſeptentrion, l'ombre du ſtile, lequel ſera alors parallele à l'axe de la Terre, marquera les heures devant & après midi, pendant le Printems & l'Eſté, & on aura un Cadran Equinoctial ſupérieur. Si on diviſe pareillement par des lignes horaires une autre ſurface parallele du même corps, qui ſera tournée vers le midi, l'ombre du ſtile indiquera les heures pendant l'Automne & l'Hyver ſur cette ſurface; & ce ſera un Cadran Equinoctial inférieur.

3. Le plan ſera parallele à l'équateur, & préſentera ſa face directement à un pole du Monde, ſi le ſtile

perpendiculaire au Cadran fait avec une méridienne tracée ſur l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole, je ſuppoſe que le ſtile pris dans toute ſa longueur réponde préciſément au-deſſus de la méridienne. Nous avons expliqué dans le troiſiéme Livre de la Sphère article 2, la maniere de tracer une méridienne ſur un plan horiſontal.

Nous ne nous arrêterons pas ici à parler des précautions qu'il faut prendre pour diſpoſer un plan parallelement à l'équateur, ou pour s'aſſurer qu'il eſt ainſi diſpoſé, parce que nous ne traitons préſentement du Cadran équinoctial, que pour entendre ce que nous avons à dire touchant le Cadran horiſontal.

DÉMONSTRATION DU PROBLÊME.

4. Puiſque la circonférence eſt diviſée en 24 parties égales par les lignes horaires, chaque arc contient 15 deg. De même l'équateur étant coupé par les 12 cercles horaires en 24 arcs égaux, chacun comprend auſſi 15 degr. Par conſéquent le plan du Cadran étant parallele à l'équateur, & ſon centre pouvant être pris pour celui de l'équateur même, à cauſe du grand éloignement du ſoleil à la terre; & d'ailleurs la ligne ACB étant dans le plan du méridien, les lignes horaires qu'on a tracées ſont les interſections des cercles horaires. Outre cela le ſtile qui eſt perpendiculaire à ce plan, eſt un diametre commun à tous les cercles horaires, car il eſt parallele à l'axe de la Terre, & même on peut le conſidérer comme s'il ne faiſoit qu'une ſeule ligne avec cet axe. Ce ſtile ſe trouve donc dans le plan de tous les cercles horaires. Ainſi lorſque le ſoleil eſt ſur l'horiſon & dans quelque cercle horaire, il faut que l'ombre de l'axe ou du ſtile ſe jette du côté oppoſé à ce cercle horaire, & par conſéquent ſur la ligne horaire, qui eſt l'interſection de ce cercle avec le plan du Cadran : donc l'ombre du ſtile indiquera les heures.

5. Il eſt évident que quand le Cadran préſentera

ſon plan au pole qui eſt élevé ſur notre horiſon, il ne marquera les heures que pendant le printems & l'Eſté, parce que le ſoleil ne parcourt la partie ſeptentrionale que pendant ces deux ſaiſons. Car de même que le ſoleil n'éclaire la face de l'équateur tournée vers le pole boréal que lorſqu'il eſt dans la partie ſeptentrionale de la Sphere ou du Monde : de même il ne doit répandre ſa lumiere directe ſur la face ſemblable du Cadran équinoctial, que lorſqu'il ſe trouve dans la même partie. Par la raiſon oppoſée, lorſque le Cadran équinoctial regarde le pole auſtral, il ne marque les heures que pendant l'Automne & l'Hyver. Ainſi pour qu'un Cadran équinoctial indique les heures toute l'année, il faut joindre le ſupérieur à l'inferieur.

6. Il faut remarquer 1°. que les heures d'avant midi doivent être écrites dans la partie occidentale de toute ſorte de Cadrans, c'eſt-à-dire, dans la partie qui eſt oppoſée au ſoleil levant, & par conſéquent les heures d'après midi doivent ſe marquer dans la partie orientale : c'eſt pourquoi ſi quelqu'un ſe place vis-à-vis d'un Cadran équinoctial ſupérieur, & tourne le viſage au midi, il aura les heures devant midi à ſa droite, & les heures d'après midi à ſa gauche. Mais ce même Spectateur appercevra tout le contraire, s'il ſe met en face du Cadran équinoctial inférieur ; car alors regardant le ſeptentrion, il verra les heures d'avant midi à ſa gauche, & celles d'après midi à ſa droite, quoique les premieres ſoient toujours à l'occident & les autres à l'orient.

7. Il faut obſerver 2°. qu'il eſt inutile de marquer les heures qui précédent la ſixiéme du matin, & qui ſuivent la ſixiéme du ſoir dans le Cadran équinoctial inférieur, ou celui qui regarde le midi : car dans la partie du Monde que nous habitons, je veux dire la ſeptentrionale, le ſoleil ne ſe montre preſque qu'entre la ſixiéme heure du matin, & la ſixiéme du ſoir, lorſqu'il eſt dans la partie méridionale du Monde. Quant à l'équinoctial ſupérieur, il ſuffit de les marquer depuis

quatre heures du matin jusqu'à huit heures du soir, à la latitude de Paris, qui est d'environ 49 degrés.

PROBLÊME SECOND.

8. *La hauteur du pole étant connue, tracer un Cadran horisontal*

Je suppose que le plan sur lequel on veut tracer un Cadran est mobile, c'est-à dire, qu'il n'est point attaché fixement dans un endroit, en sorte qu'on le puisse placer de quelle maniere on voudra. Cela posé, on tirera la ligne droite CM à volonté, que l'on prendra pour la méridienne, sur laquelle on choisira un point, comme C, pour centre du Cadran: ensuite on tirera de ce centre la ligne CS, qui fasse avec CM l'angle SCM égal à l'élévation du pole, & du point S on menera SM, qui fasse l'angle droit CSM avec la ligne CS. On tirera aussi de ce point S la ligne SP perpendiculaire sur CM, & on élevera du point M sur la même ligne CM, l'autre perpendiculaire EN qui sera l'équinoctiale, après quoi on prendra AM égal à SM qui est le rayon équinoctial; & du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discrétion, on décrira la circonférence FMGH, qu'on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point M, dont chacune contiendra par conséquent 15 degrés: ensuite on tirera du centre A par les points de division de la circonférence des rayons prolongés jusqu'à la ligne EN, & qui la coupent aux points VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V: enfin il faut tirer du centre C à ces points les lignes CVII, CVIII, CIX, CX, &c. Ce seront les lignes horaires. Si donc on enfonce au point C un stile oblique qui fasse avec la méridienne un angle égal à l'élévation du pole, ou si on éléve au point P un stile perpendiculaire dont la partie posée hors du plan soit égale à SP, ou si on attache une lame triangulaire dont les côtés soient égaux à ceux du triangle CSP, laquelle soit perpendiculaire au plan du Cadran, & dont le côté CS aboutisse au centre C, & fasse avec ce plan l'angle

de la hauteur ou de l'élévation du pole, on aura un Cadran horisontal, pourvû que le plan mobile soit placé dans une situation horisontale, & que la ligne CM soit tournée de maniere, qu'elle devienne une méridienne horisontale, dont l'extrêmité C regarde le midi, & l'autre extrêmité M, le septentrion.

9. Voici deux méthodes dont on peut se servir pour donner cette situation à la ligne CM: la premiere, c'est en traçant sur la surface à laquelle on veut appliquer le plan du Cadran une méridienne prolongée au-delà du plan, afin qu'on dispose le plan de maniere que cette ligne CM réponde à la méridienne tracée. Or on pourra tracer une méridienne de la maniere que nous avons enseigné dans le Traité de la Sphere, Livre troisiéme, art. 2. Nous en parlerons encore dans le quatriéme Livre de cet Ouvrage. Si le plan sur lequel on veut faire un Cadran étoit immobile, il faudroit se servir de cette premiere méthode pour tirer la méridienne sur le plan du Cadran.

10. La seconde consiste à tourner le plan du Cadran, que je suppose mobile, jusqu'à ce que l'ombre de l'aiguille tombe sur l'heure qu'il est alors; il est bon de choisir celle de midi. Je suppose qu'on connoît l'heure, soit par un autre Cadran, ou une méridienne horisontale qu'on auroit tracée exprès dans le voisinage, soit par une Pendule, soit par une Montre que l'on a mise sur le Soleil quelques minutes auparavant & même une heure ou deux.

11. Pour disposer un plan horisontalement, il faut se servir d'un niveau d'air ou de quelque autre espéce, & l'appliquer sur le plan du Cadran selon deux directions qui fassent un angle, & dont l'une soit, par exemple, à peu près du nord au sud, l'autre de l'orient à l'occident: & si on trouve que le plan n'incline ni d'un côté ni d'un autre, c'est une marque qu'il est horisontal.

Avant de tracer le Cadran sur la pierre, sur l'ardoise, ou sur une plaque soit de cuivre, soit de quelque

2. autre métail, on en fera un ſemblable ſur du papier ou ſur du carton, afin de le tracer enſuite plus exactement ſur la matiere dure qu'on veut employer. On ſentira dans la pratique la néceſſité de cette précaution.

DÉMONSTRATION DU PROBLÊME.

Dans le triangle rectangle CSM, l'angle M eſt le complément de l'angle C. Or par la conſtruction cet angle C eſt égal à la hauteur du pole. Par conſéquent l'angle M ou CMS eſt égal à l'élévation de l'équateur. Cela poſé, imaginons que le triangle CSM qui eſt décrit ſur le plan horiſontal ſoit élevé perpendiculairement ſur ce plan, & pareillement que le cercle FMGH eſt tellement élevé, que ſon rayon AM tombe ſur le côté SM du triangle CSM poſé perpendiculairement, en ſorte que le point A ſe réuniſſe avec le point S : le cercle mis dans cette ſituation repreſentera un Cadran équinoctial, dont l'axe ſera le côté CS prolongé vers le point X, & les rayons du cercle ſeront les lignes horaires : donc ces rayons ſont prolongés juſqu'à la ligne équinoctiale EN, l'ombre de l'axe tombera à chaque heure ſur le point d'interſection de cette ligne & des rayons. D'ailleurs le centre C du Cadran horiſontal eſt un autre point de cette ombre, parce que l'axe paſſe par ce point. Ainſi puiſque l'ombre eſt étendue en ligne droite dont on a deux points, ſi du centre C on tire des lignes droites aux points d'interſections VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V, ce ſeront des lignes horaires.

12. Si par le centre C on tire la ligne VICVI perpendiculaire à la ligne méridienne CM, on aura la ligne horaire qui montrera 6 heures du matin & 6 heures du ſoir : car le cercle de ſix heures & le méridien ſe coupent à angles droits : d'ailleurs le méridien étant perpendiculaire à l'horiſon, il faut que les interſections de ces cercles avec l'horiſon ſe coupent auſſi à angles droits (art. 12. prélimin.)

13. Le ſoleil paſſant deux fois par jour par chacun des cercles horaires, ſi les lignes horaires qui ſont les interſections de ces cercles avec le plan du Cadran ſont prolongées au-delà du centre, chacune de ces lignes montrera deux heures, l'une avant midi, l'autre après : par exemple, la ligne CV, qui marque cinq heures du ſoir, étant prolongée au-delà du centre, marquera auſſi cinq heures du matin. Fig. 2.

14. Si on veut marquer les demi-heures, il faudra diviſer chaque 24me partie de la circonférence en deux portions égales, & tirer du centre A du cercle par les points de diviſions des rayons, qui étant prolongés juſqu'à l'équinoctiale, déſigneront ſur cette ligne les points des demi-heures : enſuite on tirera du centre du Cadran à ces points les lignes des demi-heures. De même ſi on vouloit marquer les quarts-d'heures, il faudroit encore couper par le milieu chaque 48me partie de la circonférence. On verra bien en traçant un Cadran qu'il eſt inutile de diviſer la circonférence entiere en parties égales, mais qu'il faut ſeulement en diviſer la moitié, qui ſera déterminée en tirant par le centre A une perpendiculaire FG à la méridienne.

15. On peut prendre le point A, qui eſt le centre de la circonférence qu'il faut décrire, ou au-deſſous de la ligne équinoctiale, ou au-deſſus de cette ligne, c'eſt-à-dire, entre le centre du Cadran & cette même ligne, pourvû que ce point ſoit toujours pris dans la méridienne, & que d'ailleurs la diſtance AM ſoit égale au rayon équinoctial SM.

16. Si la ligne équinoctiale EN n'étoit pas aſſez longue, afin d'y marquer les points de la ſeptiéme heure du matin & de la cinquiéme du ſoir, ou même de la huitiéme du matin & de la quatriéme du ſoir, on pourroit employer la méthode ſuivante pour décrire les lignes de ces heures, pourvû qu'il y eût ſept lignes horaires conſécutives déja tirées, par exemple, celles de IX heures, de X, de XI, de XII, de I, de II, de

III. Il faut couper la derniere ligne, qui eſt celle de trois heures, par une parallele OR à la ligne de neuf heures, & qui rencontre les lignes CI & CII. (Les lignes horaires CIX & CIII ſont ſéparées l'une de l'autre par ſix intervalles horaires, & cela eſt néceſſaire pour la pratique de cette méthode.) Enfin on prendra avec le compas la diſtance du point d'interſection L au point T, qui eſt le point de rencontre de la parallele OR avec la ligne horaire CII: & on marquera ſur OR une diſtance égale LQ de l'autre côté du point L: de même on prendra LO égale à la diſtance du point L au point R, qui eſt l'interſection de la parallele & de la ligne horaire CI; ſi du centre C on tire deux lignes qui paſſent par les points Q & O, ce ſeront les lignes horaires de quatre & de cinq heures. Pareillement pour décrire les lignes de ſept & de huit heures du matin, il faut couper la ligne CIX par une parallele à la ligne de trois heures, ſur laquelle on marquera deux points qui ſoient autant éloignés du point d'interſection de la parallele avec la ligne CIX, que les points de rencontre de cette parallele avec les lignes horaires CX & CXI. Nous donnerons la raiſon de cette pratique vers la fin du ſecond Livre.

Il faut prendre garde qu'il eſt bon dans la pratique de ne pas mettre les heures plus éloignées du midi que VI heures, quand le plan du Cadran eſt petit; afin que le centre étant plus diſtant de l'extrêmité des lignes horaires, ces lignes s'écartent davantage les unes des autres : ce qui rend le Cadran plus parfait.

17. L'angle SCP que fait l'axe avec la méridienne, eſt d'autant moindre que la hauteur du pole eſt petite, puiſque par la conſtruction cet angle eſt égal à la hauteur du pole : & lorſque cet angle eſt fort petit, alors le centre du Cadran eſt très-éloigné de la hauteur SP & de l'équinoctiale EN, pour peu que la hauteur SP ſoit grande. C'eſt pourquoi dans ce cas les lignes horaires approchent du paralleliſme, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont preſque paralleles:

paralleles : c'eſt ce qui arrive dans la zone torride proche de l'équateur, où il y a une très-petite latitude, laquelle eſt toujours égale à la hauteur du pole.

18. Si on fait un cadran horiſontal dans la ſphere droite, c'eſt-à-dire, ſous l'équateur même, les lignes horaires doivent être paralleles entre elles, parce que l'axe du monde étant parallele à l'horiſon de cette ſphere, il ne peut couper le plan horiſontal du Cadran, & par conſéquent le Cadran n'a point de centre ni de ligne de ſix heures, qui ſeroit inutile dans cette ſphere, puiſque le ſoleil s'y leve tous les jours à ſix heures du matin, & ſe couche à ſix heures du ſoir. En traçant ce Cadran il faut prendre la diſtance AM entre le centre du cercle à décrire & l'équinoctiale, il faut prendre, dis-je, cette diſtance égale à la hauteur du ſtile, & de plus l'équinoctiale doit paſſer par le pied du ſtile. Il faut auſſi que les lignes horaires ſoient perpendiculaires à l'équinoctiale comme la méridienne, ou la ſouſtilaire même; autrement les lignes horaires ne ſeroient pas paralleles à la méridienne, qui eſt la ligne horaire de 12 heures.

19. Si au lieu du ſtile on prend une lame pour indiquer les heures dans la Sphere droite, il faut l'enfoncer dans la méridienne perpendiculairement au plan du Cadran; en ſorte que le bord ſupérieur qui repréſente l'axe du Monde, ſoit parallele au Cadran; & alors ce bord montrera les heures par ſon ombre, pourvu que la hauteur de la lame qui eſt hors du plan, ſoit égale au rayon AM. Ce Cadran eſt appellé *Polaire*, parce que ſon plan tend vers les deux poles du Monde, c'eſt-à-dire, que s'il étoit prolongé, il paſſeroit par ces deux points.

20. Si on faiſoit un Cadran horiſontal dans la ſphere parallele, je veux dire ſous les poles, il ſeroit équinoctial, tel qu'eſt celui dont nous avons donné la conſtruction dans le premier Problême, parce que l'horiſon dans ce lieu eſt parallele à l'équateur.

21. Après tout ce que nous avons dit, nous remarquerons encore qu'il eſt utile dans la pratique des Ca-

drans horisontaux de tirer deux lignes méridiennes paralleles entre elles, dont la distance soit égale à l'épaisseur de la lame de fer ou de cuivre dont on veut se servir pour marquer les heures, & pour lors un des côtés de l'arête ou du bord supérieur de la lame montre les heures du matin, & l'autre côté marque celles du soir. Dans ce cas, il y aura deux centres du Cadran, & les lignes horaires du matin doivent être tracées par rapport à une des méridiennes; c'est la plus occidentale, & celle d'après midi par rapport à l'autre. Il faut néanmoins excepter les lignes horaires du matin qui précedent celles de six heures, lesquelles doivent passer par le même centre que celles de l'après-midi, parce que la ligne de cinq heures du matin, par exemple, est la même ligne prolongée que celle de 5 heures du soir. Par la même raison les lignes horaires qui désignent les heures qui sont après la sixiéme du soir, doivent passer par le même centre que celles d'avant midi. Cette pratique de tirer deux lignes méridiennes, est d'autant plus nécessaire, que la lame est plus épaisse.

On peut voir la représentation d'un Cadran fait de cette maniere dans la figure 3, dans laquelle les lignes horaires du matin sont tracées par rapport à la méridienne *cm* & au centre *c*; & celles du soir le sont par rapport à la méridienne CM & au centre C. Quand nous disons les lignes horaires du matin & du soir, nous entendons celles qui sont entre la ligne de six heures & la méridienne : car pour les lignes qui montrent les heures qui précedent la sixiéme du matin, elles doivent passer par le centre C; & celles qui indiquent les heures du soir après la sixiéme, passent par le centre *c*, & sont tirées par rapport à la méridienne *cm*.

22. Si on veut se servir d'une lame triangulaire pour marquer les heures, il faut avant de l'enfoncer dans le plan du Cadran, tirer une ligne comme CP, fig. 4, sur cette lame vers le bas, qui fasse avec le bord SC un angle SCP égal à la hauteur du pole, cette ligne sert à ju-

ger si on a enfoncé la lame dans le plan de la maniere convenable : car elle doit être parallele au plan. Et de plus le sommet de l'angle SCP doit être au centre du Cadran. Cette lame doit être encore perpendiculaire au plan. Or on peut aisément connoître avec un compas si la lame est dans cette situation : il n'y a qu'à voir si le point S est également éloigné des points 10 & 2 de l'équinoctiale, ou des points 9 & 3. Voici quelques Corollaires qui suivent du second Problême.

COROLLAIRE PREMIER.

Qui contient une seconde méthode de tracer des Cadrans Horisontaux.

23. Si on prend le rayon AM pour sinus total, les lignes MI, MII, MIII, MIIII, &c, ou leurs égales MXI, MX, MIX, seront les tangentes des angles horaires du Cadran équinoctial. Or ces angles sont connus : car l'angle MAI est de 15 degrés, l'angle MAII en contient 30, l'angle MAIII, 45, &c. Par conséquent si on connoît la ligne AM, on trouvera la longueur des tangentes MI, MII, MIII, &c. Par exemple, si AM contient mille parties, dont chacune soit égale à la 12.me partie d'un pouce, MI en contiendra 268, MII, 577, MIII, 1000, MIIII 1732, MV, 3732. Ces nombres sont ceux qui se trouvent dans les tables des tangentes en ôtant les deux derniers chiffres, de même qu'on a le rayon 1000, si on retranche les deux derniers chiffres du rayon 100000, tel qu'il est dans les Tables que nous avons fait imprimer. Fig. 2.

24. On peut par le moyen de ce Corollaire construire des Cadrans horisontaux avec une facilité extrême : il faut avoir pour cela une échelle divisée en parties égales, & prendre un rayon équinoctial qui contienne 1000 de ces parties, pour lors les tangentes des angles MAI, MAII, MAIII, MAIIII, &c. contiendront les nombres des parties de l'échelle que l'on vient de marquer.

Fig. 2. 25. Mais quand bien même le rayon équinoctial seroit plus grand ou plus petit que mille parties de l'échelle, on pourroit toujours faire le Cadran avec facilité, pourvû que la différence entre le rayon & la longueur de mille parties fût une aliquote de ces mille parties, comme si le rayon contenoit 1500 ou 1250 parties égales, c'est-à-dire, 1000 & la moitié ou le quart de 1000 : car il suffiroit alors d'ajouter aux nombres 268, 577, 1000, 1732, & 3732, les moitiés ou les quarts de ces nombres, & on auroit les sommes 402, 865 $\frac{1}{2}$, 1500, 2598, 5598; ou 335, 721 $\frac{1}{4}$, 1250, 2165, 4665, qui sont les tangentes des angles marqués ci-dessus, en supposant le rayon de 1500 ou de 1250 parties égales. Si au contraire le rayon étoit moindre que mille parties, comme s'il en contenoit seulement 500 ou 750, alors il faudroit retrancher des nombres 268, 577, &c. les moitiés ou les quarts de ces nombres, & les restes seroient les tangentes des angles en posant le rayon de 500 ou de 750 parties. On verra dans le second Corollaire comment on trouve le centre du Cadran, lorsque le nombre des parties du rayon équinoctial est déterminé.

26. Si le Cadran n'avoit pas assez d'étendue, & que la ligne équinoctiale ne fût pas assez longue pour prendre toutes ces tangentes, on pourroit y suppléer en tirant une parallele à l'équinoctiale, qui coupât la méridienne CM en deux parties égales. Il est évident que la distance de cette parallele au centre du Cadran ne seroit que la moitié de la distance de l'équinoctiale au même centre; par conséquent les bases des angles horaires prises sur cette parallele ne seroient que la moitié des bases des mêmes angles prises sur l'équinoctiale : par exemple, si la base MV de l'angle horaire MCV, laquelle est la tangente de l'angle MAV, est de 3732 parties, la base *mv* n'en contiendra que 1866. Si la distance C*m* avoit été seulement le quart de la distance CM, les bases prises sur la parallele n'auroient été que les quarts des bases prises sur l'équinoctiale; & de même si C*m* avoit

été dix fois plus petite que la méridienne CM, les bases Fig. 2.
des angles horaires sur la parellele n'auroient été que les dixiémes des bases sur l'équinoctiale. Cela posé, il faut par le moyen de l'échelle des parties égales prendre des bases sur la parallele qui soient proportionnées à la distance de cette parallele au centre, les lignes tirées du centre aux extrémités de ces bases seront les lignes horaires cherchées.

COROLLAIRE SECOND.

27. On peut trouver CM, qui est la distance du centre à l'équinoctiale, par la ligne AM ou SM, que l'on connoît, ou que l'on prend d'une longueur arbitraire : car dans le triangle rectangle CSM, outre l'angle droit S, l'angle C, qui est égal à l'élévation du pole est supposé connu, aussi-bien que l'angle M qui est son complément. De plus on connoît aussi le côté SM par l'hypothèse : par conséquent on pourra trouver la distance CM, qui est le côté opposé à l'angle droit CSM : il n'y aura qu'à faire cette analogie dont les trois premiers termes sont connus : *Le sinus de l'élévation du pole* SCM *est au côté* SM *comme le sinus total ou le sinus de l'angle droit* CSM *est au côté* CM.

28. REMARQUE. Ce Corollaire sert également à trouver par le calcul le point M par où doit passer l'équinoctiale lorsque le centre C est donné, ou le centre C quand c'est le point M de l'équinoctiale qui est donné ou pris à volonté. La Géométrie fait aussi trouver l'un & l'autre. Nous avons déja vû (8) comment on détermine le point M par le centre C ; voici la maniere de trouver le centre par le point M : on tirera de ce point M la ligne SM qui fasse avec CM l'angle SMC égal à l'élévation de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole : ensuite on décrira la ligne CS qui forme l'angle droit CSM avec la premiere ligne SM, le point C qu'elle rencontrera sur la méridienne CM sera le centre cherché.

COROLLAIRE III.

Fig. 1. 29. Si on connoît la hauteur SP, ou qu'on la prenne à volonté, on pourra trouver les lignes CP & PM qui montreront la distance du centre à la ligne équinoctiale. Dans l'un & l'autre triangle rectangle CPS & SPM on connoît trois choses : sçavoir, la hauteur SP, qui est le côté commun à l'un & à l'autre triangle, l'angle droit dans l'un & l'autre, & dans le premier l'angle SCP, qui est égal à la hauteur du pole; & dans le second, l'angle SMP, qui en est le complément. Par conséquent on trouvera les côtés CP & PM, qui sont les tangentes des angles CSP & MSP en prenant la hauteur SP pour rayon d'une circonférence dont le centre soit S. On pourra aussi trouver SM qui est le côté opposé à l'angle droit SPM. Or si on connoît les trois lignes CP, PM & SM ou AM avec la hauteur du pole SCM, on pourra trouver des points horaires sur la ligne équinoctiale EN; ou par la méthode géométrique expliquée dans le Problême, ou par la méthode du calcul que l'on a exposé dans le premier Corollaire.

30. Voici les analogies par lesquelles on trouvera les trois lignes CP, PM & SM ou AM, en prenant pour rayon dans les deux premieres la hauteur SP, que l'on suppose connue, & en suivant la regle générale pour la troisiéme.

Le sinus total est à la tangente de l'angle CSP, *comme la hauteur* SP *est à* CP.

Le sinus total est à la tangente de l'angle MSP, *comme la hauteur* SP *est à* PM.

Le sinus de l'angle SMP *est à la hauteur* SP, *comme le sinus total est à* SM *ou* AM.

31. On peut aussi trouver par la Géométrie les trois lignes CP, PM & SM, quand la hauteur SP est donnée ou prise à volonté : il n'y a qu'à tirer la ligne CS qui fasse avec SP un angle CSP égal au complément de la hauteur du pole, & l'autre ligne SM qui fasse avec la même SP l'angle MSP égal à la hauteur du pole.

TROISIEME METHODE
de tracer un Cadran horiſontal.

32. Il faut tracer une ligne CM que l'on regardera Fig. 2.
comme la méridienne, & tirer par le point C que l'on prendra pour centre du Cadran, une autre ligne BCb perpendiculaire à CM : ce ſera la ligne de ſix heures. On fera enſuite avec le compas les trois parties CB, Cb & CK égales chacune à 1000 parties de l'échelle, qui eſt tracée ſur l'équerre de pluſieurs eſtuis de Mathématique. Après cela on tirera les lignes BD, bd paralleles à CM : enfin on menera par le point K la ligne DKd perpendiculaire à la méridienne CM.

33. Après avoir tiré toutes ces lignes ou même avant qu'on les ait tirées, on cherchera dans des tables des ſinus les tangentes des angles horaires, c'eſt-à-dire, des angles que les lignes horaires forment avec la méridienne. Or pour cela il faut connoître la valeur de ces angles, on la trouvera par le Problême III, ou, ce qui eſt beaucoup plus aiſé, on les prendra dans la cinquiéme table que nous avons placée à la fin de ce Traité. Par exemple, on verra que l'angle horaire qui répond à neuf heures eſt de 36 d. 58 min. pour la latitude de Paris, dont la tangente eſt marquée dans les tables des ſinus par le nombre 753. On cherchera de même les autres angles horaires & leurs tangentes. On obſervera cependant que quand les angles horaires auront plus de 45 degrés, on prendra les cotangentes, c'eſt-à-dire, les tangentes de leur complément. Ainſi l'angle horaire qui répond à 7 heures du matin, étant de 70 degrés 25 minutes à la latitude de Paris, on prendra la tangente du complément, qui eſt le nombre 356 en retranchant autant de chiffres à la fin qu'il en faut ôter du rayon ou ſinus total pour qu'il ne reſte que le nombre 1000.

34. Quand on aura les tangentes des angles horaires, on prendra avec un compas ordinaire ſur l'échelle des parties égales les nombres qui expriment ces tangentes:

Fig. 2. ainsi pour neuf heures on prendra sur l'échelle 753 parties, c'est-à-dire, qu'on ouvrira le compas, en sorte que l'intervalle des pointes contienne 753 parties de l'échelle : on gardera cette ouverture, & on mettra une de ces pointes sur le point K de la méridienne, & on décrira ensuite de côté & d'autre sur la ligne Dd des petits arcs qui coupent cette ligne, les points d'intersection seront ceux de neuf heures du matin & de trois heures du soir. On fera la même chose pour tous les angles qui ne seront pas au-dessus de 45 degrés.

35. Quant à ceux qui surpasseront 45 deg. on prendra pareillement les nombres qui expriment les tangentes des complémens, on les prendra, dis-je, sur l'échelle avec le compas, on mettra une pointe sur le point B, & on décrira de l'autre un petit arc qui coupe BD : puis en conservant toujours la même ouverture on mettra aussi une pointe sur le point b, & on décrira un arc qui coupe la ligne bd; les points d'intersection seront les points horaires des lignes BD & bd. On tirera ensuite du centre à tous ces points des lignes droites; ce seront les lignes horaires.

On voit bien que les angles que font les lignes horaires avec la ligne BCb sont les complémens des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que font ces mêmes lignes avec la méridienne CM : c'est pourquoi on prend les cotangentes des angles horaires qui surpassent 45 degrés, afin de les marquer sur les lignes BD & bd.

Afin d'éviter les méprises en cherchant les tangentes des angles horaires, il sera bon d'écrire dans une colomne la valeur des angles horaires, moindres que 45 degrés, & de mettre à la gauche les heures qui leur répondent. Ensuite on placera les tangentes des angles à la droite. On écrira pareillement la valeur des angles horaires qui surpassent 45 degrés dans une colomne avec les heures à la gauche & les cotangentes à la droite. Voici un exemple de la maniere de disposer les

colomnes des heures, des angles horaires & des tangentes : on ſuppoſe la latitude de 48 deg. 50 min.

heures du ſoir.

heu.	min.	deg.	mi.	tang.	heu.	mi.	deg	mi.	cotang.
0	15 m	2 d	50′	49	4 h	0 m	52	31	76[illegible]
0	30	5	40	99	4	30	61	11	550
0	45	8	31	150	5	0	70	25	356
1	0	11	24	202	5	30	80	5	175
1	15	14	20	256					
1	30	17	19	312					
1	45	20	22	371					
2	0	23	30	435					
2	30	30	1	578					
3	0	36	58	753					
3	30	44	27	981					

Nous avons toujours ſuppoſé qu'il y avoit une échelle de mille parties égales gravée ſur l'équerre, comme elle s'y trouve effectivement dans pluſieurs eſtuis de mathématique : mais ſi cette échelle ne s'y trouvoit pas, on pourroit ſe ſervir de celle de 200 parties qui eſt toujours ſur le compas de proportion. Nous expliquerons dans le quatriéme Livre à la fin de la méthode de tracer la méridienne du tems moyen, comment on peut faire uſage de cette échelle de 200 parties, en faiſant attention que 200 eſt la cinquiéme partie de 1000.

QUATRIEME MÉTHODE
de tracer un Cadran horiſontal.

Il y a une autre méthode très-facile & très-ſûre dans la pratique, pour trouver les points horaires ſur l'équinoctiale : l'application en eſt d'autant plus commode, qu'elle ne ſuppoſe ni table des tangentes, ni échelle diviſée en parties égales. Voici cette méthode.

36. 1°. Il faut prendre avec un compas ordinaire la ligne M9 égale au rayon AM, & prendre auſſi la ligne M3 de la même longueur, les points 9 & 3 ſeront les points de neuf & de trois heures. 2°. On ouvrira le compas de maniere que la diſtance des deux extrémités Fig. 5.

Fig. 5. ou pointes soit égale au diametre FG, ou à la ligne 9-3, qui est une partie de l'équinoctiale : on mettra ensuite une pointe sur le centre A, & on portera l'autre sur la ligne équinoctiale de côté & d'autre du point M : cette seconde pointe désignera les points 8 & 4, de huit heures du matin & de quatre heures du soir. 3°. On gardera la même ouverture du compas, puis on appliquera une de ses extrêmités sur le point 8, & on portera l'autre sur la partie de l'équinoctiale opposée à la méridienne : cette autre extrêmité désignera le point de sept heures du matin. Mais si on tourne la seconde extrêmité vers l'autre partie de l'équinoctiale, cette extrêmité marquera le point d'une heure après midi au-delà de la méridienne, pourvû que la premiere demeure toujours posée sur le point 8. Pareillement gardant la même ouverture du compas, & une des extrêmités étant appliquée au point 4, l'autre extrêmité déterminera les points 5 & 11. Enfin on divisera les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales, les deux points de division les plus proches du point M seront ceux de 10 heures & de deux heures.

37. On peut faire ici une remarque, semblable à celle que nous avons faite après le premier Corollaire du second Problême (art. 26.) Si la ligne équinoctiale n'étoit pas assez longue, il faudroit lui mener une parallele plus proche du centre du Cadran, & regarder cette parallele comme une autre équinoctiale, dont le rayon seroit moindre que celui de la premiere équinoctiale à proportion de la distance du centre du Cadran ; ensorte que si la distance C*m* du centre à la seconde équinoctiale, étoit, par exemple, la moitié de CM, qui est la distance du même centre à la premiere, son rayon *am* ou *sm* ne seroit aussi que la moitié du premier rayon AM ou SM. Si C*m* étoit le quart de CM, le rayon *am* seroit aussi le quart de AM, à cause des triangles semblables CMS & C*ms*. Cela posé, au lieu du premier rayon équinoctial AM, il faudroit prendre le second *am*, &

marquer les points horaires ſur la ſeconde équinoctiale, afin de tirer du centre des lignes qui paſſent par ces points: ce feroient les lignes horaires. Fig. 5.

38. On peut encore ſe ſervir de l'article 16 pour mener les autres lignes horaires, quand on a tiré les ſuivantes C4, C3, C1, C11, C9, C8. Il faut couper la ligne C3 par une parallele à C9, & au moyen de cette parallele on tirera C2, qui doit être autant éloignée de C3 que de C4, & pareillement on tirera C5, autant éloignée de C3 que C1, en prenant ces éloignemens ſur la parallele.

Cette quatriéme méthode ſuppoſe trois propoſitions de Géométrie que nous allons prouver.

39. 1°. La tangente d'un arc ou d'un angle de 45 degrés eſt égale au rayon. Soit l'angle ACE de 45 deg. je dis que ſa tangente AE eſt égal au rayon CA : car le triangle CAE étant rectangle en A, la ſomme des angles C & E eſt égale à un angle droit. Or l'angle C ou ACE eſt de 45 [d] par l'hypothèſe ; donc l'autre angle E vaut auſſi 45 [d] : ainſi puiſque ces deux angles ſont égaux, les côtés qui leur ſont oppoſés ſont auſſi égaux, c'eſt-à-dire, que la tangente AE eſt égale au rayon CA. Fig. 5.

40. 2°. La ſécante d'un arc ou d'un angle de 60 deg. eſt égale au diametre. Soit l'angle ACF de 60 degrés, il faut prouver que la ſécante CF eſt égale au diametre du cercle. L'angle ACF ou ACD étant par l'hypothèſe de 60 degrés, la corde AD eſt égale au rayon CD ou CA, le triangle DAC eſt équilatéral; par conſéquent l'angle CAD eſt auſſi de 60 degrés. Ainſi l'angle DAF, qui eſt l'autre partie de l'angle droit CAF, eſt de 30 deg. Or l'angle CFA eſt auſſi de 30 degrés, puiſque l'on ſuppoſe que l'angle ACF du triangle rectangle CAF eſt de 60 deg. Par conſéquent les angles A & F du triangle ADF étant chacun de 30 degrés, il faut que les côtés oppoſés DF & AD ou CD ſoient égaux. Ainſi les deux parties CD & DF de la ſécante CF ſont chacune égales au rayon; donc la ſécante entiere eſt égale au diametre.

Fig. 6. 41. 3°. La tangente de 60 degrés est triple de celle de 30 degrés. Soit la tangente AF de 60 degrés & l'autre tangente AB de 30; il faut prouver que la premiere est triple de la seconde. L'angle ACF étant par l'hyothèse de 60 degrés, & l'autre ACB de 30, il s'ensuit que le premier est partagé également par CB : donc les deux parties de la base sont proportionnelles aux côtés de ce premier angle : (Géom. Liv. I. Art. 161) c'est-à-dire, que BF est à BA, comme CF est à CA. Or CF est double de CD ou de CA, comme on vient de le prouver. Donc BF est aussi double de AB. Par conséquent AF est triple de AB.

Ces trois propositions étant prouvées, il n'y a plus qu'à en faire l'application pour rendre raison de la quatriéme méthode.

Fig. 5. 42. 1°. La ligne M9 ou M3 est égale au rayon, parce que c'est la tangente de l'angle MA9 ou MA3, qui est de 45 degrés. 2°. Lorsqu'on ouvre le compas de maniere que la distance de ses extrémités est égale au diametre FG, si on en met une sur le point A, l'autre désignera les points 8 & 4 : car la sécante d'un angle de 60 degrés, tel qu'est l'angle MA8 ou MA4, est égale au diametre : cette sécante est le rayon prolongé A8 ou A4. 3°. Dans le triangle rectangle AM8, l'angle MA8 est de 60 degrés : par conséquent l'autre angle aigu A8M contient 30 degrés; ainsi dans l'autre triangle A87, l'angle 8, qui est le supplément de l'angle A8M, contient 150 degrés, & d'ailleurs l'angle A ou 7A8 étant de 15 degrés, le troisieme angle 7 est aussi de 15 degrés; par conséquent le côté 8-7 est égal au diametre ou au côté A8. De plus dans le triangle 8A1 l'angle en A est égal à l'angle en 1, parce qu'ils contiennent chacun 75 degrés; par conséquent le côté 8-1 est égal au côté A8 ou au diametre : il faut dire la même chose des lignes 4-5, & 4-11, qui sont aussi égales chacune au diametre. 4°. Enfin la tangente de 60 degrés étant trois fois plus grande que la tangente de 30 deg.

M8 sera triple de M10, & M4 sera aussi triple de M2 : c'est pourquoi on trouvera les points de dix & de deux heures, si on partage les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales.

43. Cette quatriéme méthode peut aussi être employée pour marquer les demies & même les quarts sur la ligne équinoctiale ; c'est ce que nous allons expliquer. Pour marquer les demies après midi, en commençant par celles qui sont plus près de la méridienne, il faut mettre une des pointes du compas sur l'équinoctiale aux points des heures impaires, c'est-à-dire, de 7, de 9, de 11, de 1, de 3, de 5, & ouvrir le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A : après quoi la premiere pointe du compas étant toujours appliquée sur l'endroit de l'équinoctiale où on l'a mise, l'autre pointe portée aussi sur l'équinoctiale marquera une demie : ainsi 1°. je mets une pointe du compas sur l'équinoctiale au point de sept heures du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A, alors tenant toujours la premiere pointe sur le point de sept heures, je transporte la seconde sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de midi & demi. 2°. Mettant de même une pointe sur neuf heures, & ouvrant le compas jusqu'à ce que la distance des deux pointes soit égale à 9A, je transporte la seconde pointe sur l'équinoctiale en laissant la premiere au point de neuf heures, & pour lors la seconde pointe atteint au point de $1^{h}\frac{1}{2}$. Je continue de même pour marquer les autres demies : c'est pourquoi afin de marquer $5^{h}\frac{1}{2}$ du soir, je mets une pointe du compas sur cinq heures du soir, & l'autre sur le centre A : ensuite laissant la premiere pointe à sa place, je porte l'autre sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de $5^{h}\frac{1}{2}$. Fig. 7.

44. Après que les demies ont été marquées sur une partie de l'équinoctiale d'un côté de la méridienne, on pourroit se servir de la même méthode pour marquer

Fig 7. auſſi les demies ſur l'autre partie : mais il eſt plus aiſé de les déterminer en prenant ſur l'équinoctiale, depuis la méridienne, des diſtances égales à celles qui ſont du côté où les demies ont été marquées.

45. Quand les demies ſont déſignées, on peut déterminer ainſi les points des quarts après midi, en commençant par ceux qui ſont les plus près de midi. Il faut mettre une pointe du compas ſur tous les points des demies, tant celles qui précedent midi, que celles qui le ſuivent. Après cela on ouvre le compas autant qu'il eſt néceſſaire pour que la ſeconde pointe tombe ſur le centre A : puis laiſſant toujours la premiere pointe dans l'endroit où elle eſt, on tranſporte la ſeconde ſur l'équinoctiale, le point où elle tombe eſt un quart. Ainſi pour marquer midi & un quart, je mets une pointe de compas ſur $6^{h}\frac{1}{2}$ du matin, & j'ouvre le compas juſqu'à ce que l'autre pointe tombe au centre A; après cela tenant la premiere pointe à ſa place, je tranſporte la ſeconde ſur l'équinoctiale vers la méridienne, le point auquel elle aboutit eſt celui de midi un quart. On pourroit par la même méthode ſe ſervir des quarts pour marquer les demi-quarts.

46. Au reſte, comme il arrive ſouvent qu'on ne peut aſſez prolonger l'équinoctiale pour qu'elle contienne le point de $6^{h}\frac{1}{2}$ du matin, on pourra aiſément trouver le point de midi un quart, en diviſant par le milieu la partie de l'équinoctiale compriſe entre la méridienne & la ligne de midi & demi : car le point de diviſion ſera celui de midi un quart : de même en diviſant par le milieu la partie de l'équinoctiale compriſe entre la ligne de midi & demie & celle d'une heure, le point de diviſion ſera celui de midi trois quarts. Il n'y a point dans cette pratique d'erreur ſenſible, ſur-tout pour le point de midi un quart. Ces deux points feront trouver ceux de onze heures trois quarts & de onze heures un quart, puiſque ces deux derniers points ſont autant éloignés de la méridienne, que ceux de midi un quart & demi

trois quarts. On peut de la même maniere marquer les demi-quarts auprès de la méridienne en partageant les intervalles des quarts en deux parties égales.

47. Pour démontrer la pratique des art. 43 & 45, nous ſuppoſerons que chacun des angles ſur la baſe d'un triangle iſocele eſt égal à un angle droit moins la moitié de l'angle compris entre les côtés égaux : par exemple, ſi l'angle compris entre les côtés égaux d'un triangle iſocele eſt de 52 degrés, chacun des angles ſur la baſe eſt égal à un angle droit moins la moitié de 52 degrés, car dans ce cas chaque angle ſur la baſe eſt de 63 degrés. Or 64=90—26. Cela vient de ce que les deux angles ſur la baſe, qui ſont égaux entre eux, étant joints au troiſiéme, valent enſemble deux angles droits : car de-là il s'enſuit que chaque angle ſur la baſe plus la moitié de l'angle au ſommet valent un angle droit.

48. Cela poſé, nous prendrons pour exemple le point de midi & demi (nous l'appellerons L) que l'on trouve en mettant une pointe du compas ſur le point de ſept heures du matin. Il faut prouver que l'angle MAL eſt de $7^{d}\frac{1}{2}$, puiſque le ſoleil parcourant 15 degrés par heure, il doit faire $7^{d}\frac{1}{2}$ dans une demie-heure. Le triangle AM7 eſt rectangle en M ; de plus MA7 eſt de 75 degrés, puiſqu'il y a 5 heures d'intervalle depuis 7 heures du matin juſqu'à midi ; ainſi l'angle A7M étant le complément de l'angle MA7, il vaut 15 degrés. Cela étant, en tirant la ligne AL ou aura le triangle A7L, qui eſt iſocele par la conſtruction, & dont chacun des angles ſur la baſe AL eſt un angle droit moins la moitié de l'angle oppoſé à la baſe, lequel eſt de 15 degrés. Ainſi l'angle LA7 eſt de 90 degrés moins $7^{d}\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, qu'il vaut $82^{d}\frac{1}{2}$. Or l'angle MA7 eſt de 75 degrés; par conſéquent l'angle MAL, qui eſt l'autre partie de LA7, vaut $7^{d}\frac{1}{2}$. On prouvera par un raiſonnement ſemblable que l'angle MAR eſt de $22^{d}\frac{1}{2}$. (Nous nommons R le point que l'on a trouvé pour une heure & demie.) Il

Fig. 7

Fig. 7. en eſt ainſi des autres points que l'on trouve pour marquer les demies.

On fera voir auſſi de la même maniere que les points des quarts ſont bien marqués en ſuivant la méthode preſcrite. Nous allons le prouver pour le point K, qui eſt celui de midi un quart, que l'on détermine en mettant une des pointes du compas ſur le point de 6 h ½ du matin, que nous appellons O. Il faut montrer que l'angle MAK eſt de 3 d 45 ′.

49. Dans le triangle rect. OMA, l'angle MAO vaut 82 d 30′; ainſi l'angle O eſt de 7 d 30′. Or le triang. AOK eſt iſocelle par la conſtruction; par conſéquent chacun des deux angles ſur la baſe AK eſt égal à un angle droit moins 3 d 45 ′ qui eſt la moitié de l'angle O; donc l'angle OAK eſt de 86 d 15 ′. Or l'angle MAO vaut 82 d 30′ : donc l'angle MAK, qui eſt l'autre partie de OAK eſt de 3 d 45 ′.

On prouvera par un raiſonnement ſemblable que pour trouver midi trois quarts il faut mettre une pointe du compas ſur 7 h ½ du matin; pour 1 h ¼, ſur 8 h ½; pour 1 h ¾, ſur 9 h ½; pour 2 h ¼, ſur 10 h ½; pour 2 h ¾, ſur 11 h ½; pour 3 h ¼, ſur midi & demi; pour 3 h ¾, ſur 1 h ½; ainſi de ſuite.

PROBLÊME III.

Fig. 2. 50. *La hauteur du pole ſur l'horiſon étant connue, trouver les angles horaires* MCI, MCII, MCIII, MCIIII, &c. *du Cadran horiſontal, ou ceux qui leur ſont égaux* MCXI, MCX, MCIX, MCVIII, &c.

Il faut faire l'analogie ſuivante, dont les trois premiers termes ſont connus par les tables des ſinus & des tangentes.

Comme le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du Pole, ainſi la tangente de l'angle horaire MAI *ou* MAII, *ou* MAIII, *dans le Cadran Equinoctial, eſt à la tangente de l'angle horaire* MCI, *ou* MCII, *ou* MCIII, *dans le Cadran Horiſontal.*

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Qu'on prenne le côté CM dans le triangle rectangle CMI du Cadran horisontal pour le sinus total dont le centre soit C, le côté MI sera la tangente de l'angle horaire MCI : ainsi on aura cette proportion, CM. MI : : S.T. T.MCI, c'est-à-dire, CM est à MI, comme le sinus total est à la tangente de l'angle horaire MCI. De même si dans le triangle rectangle AMI du Cadran équinoctial on prend le côté AM pour le sinus total ou le rayon, le côté MI sera la tangente de l'angle MAI; on aura donc cette autre proportion, AM. MI : : S.T.T.MAI. Or comme dans toute proportion le produit des extrêmes est égal à celui des moyens, la premiere proportion donnera cette égalité, CM×T.MCI= MI×S.T, & la seconde proportion donnera AM×T.MAI=MI×S.T. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CM×T.MCI & AM×T.MAI sont égaux : d'où on tire la nouvelle proportion CM. AM : : T.MAI. T.MCI. Mais la ligne AM est égale à la ligne SM par l'hypothèse ; on aura donc la proportion suivante, CM.SM : : T.MAI. T.MCI. Or cette ligne SM est le sinus de l'angle MCS, ou de la hauteur du pole, en prenant CM pour rayon ou sinus total. Par conséquent la derniere proportion se réduit à celle-ci; *Le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, comme la tangente de l'angle horaire du Cadran équinoctial est à la tangente de l'angle horaire correspondant dans le Cadran horisontal.* Ce qu'il falloit démontrer. Fig. 2.

51. Les angles MAI, MAII, MAIII du Cadran équinoctial sont égaux à la distance du soleil au méridien à une heure, à deux heures, à trois heures : ainsi on pourra mettre ces distances à la place de ces angles. D'ailleurs la latitude est toujours égale à l'élévation du pole ; ainsi la proportion précédente se réduit à

celle-ci : *Le ſinus total eſt au ſinus de la latitude, comme la tangente de la diſtance du Soleil au méridien pour une heure propoſée, eſt à la tangente de l'angle horaire horiſontal qui répond à cette heure.*

COROLLAIRE.

52. Dans tous les Cadrans horiſontaux qui ſont ſur un même cercle parallele à l'équateur, les angles horaires de l'un ſont égaux aux angles correſpondans de l'autre : mais il n'en eſt pas de même, ſi on compare les Cadrans horiſontaux d'un parallele avec ceux d'un autre parallele : car les angles des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur ſont moindres que les angles de ceux d'un parallele plus éloigné. Cela paroît par la proportion établie ci-deſſus, puiſque quand il s'agit des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur, le ſecond terme de cette proportion, qui eſt le ſinus de la latitude, étant plus petit, il faut que le 4me terme ſoit auſſi plus petit. Or ce 4me terme eſt la tangente de l'angle horiſontal.

53. Cela n'empêche pas que dans un lieu d'une certaine latitude on ne puiſſe ſe ſervir d'un Cadran horiſontal fait pour un autre degré de latitude : par exemple, ſi un Cadran horiſontal eſt tracé pour le 50me degré de latitude, on peut s'en ſervir dans un lieu qui eſt au 40me degré, pourvû que dans ce lieu on incline de façon qu'il ſoit parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, & que d'ailleurs il ſoit bien orienté, c'eſt-à-dire, placé comme il faut par rapport au nord & au ſud, à l'Orient & à l'occident : car dans ce cas le Cadran pourra être conſidéré comme s'il étoit dans le plan de l'horiſon du 50me degré : mais il eſt évident que ce Cadran ne ſera pas horiſontal ſur le 40me degré, puiſqu'il doit y être incliné, afin qu'il puiſſe montrer les heures.

54. Il n'eſt pas fort difficile de diſpoſer dans un lieu un plan parallele à l'horiſon d'un autre lieu qui eſt ſous le même méridien, mais dont la latitude eſt différente : car il ſuffit pour cela que ce plan faſſe avec l'horiſon du lieu où il eſt, un angle égal à la différence des latitudes des lieux : par exemple, pour rendre un plan qui eſt au 40me degré de latitude parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, il faut diſpoſer ce plan de maniere qu'il faſſe un angle de dix degrés avec l'horiſon du lieu où il eſt, de ſorte que le ſommet de cet angle ſoit vers le nord, & la baſe tournée vers le ſud : mais ſi on vouloit diſpoſer ſur le 50me degré un plan parallele à l'horiſon du 40me, il faudroit que le ſommet de l'angle fût tourné au ſud & la baſe au nord.

55. Afin qu'on entende mieux la méthode de ce Problême, nous allons donner un exemple d'un Cadran horiſontal qu'il s'agit de tracer à la latitude de Paris, qui eſt de 48^{d} 51′. Le ſinus total eſt de 100000, le ſinus de la hauteur du pole eſt 75299, la tangente de l'angle horaire MAI dans le Cadran équinoctial, c'eſt-à-dire, la tangente de 15 degrés eſt 26795 ; par conſéquent dans la préſente hypothéſe, les trois premiers termes de la proportion ſont, 100000, 75299, 26795. Ainſi pour avoir le quatriéme, il faut multiplier le ſecond & le troiſiéme l'un par l'autre, & diviſer le produit 2,017,636,705 par 100000, le quotient 20176 ſera la tangente de l'angle horaire MCI dans le Cadran horiſontal. Or ce nombre eſt la tangente d'un angle de 11 degrés & environ 24 minutes ; par conſéquent l'angle horaire MCI du Cadran horiſontal dans un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole eſt de 48^{d} 51′ contient 11^{d} 24′. On trouvera de la même maniere les autres angles horaires du Cadran horiſontal. Fig. 2.

56. Il ſeroit beaucoup plus facile de ſe ſervir des logarithmes : nous allons en faire uſage pour le même

Fig. 2. exemple. Les logarithmes des trois premiers termes, tels qu'on les trouve dans les Tables ordinaires à côté des angles, en retranchant les deux derniers chiffres 2 font : 1000000, 987679, 942805. Il faut donc, comme nous le dirons ensuite, ajouter ensemble les deux derniers logarithmes, & retrancher le premier de la somme 1, 930, 484, le reste sera 930484. On cherchera ce nombre dans la Table parmi les logarithmes des tangentes, & on trouvera que c'est le logarithme de la tangente $11^d\ 24'$.

Nous exposerons dans la préparation aux Livres suivans, la nature & l'usage des logarithmes.

Nous donnerons à la suite de ce Traité une Table composée sur ce Problême, laquelle contient les angles horaires du Cadran horisontal depuis le commencement du 44me degré de latitude, jusqu'à la fin du 53me degré.

CINQUIÉME MÉTHODE de décrire un Cadran Horisontal.

57 On peut aisément par le moyen de ce Problême & de la premiere Table que nous donnerons à la fin de ce Traité, tirer des lignes horaires dans le Cadran horisontal par le moyen d'un quart de cercle divisé exactement, ou plutôt d'une échelle divisée en parties égales : en effet pour tracer une ligne horaire comme CI, on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon CM contienne, par exemple, 1000 parties égales de l'échelle ; ensuite du point M, comme centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle MCI que nous supposons de $11^d\ 24'$, laquelle contient 199 parties, le rayon en ayant 1000, il faut décrire un angle qui coupe la circonférence en un point : après quoi on tirera du centre C du Cadran une ligne au point d'intersection de l'arc avec la circonférence, ce sera la li-

gne horaire CI. On fera la même chofe pour les autres lignes horaires, en prenant toujours le point M pour le centre de tous les arcs qui coupent la circonférence. Fig. 2.

58. On cherchera dans une table des finus combien la corde de chaque angle horaire doit contenir de ces parties égales. Or la corde d'un angle eft toujours double du finus d'un autre angle qui eft la moitié du premier : par exemple, la corde d'un angle de 11^d 24' eft double du finus d'un autre angle de 5^d 42 ; par conféquent le finus de cet angle étant de 99 parties $\frac{1}{3}$ en fuppofant le rayon de 1000, la corde de l'angle de 11^d 24' eft de 198, ou plutôt de 199.

59. Si le rayon CM contient plus ou moins de parties que 1000, alors les cordes des angles horaires deviendront plus grandes ou plus petites à proportion : par exemple, fi le rayon CM contenoit 2000 parties, la corde de 11^d 24' en auroit 398, qui eft un nombre double de 199. Si le rayon étoit de 1500 parties, la corde de 11^d 24' feroit de 298, lequel nombre contient 199, & de plus la moitié de 199, fçavoir 99.

60. Nous avons donc donné cinq méthodes pour faire des Cadrans horifontaux : la premiere, qui eft expliquée dans le fecond Problême, eft géometrique : la feconde, qui eft expofée dans le premier Corollaire du fecond Problême, la troifiéme & la cinquiéme s'exécutent par un calcul que l'on trouve tout fait dans les Tables, & fuppofent auffi qu'on a une échelle de parties égales. Enfin la quatriéme eft géométrique, ainfi que la premiere. Outre ces cinq méthodes, nous en avons ajouté une (art. 16), par laquelle fept lignes horaires confécutives étant déja tracées, on donne la maniere de tirer les autres.

61. Nous finirons ce Livre par une remarque fur une petite erreur des Cadrans au moins à certaines heures ; ce font celles d'avant & d'après midi : un Cadran, quoique bien fait & bien orienté avance un peu le matin & retarde un peu le foir. Cela vient de ce que la réfrac-

tions des rayons de lumiere causée par l'air, fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'est, d'une quantité qui diminue à proportion que le Soleil s'éloigne davantage de l'horison, comme on peut le voir par la Table que nous avons placée après le quatriéme Problême de la seconde section du Livre suivant. Ainsi l'erreur est d'autant moindre, que les heures marquées par le Cadran sont moins éloignées du midi. Cette erreur est même insensible vers les dix ou onze heures avant midi, & vers une heure ou deux après midi en Esté, à cause de la grande élévation du Soleil à ces heures-là.

Il paroît d'abord que cette réfraction devroit aussi causer de l'erreur à midi au moins en Hiver, puisque le Soleil est alors peu élevé sur l'horison. Mais il faut prendre garde que quand un astre est au méridien, l'excès d'élévation causé par la réfraction de l'air, ne le fait pas paroître hors du méridien, mais seulement à un point un peu plus élevé de ce cercle qu'il n'est effectivement : ainsi l'ombre de l'axe du Cadran ne peut tomber que sur la méridienne qui est l'intersection du plan du Cadran avec celui du méridien, soit que le Soleil soit plus élevé à cette heure, ou qu'il le soit moins. Cette remarque a lieu pour les Cadrans verticaux & pour les inclinés.

PRÉPARATION AUX LIVRES SUIVANS.

DANS la construction des Cadrans Verticaux on emploie souvent le calcul de la Trigonométrie rectiligne pour la résolution des triangles : on trouvera la méthode générale de ce calcul expliquée dans nos Elémens de Géométrie pour toutes sortes de triangles rectilignes : mais comme presque tous les triangles dont

A
IIII
V
C F VI
VII
VIII
IX
H X
L B XI
I XII

IIII
V
C VI
VII
M m
I XII XII XI X IX VIII

fig 8.

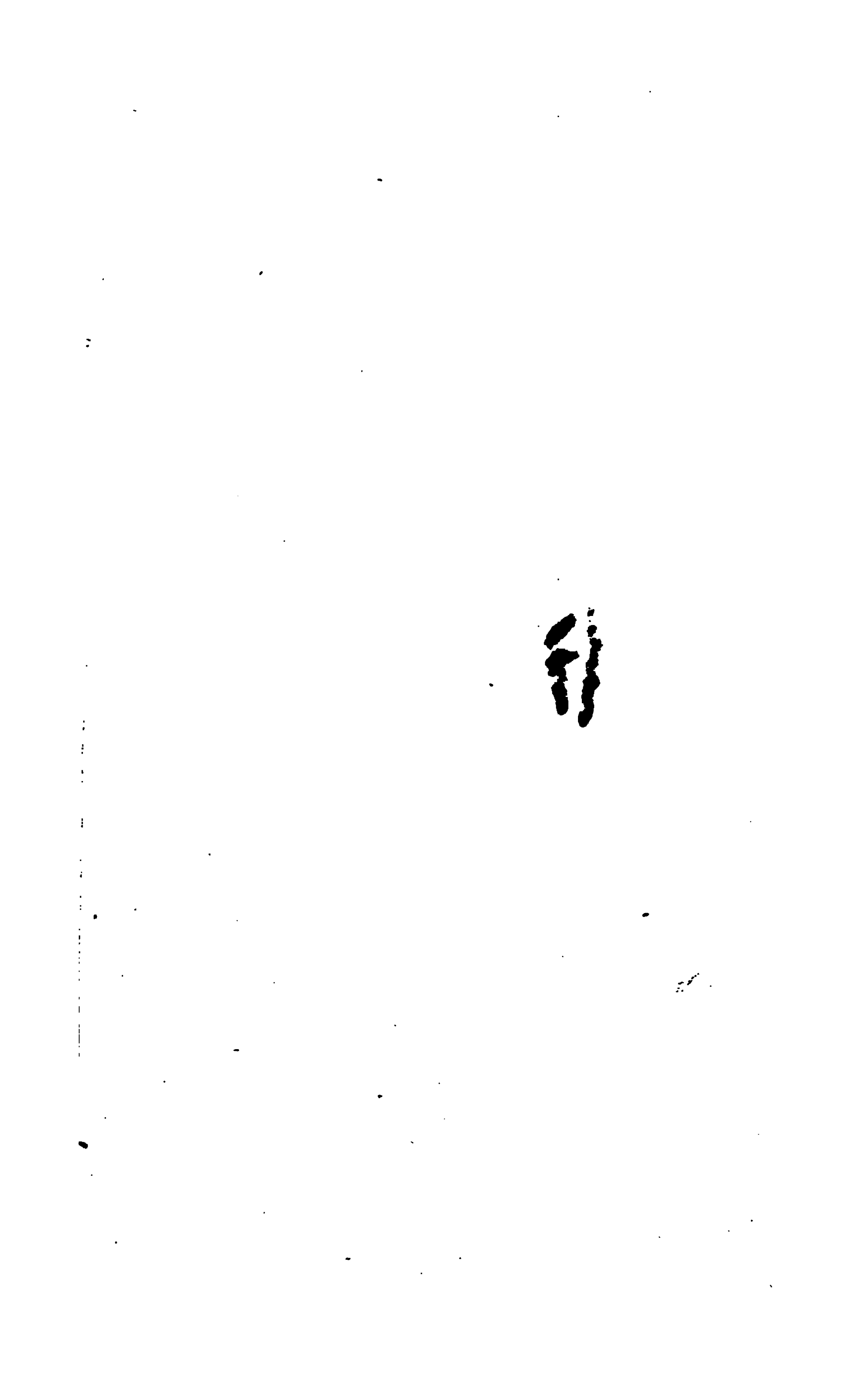
C F B G D A

N 7

A B E F D C

fig. 6.

7 O O



on cherche la résolution dans la Gnomonique sont rectangles, & qu'il y a pour ces sortes de triangles des méthodes particulieres presque toujours beaucoup plus courtes & plus faciles que les générales, nous allons donner ces méthodes propres aux triangles rectangles; nous expliquerons ensuite l'usage des logarithmes, parce que nous nous en servirons souvent dans la suite; après quoi nous donnerons la description du compas à verge, & celle du faux stile dont il est à propos de se servir pour prendre les points d'ombre, ou plutôt des points de lumieres. Ce sont quatre choses qui sont nécessaires pour entendre ce que nous avons à dire touchant les Cadrans, soit Verticaux, soit Inclinés.

De la résolution des Triangles rectangles.

La résolution des triangles rectangles renferme plusieurs cas qui ont rapport aux trois hypothèses que l'on peut faire : sçavoir 1°. que l'on connoisse deux angles & un côté, 2°. deux côtés & un angle, 3°. enfin les trois côtés. Supposons 1°. que dans le triangle BAC rectangle en A on connoisse deux angles & un côté, alors si le côté connu est l'hypotenuse BC on trouvera le côté AB ou AC en faisant la proportion suivante, *Le sinus total est à l'hypotenuse* BC, *comme le sinus de l'angle* B *est au côté* AC. Cette proportion est fondée sur ce que l'on regarde l'hypotenuse BC comme sinus total ou comme rayon, dont le centre est B, auquel cas le côté AC devient sinus de l'angle B. Pareillement pour trouver l'autre côté AB il faut faire une proportion semblable, en disant, *Le sinus total est à l'hypotenuse, comme le sinus de l'angle* C *est au côté* AB; & pour lors on considére l'hypotenuse BC comme rayon, & le point C comme centre; auquel cas AB devient sinus de l'angle C. ART. I. Fig. 1.

2. Quand on a une Table des sécantes, on peut employer l'analogie suivante, dans laquelle on regarde le côté cherché comme sinus total, & alors l'hypote-

nuſe devient la ſécante de l'angle aigu compris entre
Fig. 1. l'hypotenuſe & le côté cherché. *La ſécante de l'angle* B *eſt à l'hypotenuſe, comme le ſinus total eſt au côté* AB.

3. Si le côté connu eſt un de ceux qui forment l'angle droit, comme AB, alors il faut regarder AB comme ſinus total, & le point B comme centre; auquel cas AC devient tangente de l'angle oppoſé B, & BC eſt ſécante du même angle : ainſi pour trouver AC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB, *comme la tangente de l'angle* B *eſt au côté* AC; & pour avoir l'hypotenuſe BC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB *comme la ſécante de l'angle* B *eſt à* BC. Cette derniere analogie ſuppoſe pour la pratique, qu'on a une table des ſécantes : mais ſi on n'en a point, il faudra ſe ſervir de la proportion de l'article ſuivant, afin de trouver l'hypotenuſe.

4. Le côté AB ou AC étant connu on pourroit auſſi regarder l'hypotenuſe BC comme ſinns total, & alors chacun des côtés de l'angle droit feroit ſinus de l'angle oppoſé; ainſi on trouveroit l'hypotenuſe, en diſant, *Le ſinus de l'angle* C *eſt au côté* AB, *comme le ſinus total eſt à* BC.

5. 2°. Quand on connoît deux côtés d'un triangle rectangle avec l'angle droit, on peut trouver les deux autres angles avec le troiſiéme côté. Ce cas en renferme deux autres, parce que les côtés connus peuvent être ou ceux qui contiennent l'angle droit, ou un de ſes côtés avec l'hypotenuſe.

6. Si les deux côté connus terminent l'angle droit, comme AB & AC, il faut faire la proportion ſuivante afin de trouver des angles aigus : *Comme le côté* AB *eſt au ſinus total, ainſi le côté* AC *eſt à la tangente de l'angle oppoſé* B. Cette proportion eſt fondée ſur ce que l'on regarde le côté AB comme rayon, dont le centre eſt le point B, auquel cas le côté AC eſt la tangente de l'angle. Réciproquement, ſi on conſidére AC comme ſinus total, le côté AB devient tangente de

l'angle C; ce qui donne lieu à cette autre proportion, semblable à la précédente, *Comme le coté* AC *est au sinus total, ainsi le côté* AB *à la tangente de l'angle* C. Fig. 1

7. Mais si les deux côtés connus du triangle rectangle sont un des côtés de l'angle droit & l'hypotenuse, comme AB & BC qui contiennent l'angle B, on fera la proportion suivante, pour trouver la valeur d'un des angles aigus; *L'hypotenuse* BC *est au sinus total, comme le côté* AB *au sinus de l'angle opposé* C, ou bien, *Le côté* AB *est au sinus total, comme* BC *est à la sécante de l'angle* B. Dans la premiere de ces deux proportions on considere l'hypotenuse BC comme rayon, & le côté AB comme le sinus de l'angle opposé: dans la seconde, c'est le côté AB que l'on prend pour sinus total ou rayon, & le point B pour centre; & alors l'hypotenuse devient la sécante de l'angle B. On est obligé de se servir de la premiere de ces proportions quand on n'a point de tables des sécantes.

Lorsqu'on connoît un des angles aigus avec deux côtés, on trouve comme dans le premier cas, le troisiéme côté, qui peut être ou l'hypotenuse, ou un des deux qui comprennent l'angle droit.

8. On peut aussi trouver le troisiéme côté d'un triangle rectangle dont on connoît les deux autres côtés, sans chercher auparavant les deux angles aigus: car si on connoît les deux côtés qui contiennent l'angle droit, on ajoutera leurs quarrés ensemble, & on tirera la racine quarrée de la somme; cette racine sera l'hypotenuse: mais si on connoît l'hypotenuse avec un des côtés de l'angle droit, il faut retrancher le quarré de ce côté du quarré de l'hypotenuse, le reste sera le quarré du côté cherché: ainsi il faut tirer la racine quarrée de ce reste, & on aura le côté qu'on cherche. Cette méthode est une suite évidente de l'article 183 du II Livre de nos Elémens de Géometrie, lequel article contient la 47me Proposition du premier Livre d'Euclide.

9. 3°. Lorsqu'on connoît les trois côtés d'un trian-

Fig. 1. gle rectangle, on peut aisément trouver les deux angles aigus. Ce troisiéme cas se rapporte au second, parce que dans un triangle rectangle on connoît toujours un angle, sçavoir l'angle droit : ainsi on dira, *L'hypotenuse est au sinus total, comme le côté opposé à un des angles aigus est au sinus de cet angle.* On pourra dire aussi, *Un des côtés de l'angle droit, comme* AB, *est au sinus total, comme l'autre côté* AC *est à la tangente de l'angle opposé* B. Et encore : *Le côté* AB *est au sinus total, comme l'hypotenuse* BC *est à la sécante de l'angle* B.

10. Ire REMARQUE. Il paroît par ces trois cas, que quand l'hypotenuse est prise pour le rayon, alors les deux autres côtés sont chacun sinus des angles qui leur sont opposés : mais si on prend un des côtés de l'angle droit pour sinus total, l'autre côté de cet angle devient la tangente de l'angle opposé, & l'hypotenuse devient la sécante du même angle : c'est sur cette remarque que sont fondées toutes les analogies du triangle rectangle, comme on pourra aisément l'appercevoir, en faisant attention que les nombres qu'on trouve dans les tables des sinus, des tangentes & des sécantes, sont ceux que les côtés du triangle rectangle contiendroient, en supposant celui qu'on regarde comme sinus total divisé en 100000, ou en 10000000 parties. C'est ce que l'on verra clairement en prenant pour exemple l'analogie du premier cas (art. 3), de laquelle on se sert pour trouver le côté AC, lorsqu'on connoît le côté AB, & l'angle B auquel est opposé le côté AC : en voici l'alterne, *Le sinus total* 100000 *est à la tangente* 107237 *de l'angle* B *de* 47 *deg. comme le côté* AB, que je suppose de 500 toises, *est au côté* AC, que l'on trouvera de 536 toises : c'est comme si l'on disoit : en concevant que le côté AB est partagé en 100000 parties, on trouve par les Tables que le côté AC en contient 107237, ainsi en divisant le côté AB seulement en 500 parties, combien en contiendra l'autre côté AC?

11. II^{de} REMARQUE. Quand on regarde l'hypotenuſe comme ſinus total, il eſt facile de voir que l'analogie que l'on fait alors pour le triangle rectangle eſt la même que celle qui eſt preſcrite dans le premier Problême général de la Trigonométrie.

DE L'USAGE DES LOGARITHMES.

12. Tout le monde ſçait combien l'Addition eſt plus facile que la Multiplication, & la Souſtraction que la Diviſion : ainſi pour faire ſentir tout d'un coup l'utilité des logarithmes, il ſuffit de dire que par leur moyen on réduit la Multiplication en Addition, & la Diviſion en Souſtraction : en un mot les logarithmes ſont ſi utiles pour abréger les calculs, que l'on fait ſouvent dans moins d'une heure par leur ſecours, ce que l'on feroit à peine dans un jour en ne les employant pas.

13. Les logarithmes ſont des nombres en proportion Arithmétique correſpondans à d'autres nombres qui ſont en proportion géométrique : par exemple, ſi on prend les quatre nombres, 3, 6, 4, 8, qui ſont en proportion Géométrique, on trouvera quelles logarithmes qui leur répondent dans la Table, ſçavoir, 4771213, 7781513, 6020600, 9030900 ſont en proportion Arithmétique, puiſque la différence du premier au ſecond eſt la même que celle du troiſiéme au quatriéme.

Le premier des chiffres qui compoſent les logarithmes de tous les nombres depuis l'unité juſqu'à 10,000,000, 000 excluſivement eſt appellé *caracteriſtique.* Dans le logarithme de ce nombre & de ceux qui ſont plus grands, le caracteriſtique contient pluſieurs chiffres. En général il y a autant d'unités dans le caracteriſtique, qu'il y a de chiffres dans le nombre avant celui qui eſt au rang des unités, c'eſt-à-dire, avant le dernier : ainſi le caracteriſtique de tous les nombres naturels depuis 1000 juſqu'à 10000 excluſivement, eſt 3, & celui de 10000 & de tous les nombres juſqu'à 100000 non compris, eſt 4.

14. Pour trouver le produit de deux nombres par le moyen des logarithmes, il faut chercher dans la Table leurs logarithmes & les ajouter enſemble ; leur ſomme ſera le logarithme du produit qui ſe trouvera dans la Table vis-à-vis de cette ſomme : par exemple, ſi je veux avoir le produit de 57 par 34, je cherche dans la Table les logarithmes qui répondent vis-à-vis de ces deux nombres : je trouve 17558748 & 15314789, que j'ajoute enſemble, la ſomme eſt 32873537. Je cherche dans ce logarithme, & je trouve que le nombre qui lui répond eſt 1938 ; ainſi ce nombre eſt le produit de 57 par 34.

15. Pour trouver le quotient d'un nombre diviſé par un autre, en employant les logarithmes, il faut retrancher le logarithme du diviſeur de celui du dividende, le reſte ſera le logarithme du quotient. Pour avoir le quotient du nombre 9642 diviſé par 64, je prends 39841671 & 18061800, qui ſont les logarithmes de 9642 & de 64, & je retranche le ſecond du premier, le reſte 21779871 eſt le logarithme du quotient. Or en cherchant ce reſte dans la Table, je trouve que le logarithme le plus approchant eſt 21760913, auquel répond 150, qui par conſéquent eſt le quotient cherché. Mais il y a un reſte, parce que 21779871 eſt plus grand que 21760913.

16. Pour faire une regle de trois avec les logarithmes, il faut ajouter enſemble les logarithmes des deux moyens connus, & retrancher de la ſomme le logarithme du premier terme, le reſte ſera le logarithme du quatriéme terme cherché. Ainſi pour trouver le quatriéme terme de cette proportion, 425, 1275 · 634. x, j'ajoute enſemble les deux nombres 31055102 & 28020893, qui ſont les logarithmes des moyens ; la ſomme eſt 59075995 : enſuite je retranche de cette ſomme le nombre 26283889, qui eſt le logarithme du premier terme ; le reſte eſt 32792106, c'eſt le logarithme de 1902. Ainſi ce nombre 1902 eſt le qua-

triéme terme cherché. On se sert aussi des logarithmes, soit pour avoir les racines d'un nombre, soit pour en trouver les puissances.

17. Afin de trouver la racine quarrée d'un nombre, il faut prendre la moitié de son logarithme, ce sera celui de la racine cherchée, ainsi pour trouver la racine de 7225, je cherche son logarithme dans la Table, & je trouve 38588379, dont la moitié 19294189 est le logarithme de la racine : je cherche donc cette moitié dans la Table, & je trouve que c'est le logarithme de 85 : ainsi 85 est la racine quarrée de 7225. Si on vouloit avoir la racine cubique d'un nombre, il faudroit prendre le tiers de son logarithme, ce tiers seroit le logarithme de la racine cubique du nombre proposé. Il en est de même à proportion des autres racines.

18. Pour élever un nombre à son quarré, il faut prendre le double de son logarithme, ce sera le logarithme du quarré cherché : je veux par exemple, élever 96 à son quarré : Je trouve dans la Table que le logarithme de 96 est 19822712, dont le double 39645424 est le logarithme de 9216. Ainsi ce nombre est le quarré de 96. S'il s'agit de trouver le cube d'un nombre, on prend le triple de son logarithme. C'est la même chose à proportion pour les autres puissances.

Les logarithmes des sinus, des tangentes & des sécantes, sont appellés sinus, tangentes & sécantes *artificielles*, pour les distinguer des sinus, des tangentes & des sécantes véritables que l'on appelle sinus, tangentes & sécantes *naturelles*, ou simplement sinus, tangentes & sécantes.

19. REMARQUE. Dans l'usage ordinaire on retranche les deux derniers chiffres de chaque logarithme pour abreger le calcul, & le reste suffit, à moins qu'on n'ait besoin d'une exactitude entiere, comme il arrive souvent dans les calculs Astronomiques. Lorsqu'on retranche ainsi les deux derniers chiffres, s'ils valent plus de 50, on ajoute une unité au dernier chiffre du reste pour plus grande exactitude : mais s'ils valent moins de

50, on n'ajoute rien au reste : enfin s'ils valent 50, on peut indifféremment ajouter ou non une unité. S'il s'agit, par exemple, du logarithme de 7225, qui est 38588379, on prend 385884, à cause que les deux derniers chiffres 79 valent plus de 50. La raison de cette pratique est que le chiffre qui suit le 3 étant plus grand que 5 il vaut plus de la moitié d'une unité du 3, puisque la valeur des chiffres d'un nombre augmente en proportion décuple, en allant de droite à gauche. Ainsi en mettant 4, le nombre approche plus du véritable logarithme que si on laissoit 3.

Du Compas a verge.

20. Le Compas à verge est une régle de métail ou de bois, qui a deux pointes d'acier que l'on peut faire glisser pour les éloigner ou pour les approcher. Ces pointes sont attachées au bord de deux boëtes percées à jour, dans lesquelles on fait entrer la regle. Il y a une vis à chaque boëte pour la fixer sur quel endroit on
Fig. 2. veut de la régle. Dans la fig. 2. AB est la régle qui doit avoir environ trois ou quatre pieds : si elle est de bois, il faut que ce soit du cormier, ou quelque autre bois dur & compacte, qui ne soit pas récemment coupé, de peur qu'elle ne se plie. C & D sont les deux boëtes mobiles de cuivre auxquelles sont attachées des pointes d'acier qui doivent être perpendiculaires à la régle. Pour voir plus distinctement les différentes parties de ces boë-
Fig. 3. tes, on en a représenté une en grand dans la fig. 3. la pointe de cette boëte est G, la vis est F : l'une & l'autre est d'acier. L'extrêmité de la vis ne s'applique pas immédiatement sur la régle, de peur qu'elle n'y fasse des empreintes, mais elle pose sur une lame d'acier HL, qui en se pliant vers le milieu serre la régle, & empêche la boëte de glisser.

21. Quand on veut décrire une circonférence avec ce compas, on écarte les deux boëtes jusqu'à ce que la

diſtance des pointes ſoit égale au rayon du cercle à dé- Fig. 3
crire : enſuite on applique une pointe du compas ſur le point qui doit ſervir de centre, & on fait tourner le compas autour de cette pointe, en ſorte que l'autre grave une trace ſur le plan, cette trace ſera la circonférence cherchée. On ſe ſert beaucoup du compas à verge pour marquer ſur un plan les longueurs qu'on veut, afin de rendre l'uſage de ce compas plus étendu & plus commode, il faut y faire une échelle, ou même deux, dont l'une contienne des parties égales, & l'autre marque les longueurs des cordes de différens arcs : pour cet effet le côté de la régle ſur lequel on veut tracer l'échelle, doit avoir environ un pouce & demi de largeur.

22. L'échelle des parties égales doit contenir 2 ou 3 Fig. 4
mille de ces parties marquées de centaine en centaine par des nombres & par des perpendiculaires à des lignes paralleles tirées ſelon la longueur de la régle. Pour ce qui eſt des parties intermédiaires depuis le commencement d'une centaine juſqu'à la fin, on les marque par dix paralleles tirées, comme nous venons de dire, ſelon la longueur de la régle, & par dix tranſverſales tracées entre le commencement & la fin de chaque centaine, enſorte que toutes les paralleles ſont également éloignées l'une de l'autre, & de même les tranſverſales ſont auſſi à égale diſtance l'une de l'autre. (Nous ne comptons que dix paralleles, parce que nous n'y comprenons pas celle qui paſſe par les commencemens des perpendiculaires & des tranſverſales.) Pour faire concevoir clairement la conſtruction de cette échelle, nous avons fait graver la fig. 4. qui repréſente une partie d'un côté de la régle ſur lequel cette échelle ſe trouve. AB ou *ab* contient cent parties, BC en contient auſſi cent, &c. Les perpendiculaires B*b*, C*c*, déſignent la fin de chaque centaine, & pour marquer les parties intermédiaires, on ſe ſert des paralleles telles que 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 7-7, 8-8, 9-9, 10-10, & des tranſverſales, comme AI, I-II, II-III, III-IV,

Fig. 4. IV—V, V—VI, VI—VII, VII—VIII, VIII—IX, IX—X, qui ſont dans l'eſpace de chaque centaine. Ce ſont les interſections des paralleles & des tranſverſales qui déſignent le nombre des parties depuis le commencement de la regle juſqu'à ces interſections : c'eſt-à-dire, que les interſections de la premiere tranſverſale d'une centaine avec les dix paralleles déſignent les dix premieres parties : pareillement les interſections de la ſeconde tranſverſale avec les dix paralleles déſignent les dix parties ſuivantes : ainſi des huit autres tranſverſales. D'où il paroît que la fin ou la dixiéme interſection de la derniere tranſverſale ſe doit réunir avec la perpendiculaire qui termine la centaine. Pour plus grande facilité on marque auſſi les cinquantaines par des perpendiculaires, comme V—V.

23. On voit donc par ce qu'on vient de dire, que pour avoir la longueur qu'occupe un certain nombre de parties, par exemple 147, il faut prendre l'eſpace de la premiere centaine, enſuite celui qui eſt entre le commencement de la premiere & la fin de la quatriéme tranſverſale de la ſeconde centaine, parce qu'il y a quatre dixaines marquées par le 4 : enfin on ajoutera encore l'eſpace qui eſt entre la quatriéme tranſverſale & la ſeptiéme interſection de la cinquiéme tranſverſale, à cauſe des ſept unités : la ſomme de tous ces eſpaces ſera la longueur 7 DE des 147 parties.

24. Pour ce qui eſt de l'échelle des cordes, il eſt à propos de la faire ſur le côté oppoſé, s'il eſt plus large que les deux autres qui reſtent : en voici la conſtruction, qui reſſemble beaucoup à celle de l'échelle des parties égales, qui doit être comme la baſe & le fondement de celle-ci. On ſuppoſe donc le rayon du cercle dont on veut marquer les cordes, égales à 1000 parties de la premiere échelle, je veux dire, de celle des parties égales, ou du moins à un nombre qui ſoit formé des aliquotes de 1000, comme 500, ou 800, ou 1200, ou 1500, ou 2000, &c. Pour plus grande facilité

facilité nous supposerons ici ce rayon de 1000 parties. Or le rayon est égal à la corde de 60 degrés. Ainsi la corde de 60 dégrés doit contenir 1000 parties de la premiere échelle. On tire donc une ligne perpendiculaire aux paralleles que je suppose tracées selon la longueur de la regle, comme dans la premiere échelle, laquelle perpendiculaire réponde à celle qui désigne 1000 parties égales dans la premiere échelle. Pour avoir le nombre des parties que doivent contenir les autres cordes, il faut chercher dans une table ordinaire les sinus des arcs qui ne sont que la moitié de ceux dont on veut avoir les cordes, & retrancher de chaque nombre qui exprime ces sinus, autant de chifres qu'il y en a de plus au sinus total de la table qu'au nombre 1000, qui est le sinus total de l'échelle. Par exemple, pour avoir la corde de 30 degrés, je cherche le sinus de 15, qui est 25881 : mais comme ce nombre suppose le rayon ou le sinus total de 100000, & qu'il ne doit être que de 1000 sur l'échelle, il faut retrancher les deux derniers chifres de 25881, parce qu'il y a deux zéros de moins dans 1000 que dans 100000. Par conséquent le sinus de 15 degrés en supposant le rayon de 1000, contient 258 parties, ou plutôt 259, à cause du premier chifre retranché 8, qui vaut plus de la moitié d'une unité du 8 précédent. Or on sçait que la corde d'un arc est double du sinus de la moitié de cet arc : ainsi pour avoir la corde de 30 dégrés, il faut multiplier le sinus de 15 dégrés, qui est 259 par 2, & le produit 518 sera la corde de 30 degrés, qui a 1000 pour rayon. On trouve de la même maniere les cordes des autres arcs.

25. Quand on a trouvé les cordes de tous les degrés depuis 1 jusqu'à 90, on les marque sur le côté de la regle par des perpendiculaires aux paralleles, comme nous avons dit par rapport à la corde de 60 degrés, & on écrit sur ces perpendiculaires de cinq en cinq, ou de dix en dix les nombres qui désignent les degrés de

ces cordes : par exemple, on écrit 35 sur la perpendiculaire qui désigne la fin de la corde de 35 degrés.

26. De plus on tire une transversale du commencement de chaque perpendiculaire à la fin de la suivante: ces transversales coupent les dix paralleles, & les dix points d'intersections marquent les minutes d'un degré de six en six, parce que le degré contenant 60 minutes, la dixiéme partie en contient six. Il est vrai que les intersections de ces transversales supposent que les différentes cordes qui se rapportent au même degré, par exemple, celles de 35^{d} 6′, de 35^{d} 12′, de 35^{d} 18′, de 35^{d} 24′ & de 36^{d}, ont des différences égales, ou bien, croissent en proportion arithmétique, ce qui néanmoins n'est pas dans l'exacte vérité : mais cela ne peut causer d'erreur sensible, puisqu'à peine peut-on s'appercevoir de l'inégalité entre les deux espaces que renferment deux degrés qui se suivent, par exemple, entre l'espace qui est depuis le 35me degré au 36me, & celui qui est depuis ce 36me jusqu'au 37me.

27. Comme l'erreur inséparable de la pratique est moindre à proportion en employant de grandes mesures qu'en se servant de petites, il est à propos de construire l'échelle des cordes, en supposant le rayon de 2000 parties au lieu de 1000, & pour lors on trouvera les nombres des parties que les différentes cordes contiennent en doublant ou en multipliant par 2 les nombres qui expriment des cordes semblables, lesquelles supposent le rayon de 1000. Ainsi la corde de 30 degrés étant de 518 parties quand le rayon en contient 1000, elle sera de 1036 parties, en supposant le rayon de 2000.

28. Il paroît par-là qu'une seule échelle des cordes suffit, & peut suppléer à plusieurs autres en augmentant ou en diminuant le nombre des parties de l'échelle faite sur le côté d'une regle : par exemple, connoissant par une échelle dont le rayon est de 2000 parties, que la corde de 30 degrés en contient 1036, jen conclus

que si le rayon étoit de 3000 parties, la corde semblable en contiendroit 1554, parce que comme 3000 contient 2000 plus la moitié de 2000, de même 1554 contient 1036 plus la moitié de 1036.

29. On peut aisément par le moyen de cette échelle des cordes faire sur un plan avec le compas à verge un angle de tant de degrés qu'on voudra : pour cela il faut Fig. 5. d'abord tracer sur ce plan une ligne droite, comme AB, dont je suppose que l'on prenne le point A pour être le sommet de l'angle : ensuite on décrira de ce point comme centre, & d'un intervalle égal au rayon de l'échelle, ou à la corde de 60 degrés, un arc de cercle indéfini qui coupe la ligne AB au point B. Afin de décrire cet arc il faut fixer une boëte, que j'appelle la premiere, au commencement de la regle, comme est celle qui est marquée C dans la figure 2; ensuite on éloignera la seconde, ensorte que le bord auquel est attachée la pointe, réponde à la corde de 60 degrés. (La premiere boëte doit toujours être ainsi fixée quand on se sert de ce compas, soit pour faire des angles, soit ponr prendre des longueurs). Quand ce premier arc sera décrit, on écartera la seconde boëte du compas à verge de la premiere, ensorte que la distance des deux pointes soit égale à la corde de l'angle à décrire, que je suppose, par exemple, de 50 degrés; & on mettra une des pointes du compas sur le point B, pour décrire de ce point, comme centre, avec l'intervalle égal à la corde de 50 degrés, un second arc qui coupe le premier au point C. Je dis que si on tire une ligne du sommet A au point C, on aura l'angle BAC de 50 degrés. Cela est évident, puisque si on tire une droite BC, ce sera une corde de 50 degrés; & par conséquent l'arc BC que cette corde soutient est de 50 degrés, d'où il suit que l'angle BAC dont cet arc est la mesure, est aussi de 50 degrés.

30. Quoiqu'il n'y eût point d'échelle pour les cordes sur le compas à verge, on pourroit néanmoins

Fig. 5. faire un angle de quelle grandeur on voudroit, pourvu qu'il y eût une échelle de parties égales : mais alors il faudroit avoir une table des sinus. Pour cet effet on décrira, comme nous avons dit, du point A comme centre, & d'un intervalle égal au rayon, que je suppose de 2000 parties, un arc qui coupe la ligne AB au point B. Après cela on cherchera par le moyen de la table des sinus quelle doit être la corde de 50 dégrés, en supposant le rayon de 2000 parties. On trouvera cette corde par la méthode expliquée dans la construction de l'échelle des cordes (24 & 27) : dans notre exemple elle est de 1690 parties. On fera le reste comme nous venons de le dire.

31. Il est aisé par cette méthode d'élever une perpendiculaire sur une ligne d'un point donné dans cette ligne : car pour cela il n'y a qu'à faire un angle droit, qui ait son sommet à ce point. Or pour faire un angle droit il suffit de prendre une corde de 1414 parties, si le rayon est de 1000 ; ou de 2828, si le rayon est de 2000, parce que 1414 est le double du sinus de 45 dégrés quand le rayon est de 1000.

32. On se sert pareillement du compas à verge pour connoître la grandeur d'un angle tracé sur un plan, tel qu'un angle BAC. Pour cela, après avoir pris une distance des deux pointes du compas égale au rayon de l'échelle des cordes, lequel est de même longueur que la corde de 60 degrés, il faut décrire du sommet A comme centre, & de cette distance, un arc qui coupe les deux côtés de l'angle, & prendre ensuite la longueur de la corde de l'arc compris entre les deux côtés : cette corde fera connoître la grandeur de l'angle.

33. S'il n'y avoit point d'échelle des cordes sur le compas, mais seulement celle des parties égales ; après avoir décrit un arc, comme on vient de le dire, il faudroit chercher par une Regle de trois à quel angle appartiendroit la corde dont on auroit trouvé la longueur : les trois premiers termes de cette regle sont

le rayon de l'arc qu'on a décrit entre les deux côtés de l'angle, que je ſuppoſe de 2000 parties; la corde trouvée que je ſuppoſe de 1690, & le rayon de 1000 parties. Dans cette hypothèſe on trouvera le nombre 845 pour quatriéme terme, lequel eſt la corde d'un angle égal à celui qu'on cherche; c'eſt, dis-je, la corde de cet angle, en ſuppoſant le rayon de 1000 parties. Or pour trouver par le moyen des tables quel eſt l'angle de cette corde, il faut en prendre la moitié, ſçavoir, $422\frac{1}{2}$ ou 422, ce ſera le ſinus de la moitié de l'angle, dont on veut connoître la grandeur. On cherchera donc dans les tables des ſinus quel eſt l'angle dont 422 eſt le ſinus, en obſervant que comme 1000 contient deux zéros de moins que 100000, qui eſt le ſinus total des tables, de même auſſi il faut retrancher les deux derniers chifres du ſinus, tel qu'il eſt dans les tables; & pour lors on trouvera que 422 eſt le ſinus de 25 degrés; par conſéquent 845 eſt la corde de 50 degrés, le rayon étant de 1000 parties. Ainſi la corde 1690 eſt auſſi celle de 50 degrés, en ſuppoſant le rayon de 2000. Fig. 5.

34. Quand on ſuppoſe le rayon de 2000 parties, comme nous l'avons fait, il eſt plus court de prendre tout d'un coup le quart de la corde qu'on a meſurée, c'eſt le ſinus de la moitié de l'angle cherché, dont le rayon eſt 1000. Ainſi dans notre exemple il ſuffit de prendre le quart de la corde 1690, on trouvera 422, qui, comme nous l'avons vu, eſt le ſinus de la moitié de l'angle cherché. Si le rayon de l'arc qu'on a décrit étoit ſeulement de 1000, il ne faudroit prendre que la moitié de la corde compriſe entre les deux côtés, ce ſeroit le ſinus de la moitié de l'angle contenu entre ces côtés.

35. Tout le monde n'ayant pas la facilité d'avoir un compas à verge tel qu'on vient de le repréſenter, on en peut faire un ſoi-même de la maniere ſuivante: on prendra une regle de bois, qui ait environ trois pieds & demi, & qui ſoit par-tout de même groſſeur. On tra-

cera une ligne droite le long de cette regle, que l'on divifera en parties égales avec un compas ordinaire. Pour cet effet on ouvrira le compas de façon que la diftance des pointes foit à peu près égale à un pouce 8 lignes, & on portera les pointes du compas fucceffivement d'un bout à l'autre de la ligne, en gardant toujours la même ouverture du compas. On obfervera les points de la ligne marqués par les pointes, & on tirera par ces points des perpendiculaires à la ligne qui fera alors divifée en parties égales qu'il faudra confidérer comme des centaines. On divifera chaque centaine en deux parties égales qui feront des cinquantaines, & on tirera par les points de divifion des perpendiculaires moindres que les premieres. On divifera de même par les points chaque cinquantaine en cinq parties égales qui feront des dizaines, & on tirera encore par ces points des perpendiculaires moindres que celles qui marquent les cinquantaines; enfin on divifera chaque dizaine en deux parties égales, & par les points de divifion on tirera des perpendiculaires qui foient plus petites que celles des dizaines : on mettra les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. fur les perpendiculaires qui font à la fin des centaines, dont la premiere eft celle qui eft la plus proche de la pointe immobile dont nous allons parler : la ligne ainfi divifée eft ce qu'on appelle l'échelle. Quand l'échelle eft faite, ou même avant, il faut attacher à la regle une pointe de fer ou plutôt d'acier, qui ait environ un pouce & demi, fans compter la partie enfoncée dans le bois. Le fommet de cette pointe doit répondre précifément au commencement de l'échelle. Enfin on fera faire une boëte de cuivre ou de fer, au bord de laquelle foit attachée une autre pointe d'acier égale à la premiere : cette boëte doit être dans fon intérieur égale à la groffeur de la regle, afin qu'elle puiffe gliffer d'un bout à l'autre de cette regle. On aura alors un compas à verge dont on pourra fe fervir pour tracer un Cadran. L'inftrument dont les Cordonniers

se servent pour prendre mesure de souliers, est un compas à verge où il y a deux boëtes, dont l'une est immobile & l'autre mobile. Elles portent au lieu de pointes d'acier des languettes de bois perpendiculaires à la regle, de même que les pointes de notre compas. Il seroit bon aussi d'avoir un compas ordinaire dont chaque branche eût environ un pied & demi de longueur. Les Tailleur de pierre en ont de cette grandeur, qui sont de fer.

DESCRIPTION ET USAGE du faux Stile.

36. Le faux stile est ainsi appellé, parce qu'on ne l'emploie que pour tracer le Cadran, & non pas pour marquer les heures après qu'il est tracé. Il ne sert même, comme nous le verrons dans la suite, que pour prendre la déclinaison du plan, laquelle étant une fois connue, on n'a plus besoin du faux stile.

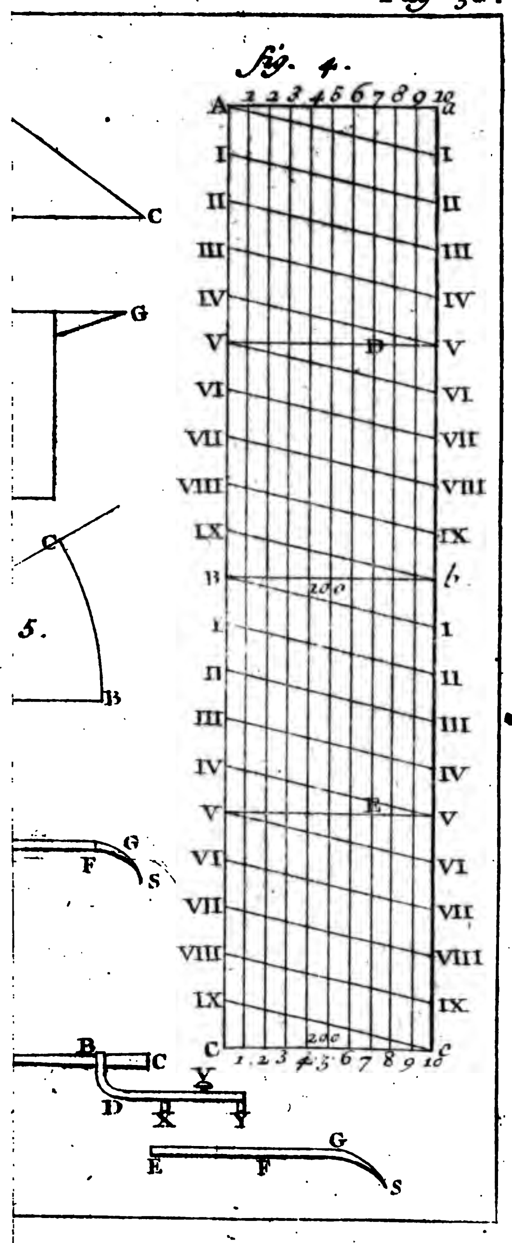
37. Ce stile peut être composé de deux ou de trois piéces : nous supposons d'abord qu'il n'en contient que deux, sçavoir, une verge de fer recourbée & une plaque ronde de fer ou de cuivre, qui s'attache à l'extrêmité de la verge de fer par une vis. On peut distinguer deux parties dans cette verge de fer recourbée, sçavoir, le tronc ABCDE & la branche ES. On enfonce la partie *Fig. 6.* droite ABC du tronc dans le mur dont le profil ou la coupe selon l'épaisseur, est représenté par MR ; ensorte que cette partie ABC soit à peu près perpendiculaire au plan du mur. La partie recourbée FG doit être une vis que l'on fait entrer dans un écrou qui tient à la plaque, & l'extrêmité GS doit finir en pointe. Le faux stile doit avoir environ deux pieds de longueur, ou même davantage.

Pour ce qui est de la plaque qu'on attache par une vis à l'extrêmité du stile, il est bon qu'elle ait $3\frac{1}{2}$ pouces ou quatre pouces de diametre. Il doit y avoir

dans le milieu un trou rond d'environ deux lignes & demie de diametre pour laisser passer les rayons du soleil qui vont tomber sur le plan. On fait entrer la vis dans l'écrou de la plaque jusqu'à ce que la pointe du stile soit au centre du trou rond qui est au milieu.

38. Nous avons dit que le stile peut être composé de trois piéces; alors le tronc & la branche sont deux piéces qui peuvent être séparées l'une de l'autre, com-
Fig. 7. me on voit par la figure 7, dans laquelle la branche EFS ne tient au tronc que par les deux anneaux X & Y, & par la vis V, qui serre la branche contre les anneaux dans lesquels on a inséré la branche. Ce stile ne differe en rien du premier par rapport à la plaque ronde, qui est la troisiéme piéce. Il a été inventé afin de pouvoir diminuer ou augmenter la longueur du stile en insérant plus ou moins avant la branche dans les anneaux du tronc; & en cela ce second stile est préférable au premier. C'est Mr Deparcieux, Maître de Mathématiques, très-versé dans la théorie & la pratique des Cadrans, qui a imaginé de séparer la branche d'avec le tronc, afin d'allonger ou de racourcir le faux stile selon les besoins: il a aussi beaucoup perfectionné le compas à verge, en y ajoutant l'échelle des parties égales, & celle des cordes, & en disposant les deux pointes, comme nous l'avons dit. L'échelle des parties égales est nécessaire pour mesurer les longueurs des lignes: celle des cordes sert à connoître les angles déja décrits, & à en faire de quelle grandeur on veut sur un plan. En un mot ces deux échelles ajoutées au compas à verge rendent cet instrument aussi commode qu'on le puisse desirer.

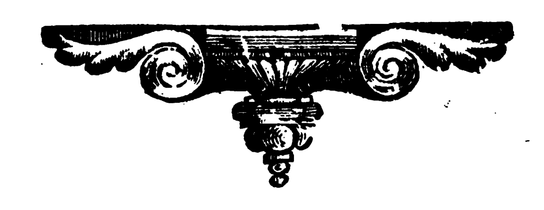
39. Comme le sommet du stile qui est au centre du trou de la plaque est une pointe assez fine, on n'apperçoit pas l'ombre de ce sommet, mais seulement la lumiere du soleil qui passe par le trou, & on marque un point au milieu de cette lumiere, soit ronde, soit ovale, lequel est communément appellé le point d'ombre, parce que ce seroit sur ce point que tomberoit l'ombre du

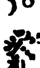

fig. 4.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
A
a
I
II
III
IV
V
D
VI
VII
VIII
IX
B
b
200
I
II
III
IV
V
E
VI
VII
VIII
IX
C
c
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
C
G
5.
B
G
F
S
B
C
Y
D
X
Y
G
E
F
S

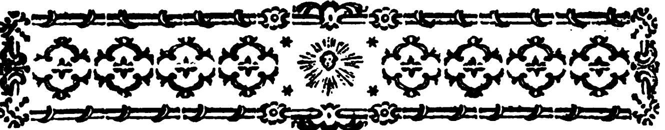
ſommet du ſtile, ſi cette ombre n'étoit pas diſſipée par la lumiere environnante. Nous enſeignerons dans la ſuite comment on trouve le pied du ſtile, c'eſt-à-dire, le point du plan que rencontreroit une ligne tirée du ſommet perpendiculairement ſur le plan.

40. On pourroit ſupprimer dans le faux ſtile la pointe & la vis qui tient la plaque, & attacher cette plaque à la branche du ſtile par une autre vis, à peu près comme cette branche eſt attachée au tronc : cela donneroit lieu de trouver facilement le pied du ſtile avec une plaque appliquée au mur, de la maniere dont nous l'expliquerons dans le premier Problême préliminaire ſur les Cadrans déclinans. On prendroit pour lors la hauteur du ſtile avec la verge de fer dont on ſe ſerviroit pour marquer le pied du ſtile, ou même avec une baguette de bois dont on meſureroit la longueur avec l'échelle des parties égales du compas à verge.

Si on n'a pas la commodité de ſe ſervir d'un faux ſtile tel à peu près que celui dont nous venons de donner la deſcription, il faut prendre une verge de fer d'environ deux pieds ou deux pieds & demi, dont l'extrêmité qui ſera hors du mur finiſſe en une pointe émouſſée. On le fera ſceller un peu obliquement dans le mur, afin que le pied du ſtile ſoit à quelque diſtance de l'endroit où ce ſtile pénétrera dans le mur.







LIVRE SECOND.

DES CADRANS VERTICAUX.

CE Livre qui eſt plus long que les autres ſera partagé en trois ſections : la premiere contiendra pluſieurs notions ſur les Cadrans verticaux ou inclinés en général, la maniere de tracer des Cadrans réguliers Méridionaux, Septentrionaux, Orientaux & Occidentaux ; enfin la notion & les propriétés du centre diviſeur. La ſeconde renfermera pluſieurs Problêmes préliminaires qui ſervent à la deſcription des Cadrans verticaux. Dans la troiſieme nous expoſerons différentes méthodes pour tracer des Cadrans ſolaires.

PREMIERE SECTION.

ART. I. On appelle Cadrans *Verticaux*, comme nous l'avons déja dit, ceux dont les plans ſont perpendiculaires à l'horiſon : tels ſont ceux que l'on trace ordinairement ſur les ſurfaces des murs ; car ces ſurfaces ſont ſenſiblement verticales. Il y en a quatre qu'on appelle *Réguliers*, ſçavoir, deux que l'on fait ſur le plan du premier vertical, l'un ſur la ſuperficie qui eſt tournée vers le midi, & qu'on appelle pour cette raiſon *Méridional*, l'autre ſur la ſuperficie qui regarde le Septentrion, & qu'on appelle *Septentrional ;* & les deux autres qu'on trace ſur le plan du méridien, dont l'un s'appelle *Oriental*, & l'autre *Occidental*, parce que le premier eſt directement tourné du côté de l'Orient, & le ſecond vers l'Occident. Les autres Cadrans verticaux s'appellent quelquefois *Irréguliers ;* on les appelle auſſi *déclinans*, parce que leurs plans ſont des angles obliques avec le premier vertical.

Avant d'exposer la maniere de faire des Cadrans réguliers, il est à propos de faire quelques observations.

2. 1°. Pour mieux entendre ce que nous avons à dire, il faut remarquer qu'on peut représenter la moitié du Ciel sur un plan, sçavoir, celle vers laquelle il est tourné. S'il s'agit d'un plan horisontal, la moitié du ciel qu'on peut représenter sur le plan est toute entiere sur l'horison. Quant aux plans verticaux, la moitié du ciel qu'on y peut représenter est coupée en deux parties égales par l'horison, d'ont l'une est au-dessus, & l'autre au-dessous de ce cercle. Enfin la moitié du Ciel vers laquelle est tourné un plan incliné est coupée en deux parties inégales par l'horison, dont la supérieure est d'autant plus grande que l'inclinaison de ce plan, ou l'angle aigu qu'il fait avec l'horison, est moindre.

3. 2°. Afin de connoître sur quel point du plan auquel je suppose un stile attaché, on doit marquer un point particulier de la moitié du ciel vers laquelle est tourné le plan, il faut concevoir une ligne droite tirée de ce point du ciel, laquelle passe par le sommet du stile, le point du plan auquel aboutira cette ligne, sera celui qui représentera le point du ciel duquel on conçoit la ligne tirée.

4. 3°. Il suit de-là que les grands cercles de la sphere doivent être représentés sur le plan par des lignes droites : car le sommet du stile n'étant pas sensiblement éloigné du centre de la Terre, eu égard à la distance immense du Ciel, on peut regarder ce point comme le centre de tous les grands cercles de la sphere : par conséquent toutes les lignes droites tirées des points de la circonférence de chaque cercle au sommet du stile sont dans le plan de ce même cercle, puisqu'elles en sont des rayons : toutes ces lignes prolongées jusqu'au plan auquel est attaché le stile, aboutiront donc à des points qui seront compris dans l'intersection de ce plan avec celui du cercle. Or l'intersection d'un plan par un autre ne peut être qu'une ligne droite.

Ainſi tous les points auxquels aboutiſſent les lignes tirées de la circonférence d'un grand cercle, ſeront dans une ligne droite. Donc ce grand cercle ou ſa circonférence doit être repréſenté par une ligne droite.

5. 4°. Au contraire les petits cercles de la ſphere, ou plutôt leurs circonférences, doivent être repréſentés ſur un plan par des lignes courbes : car comme le centre de la terre ou le ſommet du ſtile n'eſt pas dans le plan de ces cercles, les lignes tirées de la circonférence de quelqu'un de ces cercles, par exemple, d'un tropique au ſommet du ſtile ne ſeront pas dans le plan de ce cercle; mais elles ſeront dans la ſurface d'un cone qui a le même ſommet que le ſtile, & qui a pour baſe le cercle dont il s'agit. Que ſi on conçoit que ces lignes ſont prolongées juſqu'au plan du ſtile, elles formeront la ſurface d'un cone oppoſé au premier par le ſommet, & l'interſection de cette ſurface avec le plan ſera la ligne qui repréſentera la circonférence du petit cercle. Or il eſt évident que cette interſection ne ſera pas une ligne droite, mais quelques-unes des ſections coniques : ce ſeroit la circonférence d'un cercle, ſi le plan étoit parallele au cercle repréſenté, parce que la partie du plan compriſe dans la ſurface du cone, & le cercle repréſenté ſeroient pour lors des ſections ou des figures ſemblables, à cauſe de leur paralleliſme.

6. 5°. Les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la ſphere perpendiculaires au plan du Cadran paſſent toujours par le pied du ſtile : car ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, puiſqu'on le regarde comme le centre de la Sphere ou du Monde. D'ailleurs comme on les ſuppoſe perpendiculaires au plan du Cadran, de même que la hauteur du ſtile, il faut qu'ils paſſent auſſi par tous les points de cette hauteur, & par conſéquent par ſon pied; donc les lignes droites qui ſont les interſections de ces cercles avec le

plan du Cadran, doivent paſſer par ce pied.

7. 6°. Par une raiſon contraire les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la ſphere qui ſont obliques ſur le plan du cadran, ne paſſent point par le pied du ſtile. Car comme ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, s'ils paſſoient auſſi par le pied du ſtile, ils ſeroient alors perpendiculaires au plan, ainſi que la hauteur elle-même : ce qui eſt contre l'hypothèſe.

8. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous établirons la propoſition ſuivante, que nous avons ſuppoſée ailleurs (art. 12. prélim.) Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſection que forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre. Pour trouver la vérité de cette propoſition, nous nommerons A & B les deux premiers plans qui ſont perpendiculaires entre eux, dont le premier, A, eſt auſſi perpendiculaire au troiſiéme, C. Afin d'aider l'imagination, que le plan ſur lequel la premiere figure eſt gravée, ſoit le plan que nous appellons C, & que la commune interſection du plan A avec C ſoit la ligne EF, & celle du plan B avec C ſoit GH. Cela poſé, je démontre ainſi la propoſition : puiſque A eſt perpendiculaire à C, le plan C l'eſt auſſi au plan A : d'ailleurs par l'hypothèſe, B eſt perpendiculaire au plan A : donc B & C étant perpendiculaires à A, GH, commune ſection de B & de C, l'eſt au même plan A : & par conſéquent GH fait des angles droits avec toutes les lignes du plan A qu'elle rencontre : elle eſt donc perpendiculaire à EF, qui eſt une ligne de ce plan. Fig. 1.

9. On peut ſe ſervir de la même figure pour faire voir que ſi deux plans, comme A & B, ſont chacun perpendiculaires au troiſiéme, C, (il n'eſt pas néceſſaire ici qu'ils ſoient perpendiculaires entre eux) l'angle

g. 1. EOG que forment leurs interſections EF & GH eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux plans A & B : ou, ce qui revient au même, l'angle EOG ou ſon ſupplément EOH, eſt la meſure de l'inclinaiſon des deux plans A & B : car ces deux plans étant chacun perpendiculaires au troiſiéme, réciproquement ce troiſiéme plan eſt auſſi perpendiculaire à ces deux. Or ce plan C coupant perpendiculairement les deux autres, on prend l'angle EOG ou EOH que font les communes ſections EF & GH de ce plan avec les deux premiers pour la meſure de l'inclinaiſon de ces deux plans. Si ces deux angles EOG & EOH ſont droits, on peut prendre l'un ou l'autre indifféremment pour la meſure de l'inclinaiſon des deux premiers plans : mais ſi ces angles ſont inégaux, c'eſt celui qui eſt aigu qui eſt la meſure de cette inclinaiſon.

10. La ligne horiſontale eſt l'interſection du plan du cadran par un plan horiſontal que l'on imagine paſſer par le ſommet du ſtile. Il paroît par cette définition qu'il n'y a point de ligne horiſontale ſur le cadran de même nom, parce qu'un plan horiſontal, c'eſt-à-dire, parallele à l'horiſon, ne peut couper le plan de ce cadran. Mais il y en a une dans les cadrans verticaux & dans les inclinés.

11. La ligne horiſontale paſſe par le pied du ſtile des cadrans verticaux (6), parce que le plan horiſontal eſt perpendiculaire au plan vertical. Par la raiſon contraire, elle ne paſſe pas par ce point lorſque le cadran eſt incliné.

12. Tous les points qui ſont dans la partie inférieure de la moitié du ciel vers laquelle eſt tourné un plan vertical ou incliné, doivent être repréſentés au-deſſus de la ligne horiſontale, & tous ceux qui ſont dans la partie ſupérieure doivent être marqués au-deſſous de cette ligne. Ainſi quand dans la partie ſeptentrionale du Monde le plan du Cadran vertical ou incliné eſt tourné vers la moitié du ciel qui contient le pole mé-

ridional, le centre du cadran, qui eſt le point du plan qui repréſente ce pole, eſt au-deſſus de l'horiſontale, parce que le pole méridional eſt au-deſſous de l'horiſon. Par la raiſon contraire, lorſque le cadran eſt tourné vers le pole ſeptentrional, le centre doit être au-deſſous de l'horiſontale. Pour ſentir la vérité de ce que nous diſons ici, il ſuffit de concevoir des lignes tirées de ces points du Ciel au plan, leſquelles paſſent par le ſommet du ſtile.

13. La verticale du plan eſt l'interſection du plan par un cercle vertical perpendiculaire au plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. Ce cercle eſt appellé *le vertical du plan.* La verticale du plan rencontre le pied du ſtile (6), parce que le cercle qui la forme eſt perpendiculaire au plan.

14. Cette verticale du plan eſt toujours perpendiculaire à l'horiſontale, ſoit ſur les plans verticaux, ſoit ſur les inclinés : car tout cercle vertical étant perpendiculaire à l'horiſon, & le vertical dont il s'agit l'étant auſſi au plan du cadran, il faut que les interſections faites ſur ce plan par ce cercle vertical, & par l'horiſon ſoient auſſi perpendiculaires (8) l'une ſur l'autre.

15. La ſouſtilaire eſt l'interſection du plan du cadran par un méridien perpendiculaire à ce plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. La ſouſtilaire paſſe non-ſeulement par le pied du ſtile (6), parce qu'elle eſt formée par un plan perpendiculaire à celui du Cadran, mais auſſi par le centre du cadran : ce que l'on prouve de la même maniere que nous avons montré (art. 8 prélim.) que les lignes horaires paſſent par ce point.

16. La ſouſtilaire eſt auſſi appellée quelquefois *Ligne méridienne du plan*, parce qu'elle repréſente le *méridien du plan*, c'eſt-à-dire, celui qui eſt perpendiculaire au plan du cadran. Mais il ne faut pas confondre cette méridienne du plan avec la méridienne

du lieu qui se nomme simplement méridienne, & dont nous avons donné la définition (art. 13. prélim.) Pour mieux sentir la différence qu'il y a entre ces deux lignes, il faut prendre quelque corps, par exemple, un morceau de bois dont un des côtés soit une superficie plane, sur laquelle on élevera un stile perpendiculairement, auquel cas le pied du stile n'est pas différent du point du plan que ce stile rencontre. Si cette superficie plane est située horisontalement, la méridienne ne sera qu'une même ligne avec la soustilaire, parce qu'alors le méridien du lieu étant perpendiculaire au plan, il devient aussi le méridien de ce plan : mais si on incline un peu ce plan vers l'orient ou vers l'occident autour d'une ligne parallele à l'horison, laquelle tende du nord au sud, le méridien du lieu que l'on conçoit toujours passer par l'extrêmité du stile, ne rencontrera pas le pied, mais il tranchera le plan au-dessous de ce point; & par conséquent la ligne méridienne sera au-dessous du pied du stile : au contraire, la soustilaire passera toujours par ce point, puisqu'elle est formée par le méridien qui est perpendiculaire au plan, & qui rencontre le sommet du stile. Soit donc qu'on tourne le plan à l'orient ou à l'occident, de sorte qu'il fasse des angles obliques avec l'horison, la méridienne prolongée jusqu'au centre du cadran sera inférieure à la soustilaire. Par conséquent lorsqu'on abaissera le côté oriental du plan, la méridienne sera à l'orient de la soustilaire : lorsqu'au contraire on abaissera le côté occidental, la méridienne se trouvera à l'occident de la soustilaire.

17. La soustilaire est toujours perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes sortes de cadrans (8), parce que ces deux lignes représentent deux cercles qui se coupent perpendiculairement, sçavoir, un méridien & l'équateur : & que d'ailleurs le méridien par l'intersection duquel la soustilaire est formée, est perpendiculaire au plan du cadran.

18. La

18. La ligne de six heures est l'intersection du plan du Cadran avec le sixiéme cercle horaire, lequel est coupé à angles droits par le méridien. Cette ligne de six heures passe nécessairement par le point d'intersection de la ligne équinoctiale & de la ligne horisontale, c'est-à-dire, que ces trois lignes ont un même point d'intersection, quand elles se coupent. La raison en est que dans la Sphere le sixiéme cercle horaire, l'équateur & l'horison, se coupent dans la même ligne, qui par conséquent est la commune intersection de ces trois cercles.

On remarquera que ces trois lignes sont paralleles dans les Cadrans méridionaux & septentrionaux, parce qu'elles y sont toutes trois perpendiculaires à la méridienne, comme nous le dirons ensuite.

19. Toutes ces lignes dont nous avons parlé se déterminent par rapport au sommet du stile, parce qu'on suppose que tous les grands cercles passent par ce point, & qu'il en est même le centre : c'est pourquoi si, par exemple, un plan horisontal qui ne passeroit pas par le sommet du stile, rencontroit le plan sur lequel on décrit le Cadran, la ligne d'intersection seroit à la vérité une horisontale, parce qu'elle seroit parallele à l'horison; mais elle ne seroit pas celle que l'on appelle l'horisontale du Cadran.

20. Avant de passer aux Cadrans réguliers nous remarquerons qu'en traitant des Cadrans on distingue deux sortes de hauteur du pole, l'un sur l'horison du lieu, l'autre sur le plan du Cadran. La premiere, qu'il faut toujours entendre quand on dit simplement la hauteur du pole, sans spécifier de laquelle on parle, est mesurée par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horison. Pour entendre ce que c'est que la seconde, il faut concevoir que le plan est continué jusqu'au Ciel, & alors la hauteur du pole sur le plan sera l'arc du méridien perpendiculaire au plan, lequel arc est contenu entre le pole & le plan. Ce méridien n'est pas différent de celui qui par son intersection avec le plan du Cadran

forme la fouftilaire : c'eft pourquoi l'angle qui eft compris entre la fouftilaire & l'axe, eft égal à cette hauteur du pole, parce que cet angle a pour mefure le même arc.

DES CADRANS VERTICAUX qu'on appelle Réguliers.

Nous fuppofons ici que l'on fçait la fituation du plan vertical fur lequel on veut tracer un Cadran : nous expoferons dans la fuite plufieurs méthodes pour la connoître, c'eft-à-dire, pour s'affurer s'il eft déclinant, ou s'il eft tourné directement vers quelqu'un des quatre points du midi, du feptentrion, de l'orient & de l'occident : ce fera dans le troifiéme, le cinquiéme & le fixiéme Problêmes des Cadrans verticaux irréguliers, qu'on enfeignera à trouver la déclinaifon du plan.

Nous avons dit qu'il y a quatre fortes de Cadrans réguliers, le Méridional, le Septentrional, l'Oriental & l'Occidental : nous parlerons d'abord du Méridional & du Septentrional.

Des Cadrans méridionaux & Septentrionaux.

21. Un Cadran méridional fe fait de la même maniere qu'un Cadran horifontal, avec cette différence pourtant que l'axe du premier fait fur le plan du Cadran un angle égal à l'élévation de l'équateur, & non pas à la hauteur du pole fur l'horifon. (L'élévation de l'équateur eft égal au complement de la hauteur du pole.) Le centre de ce Cadran eft fupérieur par rapport à la ligne horifontale (12), parce qu'il repréfente le pole méridional, qui dans la partie feptentrionale de la terre eft toujours fous l'horifon. Par la même raifon l'extrêmité de l'axe qui paroît hors du plan regarde la terre.

22. Pour concevoir la raifon pour laquelle l'axe fait avec le plan de ce Cadran un angle égal à l'élévation

de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, il n'y a qu'à considérer la figure 2, dans laquelle la ligne CH représente la partie de l'axe du Monde comprise entre l'horison HR, & le plan méridional CP, qui est perpendiculaire à l'horison. Dans le triangle rectangle CPH l'angle P étant droit & l'angle H égal à la hauteur du pole, il est nécessaire que l'angle C compris entre l'axe & le plan méridional soit égal au complément de la hauteur du pole. Fig. 2.

23. L'angle que fait l'axe avec le plan d'un cadran est toujours le même que celui de cet axe avec la soustilaire, parce que cette ligne est formée par un méridien perpendiculaire au plan, & qui d'ailleurs renferme l'axe comme tous les autres méridiens. Par conséquent l'angle au centre du Cadran méridional ou septentrional, compris entre l'axe & la soustilaire, est égal au complément de la hauteur du pole. Il en faut dire autant de l'angle formé par l'axe & la méridienne, parce que dans ce Cadran cette ligne & la soustilaire se confondent. Cet angle compris entre l'axe & la soustilaire ou entre l'axe & le plan est, comme nous avons dit, (20) la hauteur du pole sur le plan.

24. Dans ce Cadran la ligne de six heures, l'horisontale & l'équinoctiale sont perpendiculaires à la méridienne, parce que le cercle de six heures, l'horison & l'équateur sont tous les trois perpendiculaires au méridien, & que d'ailleurs le méridien est perpendiculaire au plan du Cadran. Il faut entendre la même chose par rapport à la soustilaire qui est ici la même que la méridienne. Il suit de-là que ces trois lignes, celle de six heures, l'horisontale & l'équinoctiale, sont paralleles. De plus l'horisontale est supérieure à l'équinoctiale, parce que la moitié de l'équateur représentée sur ce Cadran est celle qui est sur l'horison. Or tout ce qui est au-dessus de l'horison doit se représenter sur un plan vertical ou incliné au-dessous de l'horisontale; comme il paroît par l'article 12. Par une raison contraire l'ho-

risontale est au-dessous de l'équinoctiale dans le Cadran septentrional, parce que la moitié de l'équateur qui y est représentée est celle qui est au-dessous de l'horison.

25. Il faut observer que le Cadran méridional marque toutes les heures du jour en Automne & en Hyver, ou lorsque le soleil est dans la partie méridionale du Monde, & même lorsqu'il parcourt l'équateur : mais lorsque le soleil est arrivé à la partie septentrionale du Monde, ce Cadran ne marque plus ni les premieres heures après le lever du soleil, ni les dernieres avant son coucher : & même il commence d'autant plus tard à marquer les heures d'avant midi, & cesse d'autant plutôt de marquer celles d'après midi, que le soleil s'approche davantage du tropique de l'écrévisse; en sorte que lorsqu'il est une fois arrivé à ce tropique, il ne commence à jouir de la présence du soleil que vers $7\frac{1}{2}$ heures du matin, & cesse d'en être éclairé par des rayons directs à $4\frac{1}{2}$ heures du soir, la latitude étant supposée d'environ 49 degrés, telle qu'elle est à Paris. Cela s'entendra mieux par la figure suivante.

Fig. 3. 26. Soit le méridien HZRN, l'horison HR, le premier vertical ZN, l'équateur AT, l'axe de l'équateur ou du monde P*p*, qui représente aussi le cercle de six heures, parce qu'il fait avec l'horison le même angle que cet axe. Les lignes SDEF & *s*GLM paralleles à AT représentent des arcs de cercles que le soleil décrit lorsqu'il est dans la partie septentrionale du monde; & le point S ou *s* désigne le soleil lorsqu'il est à l'horison oriental. Tant que le soleil parcourra l'arc SDE d'un parallele en allant du point S au point D, il regardera la face boréale du premier vertical : ce qui arrivera au Printemps & en Eté, même après six heures du matin, ou après que le soleil aura atteint le sixiéme cercle horaire qui est représenté par l'axe P*p*. Or le soleil se montre d'autant plus long-temps après six heures du matin qu'il est éloigné de l'équateur ; car,

par exemple, l'arc GL du cercle parallele eſt plus grand que l'arc DE. Mais lorſque le ſoleil eſt dans la partie méridionale, il paroît devant la face méridionale auſſi-tôt qu'il eſt ſur l'horiſon; par exemple, s'il monte un peu au-deſſus du point O, il eſt auſſi-tôt viſible devant la face meridionale du plan ZN. Fig. 3.

27. Le Cadran ſeptentrional ſe fait de la même maniere que le méridional; mais dans une ſituation renverſée : car le centre eſt au-deſſous de la ligne horiſontale, & l'extrêmité de l'axe qui paroît hors du mur regarde en haut : d'ailleurs la ligne horiſontale qui eſt ſupérieure à l'équinoctiale dans un Cadran méridional, lui devient inférieure dans le ſeptentrional (24). Elle paſſe dans l'un & dans l'autre par le pied du ſtile, parce que le plan horiſontal coupe à angles droits le plan du Cadran.

28. Il paroît par ce que nous venons de dire ſur le Cadran méridional, 1°. que le Cadran ſeptentrional n'indique point d'heures en Automne & en Hyver dans la Sphere oblique boréale, puiſqu'il ne voit point le ſoleil pendant ces deux ſaiſons. 2°. Qu'il ne faut point marquer ſur le Cadran ſeptentrional les heures du milieu du jour; par exemple, à la latitude de Paris qui eſt à-peu-près de 49 deg., il ne faut point marquer les heures depuis 7 ½ heures du matin juſqu'à 4 ½ heures du ſoir, parce que le ſoleil diſparoît de devant la face ſeptentrionale depuis 7 ½ heures du matin juſqu'à 4 ½ heures du ſoir.

Si ces deux eſpeces de Cadrans ſont ſitués ſous l'équateur, ils ſont équinoctiaux : nous en avons parlé ci-deſſus (Liv. 1. art. 1.)

29. Avant de paſſer aux Cadrans orientaux & occidentaux, nous obſerverons qu'un Cadran méridional d'un lieu n'eſt point différent de l'horiſontal d'un autre lieu dont la latitude eſt le complément de la latitude du premier lieu; par exemple : un Cadran méridional à Paris dont la latitude eſt d'environ 49 degrés, n'eſt point différent d'un Cadran horiſontal d'un lieu

Fig. 3. qui a 41 degrés de latitude : car, dans ces deux Cadrans l'axe fait le même angle avec la méridienne, comme il paroît par l'article 23. Il faut dire la même chose du Cadran septentrional.

Des Cadrans Orientaux & Occidentaux.

30. Les Cadrans orientaux & occidentaux sont tracés l'un & l'autre sur le plan du méridien du lieu, le premier du côté de l'orient, le second du côté de l'occident.

31. Pour faire un Cadran oriental il faut tirer la ligne HR parallele à l'horison, laquelle on prendra pour l'horisontale du Cadran : on pourra choisir sur cette ligne quel point on voudra pour le pied du stile P : ensuite on
Fig. 4. tracera pareillement l'autre ligne EN, laquelle doit passer par le pied du stile, & faire avec l'horisontale un angle égal à l'élévation de l'équateur sur l'horison ; & ce sera l'équinoctiale. Enfin il faut tirer une troisieme ligne CA qui passe aussi par le pied du stile, & qui fasse avec l'horisontale l'angle de la hauteur du pole : cette troisiéme ligne est celle de six heures, parce qu'elle est formée par l'intersection du sixiéme cercle horaire. Ces méthodes de tracer l'équinoctiale & la ligne de six heures, sont fondées sur l'article 9 : car d'abord pour ce qui est de l'équinoctiale, il faut qu'elle fasse avec l'horisontale un angle égal à l'élévation de l'équateur, parce que l'équateur & l'horison étant l'un & l'autre perpendiculaires au méridien, les intersections de ces deux premiers cercles avec le plan du méridien font un angle égal à celui que font entre eux ces deux mêmes cercles. Par la même raison la ligne de six heures fait avec l'horisontale l'angle de la hauteur du pole : car le cercle de six heures & l'horison sont tous les deux perpendiculaires au méridien ; & d'ailleurs le cercle de six heures fait avec l'horison l'angle de la hauteur du pole ; puisque ce cercle horaire fait le même angle avec l'ho-

rison que l'axe du monde : or l'angle compris entre l'axe du monde & l'horison est l'angle de la hauteur du pole. Fig. 4.

32. La ligne CA est la soustilaire, puisqu'elle est formée par l'intersection d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran. Par conséquent dans un Cadran oriental ou occidental la soustilaire fait avec l'horisontale l'angle de la hauteur du pole.

33. On peut décrire la soustilaire sur une autre méthode, lorsque l'équinoctiale est tracée : il suffit d'élever du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale : car la soustilaire est perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes sortes de Cadrans, excepté dans le Cadran équinoctial, lequel n'a point de ligne de même nom.

34. Nous avons supposé que l'horisontale, l'équinoctiale & la soustilaire doivent passer par le pied du stile. Or cela est évident (6), parce que ces lignes représentent des cercles perpendiculaires au plan du méridien, qui est le plan du Cadran.

35. Après que ces lignes seront tracées, voici comment il faudra tirer les lignes horaires. On prendra sur la soustilaire CA le point A autant éloigné qu'on voudra du point P, & autour de ce point A on décrira une circonférence dont le rayon est d'une grandeur arbitraire : on la divisera en 24 parties égales, en commençant au point de la circonférence par lequel passe la soustilaire, & ensuite du centre du cercle on tirera par les points de division de la circonférence des lignes à l'équinoctiale, elles marqueront les points horaires sur cette équinoctiale : c'est pourquoi si on tire par ces points des lignes paralleles à la soustilaire, elles seront des lignes horaires, & la soustilaire sera la ligne de six heures du matin : les paralleles qui sont supérieures à la soustilaire marqueront les heures avant la sixiéme, c'est-à-dire, la cinquiéme, la quatriéme, &c. & celles qui sont inférieures par rapport à cette soustilaire désigneront les heures d'avant midi après la sixiéme.

Fig. 4. 36. Dans ce Cadran, comme dans tous les autres, il faut que l'axe passe par l'extrêmité du stile, mais il doit être parallele au plan du Cadran ; parce que ce plan étant celui du méridien, l'axe du monde lui est nécessairement parallele ; & même l'axe de ce Cadran doit être parallele à la soustilaire & à toutes les lignes horaires, parce que toutes ces lignes sont les communes sections du méridien & des cercles horaires, qui renferment chacun l'axe du monde dans leur plan. Cet axe étant donc dans le plan du cercle de six heures, lequel est perpendiculaire dans le plan du Cadran & forme la soustilaire ; si on choisit deux points de cette ligne, & qu'on y attache des stiles perpendiculaires au plan, dont les parties extérieures, c'est-à-dire, celles qui ne sont point enfoncées dans le mur, soient égales à la ligne AP, & qu'on attache une verge de fer aux extrémités de ces stiles, cette verge sera l'axe du Cadran.

37. Afin d'appercevoir clairement que les points horaires doivent être déterminés sur l'équinoctiale de la maniere qu'on le vient d'exposer, il faut concevoir que le cercle décrit, est élevé perpendiculairement sur le plan du méridien, & qu'il est posé sur la ligne équinoctiale, ensorte que son axe soit le même que celui du Cadran oriental, ou du monde : alors il représentera un Cadran équinoctial, puisqu'ayant le même axe que le monde, il est parallele à l'équateur ; donc les lignes horaires de ce Cadran équinoctial seront les rayons du cercle élevé, lesquels passent par les 24 points de division : par conséquent si on prolonge ces rayons jusqu'à l'équinoctiale, ils marqueront les points horaires sur cette ligne : or si on remet ce cercle dans sa premiere situation, & qu'il ne fasse plus qu'un même plan avec celui du méridien, ces rayons de division se termineront aux mêmes points de l'équinoctiale auxquels ils se terminoient lorsque le cercle étoit élevé ; donc ces points de l'équinoctiale sont les points horaires de cette ligne.

38. Dans un Cadran oriental on peut trouver les points horaires par le moyen des tangentes, de la même maniere qu'on les trouve dans un Cadran horisontal (Liv. I, art. 23) : car la ligne P-VII est la tangente de l'angle PAVII qui est de 15 degrés (nous supposons que le rayon du cercle décrit est AP) : pareillement P-VIII est la tangente d'un angle de 30 degrés, P-IX est tangente de 45 degrès ; & ainsi de suite. Or le rayon de ces tangentes est AP, ou la hauteur du stile, laquelle étant prise égale à 1000 parties d'une échelle, on trouvera dans les tables des tangentes combien les tangentes PVII, PVIII, PIX, &c. doivent contenir de ces parties. Il est facile de voir que pour marquer les points horaires sur l'équinoctiale, on peut aussi employer la quatriéme méthode de tracer un Cadran horisontal, expliquée dans le Livre I, article 36 & suivans. Fig 4.

39. Il est évident qu'un Cadran oriental ne peut marquer que les heures d'avant midi, puisque le soleil commence à disparoître de devant le plan oriental au moment précis de midi.

40. La construction d'un Cadran occidental est précisément la même que celle d'un Cadran oriental ; à cela près que sa situation est renversée, & que les heures y sont désignéespar des nombres qui marquent le temps d'après-midi. On concevra aisément la construction de ce Cadran par la figure 5.

41. Si on faisoit sur l'équateur, où il n'y a point d'élévation du pole, un Cadran oriental ou occidental, alors les lignes horaires seroient paralleles à l'horison : car dans ce Cadran la soustilaire ne fait qu'une même ligne avec l'horisontale, parce que le sixiéme cercle horaire n'est point différent de l'horison dans cet endroit-là. Or toutes les lignes horaires sont paralleles à la soustilaire dans les Cadrans, soit orientaux, soit occidentaux.

Des Cadrans Verticaux, qu'on appelle ordinairement Irréguliers, *ou* Déclinants.

42. Les Cadrans verticaux ſont appellés irréguliers, quand ils déclinent du premier vertical, c'eſt-à-dire, lorſqu'ils font avec lui des angles obliques; c'eſt pour cela qu'on les appelle *Déclinants.* Ainſi la déclinaiſon d'un Cadran n'eſt autre choſe que l'angle oblique compris entre le premier vertical & le plan du Cadran : ſoit
g. 6. par exemple, AB le plan du Cadran, ou plutôt l'interſection de ce plan avec l'horiſon repréſenté par le cercle PSVM : Soit pareillement PV le premier vertical, la déclinaiſon ſera l'angle ACP, ou BCV dont la meſure eſt l'arc horiſontal AP ou BV compris entre le premier vertical & le plan.

43. La déclinaiſon peut auſſi ſe prendre de l'angle compris entre le méridien & le cercle vertical du plan, c'eſt-à-dire, le vertical perpendiculaire au plan propoſé; ainſi pour déterminer la déclinaiſon du plan AB par le méridien SM, il faut mener la ligne FG perpendiculaire à la ligne AB, & alors l'angle SCF ou GCM ſera la déclinaiſon du plan : pour que cela ſoit vrai, il ſuffit que l'angle SCF ſoit égal à l'angle ACP ou BCV. Or je démontre ainſi que ces deux angles ſont égaux : L'angle ACF eſt droit, car la ligne FG eſt ſuppoſée perpendiculaire au plan AB; pareillement l'angle SCP eſt droit, parce que le premier vertical coupe le méridien à angles droits. Si donc de ces deux angles droits ACF & SCP on ôte l'angle commun ACS, les reſtes, ſçavoir, SCF & ACP ſeront égaux; & par conſéquent ils doivent être pris indifféremment l'un pour l'autre. Donc on peut appeller déclinaiſon du plan l'angle compris entre le plan & le premier vertical, ou celui qui eſt compris entre le méridien & le cercle vertical du plan.

Il paroît par cette figure, que la déclinaison d'un plan eſt le complément de l'angle que fait ce plan avec le méridien : ACP, par exemple, eſt le complément de l'angle SCR à cauſe de l'angle droit SCP. Fig. 6

44. Un plan déclinant, tel que celui qui eſt repréſenté par AB eſt de deux eſpeces, l'un regarde obliquement le nord ou le ſeptentrion S, & l'autre regarde le ſud ou le midi M. S'il s'agit du plan qui eſt tourné du côté du ſeptentrion S, ou il décline vers l'orient ou vers l'occident. Il faut dire la même choſe du plan qui eſt tourné du côté du midi M. Si le point P déſigne l'orient & le point V l'occident, le plan AB, en tant qu'il eſt tourné du côté du ſeptentrion, décline à l'occident vers le point V ; mais ſi la ligne AB répréſente un plan qui regarde le midi, il déclinera à l'orient, ſçavoir, vers le point P du côté duquel il eſt tourné obliquement. On ſuppoſe ici que le cercle PSVM repréſente l'horiſon.

45. Les plans qui ſont tournés obliquement vers le midi, & qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident ; ſont appellés communément *Déclinans du midi à l'orient* ou *à l'occident*, les autres qui regardent obliquement le ſeptentrion, ſont nommés *Déclinans du ſeptentrion à l'orient* ou *à l'occident*; mais cette dénomination peut faire croire que la déclinaiſon ſe prend de la diſtance du plan au méridien, au lieu que c'eſt la diſtance du plan au premier vertical, laquelle eſt meſurée par l'arc AP : c'eſt pourquoi nous appellerons *Plans du midi déclinans vers l'orient* ou *vers l'occident* ceux qui ſont tournés obliquement vers le midi, & *Plans du ſeptentrion déclinans à l'orient* ou *à l'occident* ceux qui regardent obliquement le ſeptentrion. Les premiers peuvent auſſi être appellés *Plans du ſud-eſt* ou *du ſud-oueſt*, ſelon qu'ils déclinent à l'orient ou à l'occident, & les autres, *Plans du nord-eſt ou du nord-oueſt.*

46. Nous avons ſuppoſé qu'un plan vertical peut être tourné obliquement vers le ſeptentrion ou vers le

g. 6. midi. Or cela arrive auſſi de la maniere dont on l'entend, quand la méridienne SM qui joint ces deux points, eſt oblique à la ligne AB, qui repréſente le plan vertical.

47. en regardant un Cadran vertical on peut juger s'il eſt régulier ou déclinant ; & poſé qu'il ſoit déclinant, quelle eſt ſa ſituation, ou de quel côté il décline. Ce que nous avons déja dit ſuffit pour diſtinguer un Cadran régulier d'avec un déclinant : car ſi la ligne méridienne eſt perpendiculaire à l'équinoctiale, le Cadran ſera méridional ou ſeptentrional ; on peut encore reconnoître ces deux Cadrans en ce que l'axe qui eſt oblique ſur le plan, en tant qu'il eſt dirigé ou vers le bas ou vers le haut, n'eſt jamais incliné ni vers l'orient ni vers l'occident dans ces deux eſpeces de Cadrans. Si les lignes horaires ſont paralleles entre elles, le Cadran ſera oriental ou occidental.

48. On peut diſtinguer par-là les Cadrans réguliers d'avec les déclinans : mais s'ils ſont déclinans, ils ſont tournés obliquement vers le ſud ou le midi, ou bien vers le nord ou le ſeptentrion. Ceux qui regardent obliquement le midi ſont diſtingués d'avec les autres, en ce que l'extrêmité de l'axe qui eſt hors du mur eſt tournée du côté de la terre, ou regarde en bas ; & que le centre du Cadran eſt ſupérieur par rapport à la ligne équinoctiale ; ce que l'on pourroit connoître, quoique l'équinoctiale ne fût pas tracée, parce que quand le centre eſt ſupérieur, alors les lignes horaires vont en s'écartant vers le bas. Au contraire dans les Cadrans qui regardent obliquement le ſeptentrion, l'extrêmité de l'axe qui paroît hors du mur, regarde en haut, & leur centre eſt au-deſſous de la ligne équinoctiale ; ce que l'on reconnoît aiſément, parce que dans ce cas les lignes horaires vont en s'écartant vers le haut. Cette marque pour diſtinguer les Cadrans eſt une ſuite de ce que nous avons dit ſur les Cadrans méridionaux & ſeptentrionaux.

49. Si dans un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi ou le ſud, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera vers l'occident ; ſi au contraire l'axe eſt incliné vers la partie occidentale, un Cadran déclinera vers l'orient. Pareillement, ſi dans un Cadran vertical déclinant qui regarde obliquement le ſeptentrion, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera à l'occident. Ce ſera le contraire, ſi l'axe eſt incliné vers la partie occidentale. En un mot l'axe eſt toujours incliné vers la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline : c'eſt-à-dire, ſi par exemple, le Cadran décline à l'orient, l'axe eſt incliné vers l'occident. Dans tous ces Cadrans déclinans la ſouſtilaire qui eſt toujours placée directement au-deſſous de l'axe, puiſque le méridien du plan qui forme la ſouſtilaire eſt perpendiculaire au Cadran ; cette ſouſtilaire, dis-je, eſt ſituée par rapport à la méridienne de la même maniere que l'axe : c'eſt-à-dire, que ſi l'axe eſt incliné vers l'orient, la ſouſtilaire ſera à l'orient de la méridienne. Fig. 6.

50. Il ſera facile de comprendre tout ce que nous avons expoſé pour diſtinguer les différens Cadrans déclinans les uns d'avec les autres par l'inclinaiſon de l'axe, ſi on conçoit un plan vertical qui tourne autour de l'axe de l'horiſon, c'eſt-à-dire, autour d'une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle ſoit imaginée dans le plan. Car ſi on ſuppoſe d'abord ce plan parallele au premier vertical, & qu'une ligne ſenſible, par exemple, une verge de fer parallele à l'axe du Monde traverſe le plan, cette ligne ne ſera inclinée ſur le plan ni vers l'orient ni vers l'occident : mais ſi on tourne ce plan autour de l'axe de l'horiſon en allant d'orient en occident, alors la verge de fer que l'on ſuppoſe immobile ſera inclinée vers l'orient, ou bien fera un angle aigu avec la partie orientale. Ce ſera tout le contraire, ſi le plan tourne d'occident en orient.

51. On peut ajouter que la ſouſtilaire ſe trouve entre

les heures d'avant midi, lorſque le Cadran décline vers l'orient, & qu'elle ſe trouve parmi les heures d'après midi quand il décline vers l'occident; car comme l'axe eſt incliné ſur la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline, ſi le Cadran décline vers l'orient, la ſouſtilaire qui répond néceſſairement au-deſſous de l'axe, eſt ſituée dans la partie occidentale du Cadran. Or les heures d'avant midi ſont toujouss marquées dans la partie occidentale du Cadran. Pareillement, ſi le Cadran décline vers l'occident, la ſouſtilaire ſe trouvera entre les heures d'après midi, parce que ces heures ſont marquées dans la partie orientale; & d'ailleurs poſé cette déclinaiſon, la ſouſtilaire doit être décrite dans la même partie, puiſque l'axe eſt alors incliné vers cette partie..

52. Le Cadran méridional ou ſeptentrional peut être regardé comme un Cadran déclinant, dont la déclinaiſon eſt infiniment petite. Mais on peut conſidérer le Cadran oriental ou occidental, comme s'il avoit la plus grande déclinaiſon qu'il ſoit poſſible, ſçavoir, de 90 deg. puiſque le plan du méridien eſt perpendiculaire au premier vertical; ainſi le Cadran méridional ou ſeptentrional, l'oriental ou l'occidental peuvent être regardés comme les deux termes extrêmes entre leſquels ſe trouvent tous les Cadrans déclinans; par conſéquent ces Cadrans approchent d'autant plus du méridional ou du ſeptentrional, quant à la poſition & à la ſituation des lignes & des points, que leur déclinaiſon eſt plus petite; & ils approchent d'autant plus de l'oriental ou de l'occidental, que leur déclinaiſon eſt plus grande. On peut déduire de-là pluſieurs Corollaires.

53. 1°. Puiſque dans un Cadran méridional ou ſeptentrional la ligne ſouſtilaire coupe l'horiſontale à angles droits (24), & que dans le Cadran oriental ou occidental la ſouſtilaire fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole (32), il s'enſuit que l'angle compris entre la ſouſtilaire & l'horiſontale ſera d'autant plus

petit dans un Cadran déclinant, que la déclinaiſon eſt plus grande ; & cependant cet angle ſera toujours plus grand que la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu.

54. 2°. Dans un Cadran méridional ou ſeptentrional, l'horiſontale & l'équinoctiale ſont paralleles ; & par conſéquent on les peut regarder comme ſi elles formoient un angle infiniment petit ; mais dans un Cadran oriental ou occidental ces deux lignes font un angle égal à l'élévation de l'équateur (31). Ainſi dans les Cadrans déclinans ces mêmes lignes font un angle d'autant plus grand, que la déclinaiſon eſt plus grande ; mais cependant l'angle compris entre ces lignes eſt toujours plus petit que l'élévation de l'équateur.

55. On peut remarquer que cet angle de l'horiſontale avec l'équinoctiale, ſçavoir, BRP, eſt toujours égal à l'angle LCP que fait la ſouſtilaire avec la méridienne : car les deux triangles rectangles RBP & CLP ayant les angles oppoſés en P égaux, & de plus les angles droits en L & en B, il faut que les angles R & C ſoient auſſi égaux. Fig. 1[illegible]

Quant à la ſouſtilaire & à l'équinoctiale comparées entre elles, elles s'entrecoupent à angles droits dans toutes ſortes de Cadrans, comme nous l'avons déja fait voir (17).

56. 3°. Dans un Cadran méridional ou ſeptentrional l'angle formé au centre du Cadran par la ſouſtilaire & l'axe, eſt égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon (23) ; & dans un Cadran oriental ou occidental cet angle peut être regardé comme infiniment petit, puiſque l'axe eſt parallele à la ſouſtilaire (36). Par conſéquent plus la déclinaiſon du Cadran vertical eſt grande, plus l'angle au centre compris entre l'axe & la ſouſtilaire eſt petit.

57. REMARQUE. Il n'en eſt pas de même de l'angle compris entre l'axe & la méridienne. Ce dernier ne change point quand la latitude eſt la même. Il eſt toujours égal à l'élévation de l'équateur, ou, ce qui revient au

même, au complément de la hauteur du pole sur l'horison. Car supposons que le Cadran soit méridional, l'angle entre l'axe & la méridienne sera égal au complément de la hauteur du pole (23). Or si on suppose à présent que le plan devienne déclinant en tournant autour de la méridienne, comme on l'a dit article 50, l'axe fera toujours le même angle avec la méridienne, comme il est facile de le concevoir. Ainsi cet angle est toujours égal au complément de la hauteur du pole.

58. 4°. un Cadran méridional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures d'avant midi, & ne marque aucune de celles d'après midi; ainsi plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi est déclinant à l'orient, plus il marque d'heures avant midi, moins il en marque après midi. Pareillement un Cadran occidental ne marque aucune des heures d'avant midi, mais il marque toutes celles d'après midi qui arrivent avant le coucher du Soleil. Par conséquent s'il s'agit d'un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il montre d'heures avant midi, & plus il en montre après.

59. 5°. Un Cadran septentrional marque autant d'heures avant qu'après midi, mais un Cadran oriental marque toutes les heures depuis le lever du soleil jusqu'à midi, & n'en marque aucune après midi. Par conséquent plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le septentrion, décline vers l'orient, plus il montre d'heures avant midi, & moins il en montre après. Pareillement un Cadran occidental ne marque point d'heures avant midi, & marque toutes celles d'après qui sont avant le coucher du soleil. Ainsi quand un Cadran vertical regarde obliquement le septentrion, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il y a d'heures d'avant midi à marquer sur ce Cadran, & plus il en faudra marquer de l'après-midi. Dans chacun

cun de ces Corollaires nous supposons que la latitude du lieu ou la hauteur du pole sur l'horison n'est point changée.

Il y a plusieurs pratiques pour décrire dans les Cadrans déclinans & verticaux, l'horisontale, la soustilaire, la méridienne, l'équinoctiale, &c. Nous expliquerons ces différentes méthodes, après que nous aurons donné la notion du *centre diviseur*, qui est fort en usage chez plusieurs Auteurs qui ont écrit sur la Gnomonique.

60. Afin de concevoir plus aisément ce qu'on entend par centre diviseur, & l'usage qu'on en peut faire, il faut se souvenir que les grands cercles de la Sphère sont représentés sur un plan par des lignes droites, lesquelle passent par le pied du stile, si elles représentent des cercles perpendiculaires au plan (6); au lieu qu'elles passent à côté de ce point lorsque les cercles sont obliques au plan (7). Or le centre diviseur d'une de ces lignes est un point autant éloigné de cette ligne que le sommet du stile : il faut même que la distance qui est entre le centre diviseur d'une ligne & ses différents points, soit égale à celle du sommet aux mêmes points : d'où il suit que si du centre diviseur on tire des lignes à deux de ces points, l'angle qu'elles forment est égal à celui qui seroit compris entre les lignes tirées du sommet du stile aux mêmes points. Et réciproquement, si ces angles sont égaux, & qu'un côté de chacun aboutisse au même point, l'autre côté de chaque angle aboutira aussi à un même point. Soit, par exemple, la ligne EG qui représente un grand cercle, le sommet du stile S, le centre diviseur D, si l'angle PDH est égal à PSH, & que DP & SP aboutissent au point P, les deux autres côtés DH & SH aboutiront aussi à un même point H. Cela supposé, nous allons donner la définition du centre diviseur, & la maniere de le trouver. Fig. 7.

61. Le centre diviseur d'une ligne droite qui repré-

Fig. 7. sente un cercle sur un plan, est un point qui est aussi éloigné de cette ligne que le sommet du stile, pourvû que ce point soit pris dans une ligne tirée du pied du stile perpendiculairement à la premiere qui représente le cercle. On verra dans la suite qu'il y a plus d'un point qu'on peut prendre pour centre diviseur. Il est facile de trouver un tel point, car ou cette premiere ligne passe par le pied du stile, ou à côté.

62. Si la ligne passe par le pied du stile, comme la ligne EG qui représente le cercle EFG; du pied du stile, sçavoir du point P, il faut élever PD perpendiculaire à la ligne EG qui soit égale à la hauteur du stile, l'extrêmité D de cette perpendiculaire sera le centre diviseur de la ligne EG: car il est évident que ce point D est autant éloigné de la ligne EG que l'extrêmité supérieure du stile, puisque la perpendiculaire PD est egale à la hauteur du stile; il est donc clair qu'on trouve le centre diviseur d'une ligne qui passe par le pied du stile, si de ce point, c'est-à-dire, du pied du stile, on éleve une perpendiculaire à cette ligne qui soit égale à la hauteur du stile; car elle sera terminée au centre diviseur.

63. Mais si la ligne EG ne passe point par le pied du stile, comme on peut le voir dans la fig. 8, du pied du stile P il faut tirer deux lignes, l'une perpendiculaire à la droite EG, & prolongée infiniment au-delà de la
Fig. 8. ligne EG, & telle qu'est PBD; l'autre parallele à cette même ligne droite EG, & par conséquent perpendiculaire à la premiere PBD, & de plus égale à la hauteur du stile, comme est la ligne AP: alors on menera l'hypotenuse AB, & du point B on prendra BD égale à cette hypotenuse, le point D sera le centre diviseur de la ligne EG; car ce point est autant éloigné de cette ligne, que le sommet du stile.

64. Afin de prouver que le point D est autant éloigné de la ligne EG que le sommet du stile, il n'y a qu'à concevoir que la hauteur du stile est perpendiculaire au plan sur lequel a été décrite la ligne EG, &

pareillement que le triangle APB eſt élevé perpendicu- Fig. 8.
lairement ſur ce même plan, en ſorte que le côté AP ne faſſe qu'une même ligne avec la hauteur SP : dans cette hypothèſe la ligne AB, qui deviendra perpendiculaire à la ligne EG, quoique oblique ſur le plan, meſurera la diſtance de l'extrêmité S à la ligne EG, parce que les deux points A & S ne feront qu'un ſeul point, à cauſe de l'égalité de la ligne AP & de la hauteur SP. D'ailleurs par la conſtruction, la ligne BD eſt auſſi égale à la baſe AB, & perpendiculaire à la ligne EG; par conſéquent le point D eſt autant éloigné de la ligne EG, que l'extrêmité S du ſtile. Donc ce point eſt le centre diviſeur de la ligne EG.

Ce que nous venons de dire (63) renferme une méthode pour trouver le centre diviſeur d'une ligne droite, quand elle ne paſſe point par le pied du ſtile : nous la répétons en la prenant par articles, afin qu'on la retienne mieux, d'autant qu'elle ſera d'un grand uſage dans la ſuite.

65. Voici cette méthode : Du pied du ſtile il faut mener 1°. Une ligne indéfinie laquelle ſoit perpendiculaire à la ligne EG dont on cherche le centre diviſeur; 2°. Une autre ligne droite PA qui ſoit parallele à cette même ligne EG, perpendiculaire à la premiere ligne tirée, & égale à la hauteur du ſtile : enfin il faut décrire l'hypotenuſe AB. Après cela on prendra BD égale à l'hypotenuſe AB, le point D ſera le centre de la ligne EG.

66. On remarquera que l'on peut prendre le centre Fig. 7. & 8.
diviſeur de EG de côté & d'autre de cette ligne ou vers D ou vers Z, pourvû que ce ſoit ſur une perpendiculaire qui paſſe par le pied du ſtile : & même ſi on imagine un plan qui paſſe par le ſommet du ſtile & qui coupe perpendiculairement la ligne EG, & que l'on conçoive ſur ce plan une circonférence dont le centre ſoit le point de rencontre du plan avec la ligne, & le rayon ſoit la diſtance de ce point au ſommet du ſtile, chaque point

de cette circonférence pourra être regardé comme le centre diviſeur de la ligne, parce qu'il ſera autant éloigné de tous les points de cette ligne que le ſommet, lequel on peut conſidérer comme le centre diviſeur général de toutes les lignes qui repréſentent des grands cercles, dont le ſommet eſt le centre.

67. Afin d'appercevoir clairement l'uſage du centre diviſeur, il faut remarquer que comme un grand cercle de la Sphère, ou plutôt ſa moitié eſt repréſentée par une ligne droite tracée ſur le plan du Cadran : de même auſſi une partie de cette ligne repréſente un arc du même cercle. Or ſi du centre diviſeur d'une ligne on tire deux rayons ſur cette ligne, la partie compriſe entre les rayons, repréſentera un arc de cercle qui eſt la meſure de l'angle contenu entre ces rayons, dont le ſommet eſt le centre diviſeur: par exemple, ſi du centre D (fig. 7.) de la ligne EG qui traverſe le pied du ſtile, on tire les rayons DP & DI, la partie PI de la ligne EG compriſe entre les rayons, repréſentera l'arc qui eſt la meſure de l'angle PDI : afin de le prouver, nous remarquerons que le ſommet S ſe trouve au centre du grand cercle EFG repréſenté par la ligne EG, puiſque le ſommet du ſtile eſt regardé comme le centre de la Sphère. Cela poſé, qu'on faſſe l'angle PSL égal à l'angle PDI, & qu'on prolonge les côtés PS & LS juſqu'à ce qu'ils rencontrent la circonférence EFG aux points Z & F; l'angle FSZ étant au centre S, a pour meſure l'arc FZ compris entre ſes côtés : or les angles FSZ & PSL ſont egaux, parce qu'ils ſont oppoſés au ſommet. Donc l'angle PSL a pour meſure le même arc FZ; mais par la contruction l'angle PDI eſt égal à l'angle PSL. Donc il a auſſi pour meſure l'arc FZ. Or la partie PL, qui eſt la baſe de l'angle PSL, repreſente un arc, puiſque l'arc & la baſe ſont contenus entre les mêmes lignes FL & ZP, qui s'entrecoupent au centre du cercle. D'ailleurs la baſe PI eſt auſſi égale à la baſe PL; car ces deux triangles DPI & SPL étant tous deux rectan-

gles, & ayant les angles D & S égaux, auſſi bien que les côtés DP & SP; il eſt néceſſaire que ces triangles ſoient égaux en tout. Donc la baſe PI de l'angle PDI repréſente l'arc XZ, lequel arc eſt la meſure de cet angle. On fera voir de la même maniere que la partie PH repréſente l'arc XZ, & par conſéquent que l'autre partie HL repréſente l'arc FX. Fig. 8.

68. On trouvera la même choſe & de la même maniere, s'il s'agit du centre diviſeur d'une ligne qui ne paſſe point par le pied du ſtile : dans ce cas on ne prolonge point la ligne SP fig. 8, mais la ligne AB, que l'on doit concevoir perpendiculaire à la ligne EG, comme nous l'avons dit ci-deſſus (64); & alors il ne faut pas concevoir le cercle EFG couché ſur le plan où eſt décrite la ligne EG, comme s'ils ſe réuniſſoient en un même plan, mais l'on doit concevoir qu'il eſt oblique à ce plan, en ſorte qu'il faſſe avec lui un angle égal à l'angle ABP : dans le premier cas au contraire, c'eſt-à-dire, quand la ligne EG paſſe par le pied du ſtile, il faut concevoir que le cercle eſt perpendiculaire au plan.

69. Les centres diviſeurs de deux cercles qui s'entrecoupent, ou plutôt les centres diviſeurs des deux lignes qui repréſentent ces cercles, ſont également éloignés du point d'interſection. Soient, par exemple la méridienne CM & l'équinoctiale EN qui s'entre- Fig. 18. coupent au point M, je dis que leurs centres diviſeurs, ſçavoir H & A, ſont également éloignés du point M. Car que l'on conçoive PS hauteur du ſtile dans ſa ſituation naturelle, je veux dire élevée perpendiculairement ſur le plan du Cadran; dans cette hypothèſe les centres diviſeurs de toutes les lignes ſont autant éloignés de leurs lignes que le ſommet du ſtile, qui eſt le centre de la Sphère : par exemple, le centre H eſt auſſi éloigné de la ligne CM que le ſommet S du ſtile, ainſi qu'il paroît par la notion du centre diviſeur. Donc ſi les triangles LHM & BAM ſont conçus tellement incli-

Fig. 18. nés sur le Cadran, & appuyés sur les bases LM & BM, que les sommets H & A ne fassent qu'un seul point avec S; alors les deux lignes HM & AM, n'en feront plus qu'une. Par conséquent les centres H & A sont également éloignés du point M.

70. Il suit de-là que les centres diviseurs des lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens, sont également éloignés du centre du Cadran. Car toutes ces lignes s'entrecoupent dans ce centre.

71. Nous avons dit (66) qu'on peut regarder le sommet du stile comme le centre diviseur de la soustilaire, aussi-bien que toutes les autres lignes qui représentent des grands cercles. Cela posé, la distance du centre du Cadran au centre diviseur de la soustilaire est la partie de l'axe comprise entre ces deux points, par conséquent la soustilaire représentant un méridien, cette partie de l'axe est la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens. Or on peut prendre l'extrêmité de l'axe pour le sommet du stile, en concevant que le pied du stile est un point de la soustilaire, auquel aboutit une perpendiculaire tirée de cette extrêmité. Ainsi dans ce cas la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires sera la longeur de l'axe.

SECONDE SECTION.

Problemes préliminaires qui servent à la description des Cadrans. Verticaux.

72. Avant de faire aucune opération sur le plan, & d'y attacher le faux stile, il faut d'abord s'assurer que c'est un véritable plan, & qu'il est vertical. On voit s'il est vertical par le moyen d'un plomb suspendu par une ficelle : car si la ficelle qui soutient le plomb est

autant éloignée du plan en bas qu'en haut, c'eſt une marque qu'il eſt vertical; & d'ailleurs ſi une regle juſte étant appliquée ſur le plan, ſoit horiſontalement, ſoit perpendiculairement à l'horiſon, ſoit obliquement, toute l'étendue du côté appliqué touche toujours le plan, c'eſt une marque qu'il eſt effectivement plan. On a aſſez de peine à faire faire un plan exact par un Ouvrier. Souvent on n'a pas lieu d'être content de ſon ouvrage après l'avoir obligé d'y retoucher deux ou trois fois. Voici comment il doit s'y prendre pour y réuſſir : il faut qu'il faſſe deux bandes verticales de plâtre d'environ un ou deux pouces de l'argeur tout au plus, l'une à droite & l'autre à gauche du plan qu'on veut faire, & qu'il s'aſſure avec ſon plomb que la ſurface antérieure de l'une & de l'autre eſt bien verticale; il appliquera auſſi une bonne régle ſur l'une & ſur l'autre pour voir ſi cette régle touche la bande dans toute la longueur du côté appliqué; après cela il remplira de plâtre l'eſpace qui eſt entre les deux bandes, & en appliquant ſa régle horiſontalement ou obliquement, de maniere qu'elle touche l'une & l'autre bande, il jugera en la faiſant gliſſer de haut en bas ſi toutes les parties du plan ſont de niveau avec les bandes : auquel cas cette ſurface ſera un véritable plan vertical.

Au lieu des deux bandes de plâtre on pourroit appliquer deux régles de bois au mur ſelon leur longueur, en les enfonçant un peu, de ſorte que le côté extérieur de l'une & de l'autre fût vertical.

73. Après cela il faut enfoncer le faut ſtile dans le mur, ou plutôt le faire ſceller perpendiculairement au plan, autant qu'il ſera poſſible : il doit toujours être placé vers la partie ſupérieure du plan, mais près du bord occidental, ſi c'eſt un plan du midi qui décline beaucoup vers l'orient; & près du bord oriental, s'il décline vers l'occident. On obſervera le contraire ſur les plans du nord : enfin on mettra le ſtile à peu près vers le milieu de la largeur ſur les plans ſoit du midi, ſoit

du nord, dont la déclinaison est petite, par exemple de 15 à 20 d. On peut remarquer que le bord oriental d'un plan du nord est à la droite de la personne qui le regarde; c'est le contraire dans un plan du nord.

Pour ce qui est de la hauteur du stile, il est à propos qu'elle soit la plus longue qu'il est possible, eu égard à l'étendue du plan que je suppose à peu près quarré; c'est-à-dire, par exemple, que si le côté du quarré contient environ quatre ou cinq pieds, la hauteur du stile doit être d'environ un pied & demi, ou deux pieds. Voici sur quoi on doit se régler: Quand le soleil a commencé à éclairer le plan de maniere à faire une ombre bien terminée, il faut que l'ombre de l'extrêmité du stile tombe vers le bord du plan. En général plus la hauteur du stile est grande, plus les opérations que l'on fait en conséquence sont exactes: c'est pourquoi si on pouvoit prendre le point d'ombre sur un petit de même que sur un grand plan, avec un long stile, il faudroit employer la même hauteur du stile pour un petit comme pour un grand plan. Il paroît par la description du faux stile (Preparation art. 38.), qu'on le peut allonger ou accorder suivant les besoins lorsque la branche est une piece séparée du tronc. Nous allons commencer par le Problème qui enseigne à trouver le pied du stile.

PROBLÈME PREMIER.

g. 9. 94. *Trouver le pied du stile, c'est-à-dire, le point du Plan auquel aboutit une perpendiculaire tirée du sommet du stile.*

Soit le stile ST dont on cherche le pied. Il faut par le moyen d'un compas ou d'une baguette qui ne se plie pas, prendre trois points sur le plan vertical qui soient tous les trois également éloignés du sommet du stile S, tels que sont les points A, B, C, & tirer ensuite les lignes EF & GH, dont la premiere EF passe par tous les points

également éloignés de A & de B (Géom. Liv. I. art. 28), & la seconde par tous ceux qui sont à égale distance de B & de C; le point d'intersection P des lignes EF & GH sera le pied du stile. Fig. 9.

Il faut marquer légérement les lignes EF & GH, & ne les tracer que vers l'endroit où l'on voit qu'elles se doivent couper, afin de ne pas changer le plan de lignes.

75. Pour s'assurer si on a bien opéré, il faut voir si le point d'intersection P est également distant des trois points A, B, C, auquel cas on est sûr que le point P est le pied du stile, pourvû que les trois points A, B, C, soient à égale distance du sommet, & que d'ailleurs la surface du mur soit un véritable plan.

76. Il est à propos de s'assurer encore d'une autre maniere de la justesse de cette opération fondamentale. Il faut choisir trois nouveaux points plus ou moins éloignés du pied du stile que les trois premiers, & voir s'ils sont également distans du point que l'on a trouvé d'abord pour le pied du stile.

77. Si on voit que le plan du mur est bien exact autour du pied du stile, il ne faut pas que la distance des trois points à ce pied soit plus de la moitié ou des deux tiers de cette hauteur, que l'on peut toujours connoître à peu près avant même cette opération : une plus grande distance ne pourroit servir qu'à faire couper les lignes dans un point un peu différent du véritable pied du stile. Mais s'il y a quelque élévation ou quelque enfoncement dans cette partie du plan, on prendra cette distance au moins égale à la hauteur du stile ou même plus grande : car alors celui des trois points A, B, C, qui est marqué sur une élévation, est plus éloigné que les autres du véritable pied du stile, & celui qui est pris dans un enfoncement en est plus près. Or ce défaut cause une erreur plus grande à proportion si la distance est petite, que si elle est plus grande. Pour ce qui est de la distance des trois points entre eux, elle

g. 9. doit être telle que les deux extrêmes A & C ſoient à peu près également éloignés de B, & qu'elle occupe environ une demi-circonférence, afin que les lignes qu'on tire ſe coupent preſque à angles droits.

Quand on a trouvé le pied du ſtile, il eſt à propos d'y mettre un clou dont la tête ait un petit trou dans l'endroit qui répond au pied du ſtile ; ce trou ſert à mettre & à fixer une pointe du compas pour différentes opérations; ainſi il ne doit avoir qu'une très-petite profondeur.

DÉMONSTRATION DU PROBLÊME.

78. afin d'entendre la raiſon de cette pratique, il faut remarquer que le pied du ſtile eſt l'extrémité d'une ligne que l'on conçoit tirée du ſommet S perpendiculairement ſur le plan du Cadran ; par conſéquent l'extrémité de cette ligne perpendiculaire au plan, c'eſt-à-dire, le pied du ſtile eſt également éloigné des extrémités des obliques égales qui ſeroient menées du point S ſur le plan. Or les points A & B qui ſont à la même diſtance du ſommet S, peuvent être conſidérés comme les extrémités des obliques égales SA & SB : donc le pied du ſtile eſt également éloigné des deux points A & B. Or la ligne EF paſſe par tous les points également éloignés d'A & de B : donc cette ligne paſſe par le pied du ſtile. On prouvera de la même maniere que la ligne GH paſſe par le pied du ſtile, parce qu'elle paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance des points B & C, qui ſont auſſi également éloignés du ſommet S par la conſtruction : par conſéquent les deux lignes EF & GH paſſent par le pied du ſtile. Ainſi le pied du ſtile eſt le point d'interſection des deux lignes EF & GH.

79. Il y a une autre méthode de trouver le pied du ſtile par des points : on marquera d'abord deux points tels que A & B également éloignés du ſommet S, & on tirera EF qui paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance de A & de B : enſuite on prendra ſur

fig. 2.

fig. 3.

fig. 5.

Cadran Occidental.

fig. 8.

cette ligne deux points comme E & F qui ſoient auſſi également diſtans du ſommet S ; le point P pris ſur la ligne EF à même diſtance des points E & F ſera le pied du ſtile. Voici la raiſon de cette pratique : le pied du ſtile eſt ſur la ligne EF, comme il paroît par la démonſtration précédente. D'ailleurs ce pied du ſtile & la hauteur entiere SP qui eſt perpendiculaire ſur le plan, & par conſéquent ſur la ligne EF qu'elle rencontre, doivent être à égale diſtance des deux obliques égales, SE, SF. Donc le point P étant pris dans la ligne EF à même diſtance de ces obliques, ou, ce qui revient au même, des points E & F, eſt néceſſairement le pied du ſtile. Fig. 6.

80. On pourroit trouver auſſi le pied du ſtile par le moyen d'une plaque de métail percée au milieu, au trou de laquelle il y auroit un canal fondé d'environ trois ou quatre pouces de longueur : ce canal, qui doit être perpendiculaire à la plaque ſervira à recevoir une verge de fer bien droite d'un égal diametre, & pointue par une des extrémités. On appliquera la plaque (il eſt bon qu'elle ſoit ronde & environ de 5 ou 6 pouces de diametre) contre le plan du mur à l'endroit où l'on voit à peu près que doit être le pied du ſtile ; puis on fera paſſer la verge de fer par le ſommet du ſtile, ou plutôt par le trou d'une autre plaque, duquel le centre eſt conſidéré comme le ſommet du ſtile, & on fera gliſſer la plaque appliquée au mur juſqu'à ce que la verge de fer entre ſans obſtacle dans le canal, & pénétre juſqu'au mur, le point auquel la pointe aboutira ſera le pied du ſtile : cela eſt évident, parce que le canal étant perpendiculaire à la plaque, & par conſéquent au plan du mur, la verge de fer que je ſuppoſe paſſer par le ſommet du ſtile, ſera auſſi perpendiculaire au même plan.

Ces trois méthodes de trouver le pied du ſtile ont lieu dans toutes ſortes de plans, ſoit l'horiſontal, ſoit le vertical, ſoit l'incliné.

9\. 81. Quand on a déterminé le pied du ſtile, on meſure ſa hauteur, qui eſt la diſtance du ſommet au pied : pour cela on ſe ſert du compas à verge ou d'une verge de fer, ou même d'une baguette de bois dont on meſure avec ce compas la partie égale à la hauteur du ſtile. Mais on peut auſſi trouver cette hauteur par le calcul à cauſe du triangle rectangle SPA formé par la diſtance SA, la ligne AP & la hauteur SP, dont les deux premiers côtés étant connus, on trouvera le troiſiéme SP: car en ôtant le quarré du côté AP du quarré de l'hypotenuſe SA, le reſte ſera le quarré de la hauteur SP: ainſi il faudra prendre la racine quarrée de ce reſte pour la hauteur du ſtile.

Il faut marquer avec un crayon les points dont on ſe ſert pour déterminer le pied du ſtile, ou en tirant une petite ligne au-deſſous de chacun, ou en les entourant d'une eſpece de figure comme un cercle, un triangle, &c. ſans cela on ne pourroit pas les retrouver aiſément, ou bien on les confondroit ſouvent l'un avec l'autre. Pour ce qui eſt des points d'ombre, on les marque par des lettres ou des chiffres.

PROBLÊME II.

Tracer deux lignes, dont l'une ſoit la verticale du plan, & l'autre l'horiſontale du même plan.

82\. 1°. La verticale du plan eſt une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle paſſe par le pied du ſtile. On trace cette ligne de la maniere ſuivante : il faut ſuſpendre un poids de cuivre ou de plomb avec un fil attaché à un clou : le clou doit être attaché au mur au-deſſus du pied du ſtile, afin que le fil qui ſoutient le poids paſſe ſur ce point : enſuite on marquera ſur le plan un autre point directement ſous le fil. (L'opération ſera d'autant plus ſûre que ce ſecond point ſera plus éloigné du premier, qui eſt le pied du ſtile). Si on tire une ligne qui paſſe par ces deux points, ce ſera la verticale du plan, puiſqu'elle aura la même direction

que le fil, laquelle tend néceſſairement au centre de la terre.

Le vent trouble ſouvent cette opération en faiſant balancer le poids. Or afin d'empêcher les vibrations du fil ou de la corde qui ſoutient ce petit poids, il eſt à propos de mettre un vaſe rempli d'eau au-deſſous, de maniere que le poids ſoit plongé dans l'eau ſans toucher le fond, & pour lors il ne balancera plus, à moins qu'il ne faſſe un grand vent.

83. 2°. Pour avoir l'horiſontale du plan, il faut tirer une ligne qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpendiculaire à la verticale du plan. La raiſon de cette pratique eſt évidente : car la verticale du plan étant perpendiculaire à l'horiſon, une ligne ne peut être perpendiculaire à la verticale du plan, ſans être parallele à l'horiſon.

84. On peut auſſi tirer l'horiſontale du plan par le moyen d'un niveau d'air ou d'une autre eſpece, que l'on place ſur le côté d'une regle de bois, laquelle on applique contre le plan, de maniere que le bord ſupérieur ſoit ſur le pied du ſtile. Il faut que le côté de la regle ſur lequel eſt poſé le niveau ſoit bien applani. Lorſque la bulle d'air qui eſt dans le niveau ſe tient vers le milieu de cet inſtrument, c'eſt une marque que le côté de la regle de bois eſt dans une ſituation horiſontale; & pour s'en aſſurer davantage, il faut retourner le niveau, enſorte que l'extrémité qui étoit à droite ſoit miſe à gauche, ſans néanmoins faire changer de place à l'inſtrument. Si dans cette ſituation la bulle d'air ſe tient encore vers le milieu, c'eſt une nouvelle preuve que la regle de bois eſt placée horiſontalement; & par conſéquent en tirant une ligne le long du côté de la regle, elle ſera l'horiſontale du plan. Quand l'horiſontale ſera tracée, ſi on lui éleve une perpendiculaire qui paſſe par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

85. Lorſque la verticale du plan eſt tracée, il eſt fa-

F. 10. cile de trouver le centre diviſeur de l'horiſontale. Il faut du pied du ſtile P prendre ſur la verticale une diſtance PD égale à la hauteur du ſtile (62), le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale.

Il s'agit à préſent d'expoſer la maniere de trouver la déclinaiſon d'un plan vertical : comme cette opération eſt une des plus difficiles de la Gnomonique, & qu'elle eſt le fondement de la conſtruction des Cadrans, nous tâcherons d'applanir les difficultés autant qu'il nous ſera poſſible. Nous propoſerons d'abord un Problême qui contiendra différentes méthodes de trouver la déclinaiſon du plan, & enſuite nous en expoſerons encore pluſieurs autres ſur la même matiere : mais il eſt néceſſaire de faire auparavant quelques obſervations préliminaires.

Préparation pour le Problême ſuivant.

86. Il eſt facile de s'aſſurer ſans aucune opération ſi un plan vertical eſt tourné du côté du midi, ou vers le ſeptentrion. Car ſi à midi il eſt éclairé du ſoleil par des moyens directs, c'eſt-à-dire, qui viennent du ſoleil en ligne droite ſans réflexion, alors il regarde le midi : mais ſi ce plan n'eſt point éclairé à midi, il eſt tourné vers le ſeptentrion. Je ſuppoſe qu'il n'y a point d'objet qui empêche la lumiere du ſoleil de tomber directement ſur le midi dans le tems de midi.

87. Il eſt encore aiſé de juger ſi le plan décline vers l'orient ou vers l'occident : car ſi le plan eſt éclairé par le ſoleil plus long-tems avant midi qu'après, il décline vers l'orient : & ſi au contraire il eſt éclairé plus long-tems après midi qu'avant, c'eſt une marque qu'il décline à l'occident. Il faut toujours ſuppoſer que le plan eſt dégagé d'objets qui empêcheroient la lumiere du ſoleil de parvenir directement juſqu'au plan.

88. On peut encore connoître d'une maniere plus commode de quel côté le plan décline : c'eſt en remarquant ſi l'ombre de l'extrémité du ſtile tombe ſur la

verticale du plan avant ou après midi : car si c'est avant midi, le plan décline vers l'orient ; & si c'est après midi, le plan décline vers l'occident. Comme cette derniere maniere de trouver vers quel côté le plan décline pourroit être incertaine dans la pratique lorsque la déclinaison du plan est fort petite, & cela, faute de connoître précisément le moment de midi, nous donnerons encore dans la suite une méthode pour juger dans tous les cas de quel côté se fait cette déclinaison. Fig. 10.

89. Il faut remarquer que la déclinaison du plan vertical est représentée par l'angle PDL, qui a son sommet au centre diviseur D de la ligne horisontale HR, & qui est compris entre les deux lignes DP & DL, dont la premiere est une partie de la verticale du plan égale à la hauteur du stile, & la seconde aboutit au point L, qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale. Pour prouver que cet angle est la déclinaison du plan, il faut imaginer un plan horisontal qui coupe le plan du Cadran selon la ligne HR, le centre de cet horison sera le point D ; car il faut ici concevoir ce point dans le plan horisontal aussi-bien que le triangle entier PDL, & alors le point D n'est pas différent du sommet du stile, ni la ligne DP de la hauteur du stile ; cette ligne DP sera l'intersection de l'horison & du cercle qui est le vertical du plan c'est-à-dire, qui est perpendiculaire au plan du Cadran, puisque cette intersection doit passer par le sommet D du stile, à cause que tous les grands cercles de la sphere passent par le centre de la terre, & que le sommet du stile peut être regardé comme le centre de la terre. De même la ligne DL sera l'intersection de l'horison & du méridien du lieu : car ce méridien passe par le sommet du stile, & par le point L qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale, qui sont tracées sur le plan du Cadran. Ainsi on doit concevoir l'angle PDL décrit sur le plan horisontal & compris entre le vertical du plan

& le méridien du lieu, qui ſont deux grands cercles qui ſe coupent néceſſairement au ſommet du ſtile. Or nous avons dit (43), que l'angle qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien du lieu eſt égal à la déclinaiſon du plan, & qu'on l'appelle même quelquefois la déclinaiſon du plan.

90. On peut encore tourner ce raiſonnement d'une autre maniere qui paroîtra peut-être plus claire : l'angle que fait le vertical du plan avec le méridien étant égal à la déclinaiſon du plan (43), il s'agit de montrer que PDL repréſente, ou plutôt eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux cercles. C'eſt ce que l'on peut faire aiſément en cette ſorte : puiſque les lignes ZPD & CLM déſignent le vertical du plan & le méridien, la partie PL de l'horiſontale repréſente l'arc de l'horiſon compris entre ces deux cercles, lequel arc eſt la meſure de l'angle qu'ils forment. Or l'angle PDL ayant ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a auſſi pour meſure le même arc repréſenté par PL (67) Ainſi cet angle PDL eſt égal à celui que font entre eux le vertical du plan & le méridien, ou ce qui revient au même l'angle PDL eſt égal à la déclinaiſon du plan.

91. Nous remarquerons auſſi qu'un plan vertical eſt toujours parallele à l'horiſon d'un plan éloigné de l'endroit où eſt ſitué le plan, de 90 degrés ou d'un quart de cercle. Pour s'en convaincre, que l'on conçoive le plan prolongé juſqu'au centre de la terre, & que de ce point il y ait un rayon tiré perpendiculairemenr au plan, ce rayon aboutira au lieu dont l'horiſon eſt parallele au plan : car le rayon ſera perpendiculaire à l'horiſon du plan où il aboutira, puiſque tout rayon eſt perpendiculaire à la tangente du point auquel il ſe termine (Géom. Livre I, art. 115), & que l'horiſon ſenſible eſt un plan qui touche le globe de la terre : mais d'ailleurs on ſuppoſe que ce rayon eſt perpendiculaire au plan dont il s'agit ; par conſéquent ce plan eſt parallele à l'horiſon de ce lieu. Or il eſt évident que le

rayon

rayon perpendiculaire au plan se termine à un point qui est éloigné de 90 degrés du lieu où est ce plan.

Ce n'est pas seulement le lieu auquel aboutit ce rayon perpendiculaire qui a son horison parallele au plan : mais c'est aussi l'autre lieu diamétralement opposé à celui-ci. Ainsi un plan vertical est toujours parallele aux horisons de deux lieux qui sont antipodes l'un de l'autre : & même ce plan est l'horison rationel de l'un & de l'autre lieu. Mais quand on parle du lieu dont l'horison est parallele à ce plan, il faut entendre celui vers lequel le plan est tourné. Ainsi quand un plan vertical situé dans la partie septentrionale de la terre, est tourné vers le midi, quoiqu'obliquement, le lieu dont l'horison lui est parallele est dans la partie méridionale de la terre.

PROBLÊME III.

92. *Trouver la déclinaison d'un plan vertical par quelques méthodes aisées.*

PREMIERE MÉTHODE

Qui suppose qu'on connoît le moment de midi.

On peut s'assurer du moment de midi ou par une méridienne horisontale qu'on aura décrite exprès dans le voisinage du Cadran vertical selon la méthode prescrite dans le troisiéme livre de la Sphére article 2 : ou par un Cadran que l'on sçait être juste ; quand bien même ce Cadran seroit à quelque distance, pourvû qu'on ait une bonne montre que l'on mettra sur le Cadran, par exemple, à onze heures ou onze heures & demie : ou bien par une pendule à secondes que l'on sçaura marquer le tems vrai exactement, sur laquelle on pourra mettre la montre trois ou quatre heures avant midi. Au défaut d'un Cadran ou d'une pendule à secondes, on pourra mettre une montre sur le soleil, le jour même qu'on voudroit marquer un point d'ombre à midi, comme on l'expliquera dans la préparation au sixiéme Problême.

Suppoſons donc que l'on connoît le moment de midi : il faut marquer à cet inſtant un point d'ombre, par lequel on fera paſſer une verticale qui ſera la méridienne du lieu, par rapport au ſtile qui a donné le point d'ombre. Si du centre diviſeur D de l'horiſontale on tire une ligne droite au point L de diviſion de l'horiſontale & de la méridienne, on aura l'angle
10. PDL qui ſera la déclinaiſon du plan (89) on connoîtra la valeur de cet angle par ſa corde (Prep. art. 32 & 33) ou par ſa tangente, qui peuvent être meſurées par une échelle diviſée en parties égales.

On pourra auſſi trouver la valeur de cet angle par le calcul après avoir meſuré avec une échelle de parties égales le nombre des parties que contiennent les côtés DP & PL dont le premier ſera conſidéré comme le ſinus total ou rayon qui a pour centre le point D, & le ſecond ſera la tangente, il n'y aura qu'à faire l'analogie ſuivante : *Le côté* DP *eſt au côté* PL *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PDL.

Cette premiere méthode eſt une des plus ſûres, & en même temps une des plus commodes, ſur-tout à préſent que les montres ſont extrêmement communes.

SECONDE MÉTHODE

Qui ſuppoſe qu'on connoît la hauteur du pole ſur l'horiſon.

93. Aprés avoir tracé la verticale du plan & l'horiſontale, il faut décrire la méridienne du plan qui eſt l'interſection de ce plan avec le mérien perpendiculaire au même plan (c'eſt le méridien du lieu par rapport à l'horiſon parallele au plan). Cette méridienne eſt appellée la ſouſtilaire, laquelle doit paſſer par le centre du Cadran & par le pied du ſtile (15). Voici la maniere de la décrire qui ne différe pas de celle que nous avons expliquée (liv. 3 de la Sphère, art. 2).

Pour tracer la ſouſtilaire ſur un plan vertical, il faut donc du pied du ſtile, comme centre, décrire une

ou plusieurs circonférences concentriques, & marquer sur une même circonférence les deux points auxquels se termine l'ombre du stile lorsque l'extrêmité de cette ombre entre dans le cercle, & quand elle en sort ensuite. Après cela on divisera l'arc compris entre ces deux points en deux également. Si du point de division on tire une ligne droite au pied du stile, ce sera la soustilaire.

94. Afin que l'opération soit plus assurée, il faut pareillement marquer deux points sur une autre circonférence concentrique qui désignent l'entrée & la sortie de l'ombre du stile par rapport à cette circonférence, & diviser l'arc compris en deux parties égales. Ensuite on tirera du point de division une ligne au pied du stile : si cette ligne ne différe pas de la premiere, c'est une marque que l'opération a été bien faite : mais si cette ligne fait un angle avec la premiere, on conclura qu'il s'est glissé quelque erreur dans la premiere ou dans la seconde opération, ou peut-être dans l'une & dans l'autre; auquel cas il faudra décrire plusieurs autres circonférences concentriques, & opérer sur chacune de la maniere que nous venons d'expliquer.

La démonstration est la même que celle de la meridienne du plan horisontal, puisqu'on peut regarder le plan vertical comme l'horison d'un endroit éloigné de 90 deg. du lieu où est situé ce plan (91), & que l'on opére sur ce plan de la même maniere qu'on le feroit sur cet horison.

95. Afin que cette pratique soit sûre, il faut que la déclinaison du soleil ne change pas sensiblement tandis que l'ombre du sommet du stile passe d'un point de la circonférence à l'autre : c'est pourquoi elle est plus exacte vers les solstices que vers les équinoxes : car la déclinaison du soleil demeure presque la même au moins pendant sept ou huit heures dans le tems des solstices. De plus quand la déclinaison du plan est fort grande, cette méthode devient encore fautive à cause de la réfraction produite par l'air, laquelle ne change pas de la même maniere la hauteur apparente du soleil quand

l'ombre du ſtile entre dans la circonférence, que quand elle en ſort, à moins que cette hauteur du ſoleil ſur l'horiſon n'excéde environ 10 ou 12 deg. Ainſi pour que cette pratique ſoit ſûre, deux conditions ſont néceſſaires, 1°. qu'elle ſoit employée vers le tems des ſolſtices, afin que la déclinaiſon du ſoleil demeure à peu près la même pendant l'intervalle de deux inſtans auxquels on marque les points d'ombre; 2°. que la hauteur du ſoleil ſoit égale dans ces deux inſtans à quelques degrés près; ou ſi elle n'eſt pas égale, il faut qu'elle exéde 10 à 12 degrés dans l'un & dans l'autre inſtans: & alors la différence des réfractions n'eſt pas conſidérable.

96. Quand on a la ſituation de la ſouſtilaire à l'égard de l'horiſontale & de la verticale, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la Géométrie (je ſuppoſe cette ſouſtilaire prolongée au-deſſus & au-deſſous de l'horiſontale). Pour cela il faut du point C de la ſouſtilaire pris à volonté mener une perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale (fig. 18.): cette perpend. pourra être conſidérée comme la méridienne du lieu, & le point C d'où elle eſt tirée, comme le centre du Cadran. Enſuite on tracera la ligne CH qui faſſe avec la méridienne l'angle LCH égale au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, l'angle CHL ſera la hauteur du pole à cauſe du triangle rectangle CLH.

Cela poſé, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne CM: car ſi du centre diviſeur de cette méridienne on tiroit une ligne au centre C du Cadran qui repréſente un pole du monde (3), cette ligne feroit avec l'horiſontale HR un angle qui auroit pour meſure l'arc repréſenté par CL (67), lequel arc eſt compris entre le pole & l'horiſon. Or cet arc eſt la hauteur du pole: ainſi l'angle ſeroit égal à la hauteur du pole. Mais la ligne qu'on ſuppoſe ainſi tirée du centre diviſeur de la méridienne, & qui paſſeroit par le centre C du Cadran, n'eſt pas différente de CH, puiſque CH fait le même angle avec l'horiſontale & qu'elle

passe aussi par le centre C; donc le point H est le centre diviseur de la méridienne. Par conséquent si on prend sur la verticale du plan un point D aussi éloigné du point d'intersection L que le point H, ce point D sera le centre diviseur de l'horisontale, (69). Or pour avoir ce point de la verticale du plan, il faut décrire du point L comme centre & de l'intervalle LH une circonférence, le point où elle rencontrera la verticale sera le point cherché; & si de ce point D on tire une ligne au point L, on aura l'angle PDL égal à la déclinaison du plan (89). Fig. 1

97. Il faut remarquer que la méridienne qu'on aura ainsi décrite d'un point quelconque de la soustilaire, ne sera pas relative à la hauteur du stile qu'on aura employé pour décrire la soustilaire, ensorte que le point d'ombre de ce stile ne tomberoit pas sur la méridienne à midi, parce qu'en suivant cette méthode la ligne PD ne sera pas égale à la hauteur du stile, si ce n'est par hazard. Si PD est plus longue que cette hauteur, la méridienne tirée sera plus éloignée de la verticale du plan que la méridienne relative : & si PD est plus courte que la même hauteur, la méridienne qu'on aura décrite sera plus près de la verticale que la méridienne relative à cette hauteur.

98. On peut aussi trouver la déclinaison du plan par le calcul, lorsqu'on a tracé la soustilaire, car l'angle BPD ou CPZ, que fait la soustilaire avec la verticale ZD est égal à l'angle alterne LCP, parce que la verticale est parallele à la méridienne. Or si on a la soustilaire, on trouvera aisément l'angle BPD; ainsi l'angle au centre LCP, sera pareillement connu. Or si on connoît l'angle LCP, on pourra trouver la déclinaison du plan par l'analogie suivante démontrée dans le dixiéme Problême, puisque les trois autres termes seront connus. *La tangente du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, est à la tangente de l'angle* LCP *compris entre la soustilaire & la méridienne, comme le sinus to-*

tal eſt au ſinus de la déclinaiſon du plan.

TROISIÉME MÉTHODE

Qui ſuppoſe qu'on connoît la hauteur du pole ſur l'horiſon.

99. Il faut chercher la hauteur du pole ſur le plan, ou, ce qui revient au même, la hauteur du pole ſur l'horiſon qui eſt parallele au plan, à quelque endroit de la terre que cet horiſon appartienne. La pratique que nous allons donner eſt la même que celle dont on ſe ſert pour connoître la latitude du lieu par la hauteur méridienne du ſoleil que l'on trouve à l'aide d'un ſtile attaché à un plan horiſontal, quand on connoît la déclinaiſon du Soleil.

16. Soit le pied du ſtile P & ſa hauteur XP. Le point du Ciel auquel aboutiroit la hauteur du ſtile prolongé eſt le zenith du plan, lequel point eſt toujours dans le plan de l'horiſon, lorſque le plan auquel eſt attaché le ſtile eſt vertical, parce qu'alors la hauteur du ſtile eſt parallele à l'horiſon. Il faut prendre le point d'ombre de l'extrêmité du ſtile dans le moment auquel il eſt le plus proche du pied du ſtile : pour cela on marquera pluſieurs points d'ombre vers le tems auquel on ſçait à peu près que l'extrêmité de l'ombre du ſtile doit tomber ſur la ſouſtilaire, & de tous ces points on prendra le plus près du pied du ſtile, que je ſuppoſe être le point V, enſuite on meſurera la diſtance PV avec une échelle de parties égales. Je ſuppoſe que l'on a auſſi meſuré la hauteur PX du ſtile. Cela poſé, il ſera facile de trouver l'angle X du triangle rectangle XPV, en faiſant l'analogie ſuivante, dans lequel le côté XP eſt conſidéré comme rayon, dont le centre eſt X, & alors le côté PV devient la tangente de l'angle cherché : *Comme* XP *eſt à* PV, *ainſi le ſinus total à la tangente de l'angle cherché* X. Or l'angle X ou VXP eſt égal à l'oppoſé SXZ, qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith du plan, cette diſtance ſera donc connue.

Il faudra y ajouter la déclinaison du soleil si elle est méridionale, ou l'en retrancher si elle est septentrionale, & la somme ou la différence sera la distance du zenith du plan à l'équateur, laquelle est égale à la hauteur du pole sur le plan. Nous supposons que c'est un plan du midi, qui peut être considéré comme un horison de la Sphère australe auquel ce plan est parallele : mais si c'est un plan du nord, on fera le contraire, c'est-à-dire, que si la déclinaison du soleil est méridionale, il faudra la retrancher de la distance du zenith du plan au soleil; & si elle est septentrionale, il faudra l'ajouter à cette distance, & la différence ou la somme sera pareillement la distance du zenith du plan à l'équateur, qui est égale à la hauteur du pole sur le plan.

Si le Soleil étoit à l'équateur, la distance du zenith au Soleil seroit pour lors égale à la hauteur du pole sur le plan.

100. Pour entendre la raison de cette pratique, il faut considérer la fig. 17, dans laquelle le cercle HZPR est le méridien, qui passe par le zenith Z & le pole P du monde, HR est l'horison, AT l'équateur, S ou *s* le soleil, qui répond à un point du méridien; AZ distance de l'équateur au zenith est la latitude laquelle est toujours égale à la hauteur du pole sur l'horison, & SA ou *s*A distance du soleil à l'équateur est la déclinaison du soleil. Si le soleil décline vers le pole élevé P la latitude AZ, & par conséquent la hauteur du pole, est égale à la somme de la déclinaison SA du soleil & de sa distance SZ au zenith : mais si le soleil décline vers le pole abbaissé, la latitude AZ est égale à la différence de la distance *s*Z du soleil au zenith & de sa déclinaison *s*A : enfin si le soleil est à l'équateur la latitude est égale à la distance du soleil au zenith. Cela posé, il faut faire attention que tout plan vertical est l'horison d'un lieu éloigné de 90^d de l'endroit où est situé ce plan. Par exemple, un plan vertical situé sur l'équateur & tourné directement vers le nord ou vers le midi est Fig. 17

l'horiſon de l'un ou de l'autre pole de la terre : ainſi tout plan vertical du midi peut être conſidéré comme un horiſon de quelque lieu ſitué dans la partie méridionale de la terre, & tout plan vertical du nord eſt un horiſon d'un lieu ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre : par conſéquent la hauteur du pole ſur un plan vertical eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon d'un lieu, qui eſt éloigné de ce plan de 90ᵈ; & le zenith du plan eſt le zenith de cet horiſon. Or on vient de voir que quand le ſoleil décline vers le pole élevé ſur un horiſon, la hauteur du pole ou la latitude eſt égale à la ſomme de la déclinaiſon du ſoleil & de ſa diſtance au zenith ; & ſi le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, cette hauteur eſt égale à la différence de ces deux quantités. Ainſi la méthode propoſée eſt certaine.

101. Si la ſouſtilaire étoit tirée, on n'auroit pas beſoin de marquer pluſieurs points d'ombre, il faudroit ſeulement marquer celui qui tomberoit ſur la ſouſtilaire, parce qu'il ſeroit le plus près du pied du ſtile par la même raiſon que l'ombre la plus courte d'un ſtile perpendiculaire ſur un plan horiſontal eſt celle qui tombe ſur la méridienne de ce plan. Au défaut de la ſouſtilaire, que l'on ſuppoſe ici n'être pas tracée, on peut décrire pluſieurs circonférences concentriques, dont le centre ſoit le pied du ſtile, par le moyen deſquelles on verra facilement ſi le point d'ombre du ſommet du ſtile s'approche ou s'éloigne du pied.

16. 102. Lorſque l'angle SXZ eſt moindre que la déclinaiſon du ſoleil, & que cette déclinaiſon ſe fait vers le même pole que celui vers lequel le plan eſt tourné, le zenith du plan ſe trouve alors entre le parallele du ſoleil & l'équateur : ainſi cet angle SXZ, qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith, n'eſt dans ce cas qu'une partie de la déclinaiſon du ſoleil dont l'autre partie eſt la diſtance du zenith du plan à l'équateur : c'eſt pourquoi il faudra ôter l'angle SXZ de cette déclinaiſon, le reſte ſera la diſtance du zenith du plan à l'équateur, qui eſt

égale à la hauteur du pole ſur le plan. Au reſte comme les plans verticaux du midi ſitués dans la ſphere ſeptentrionale, ſont paralleles à des plans horiſontaux de la ſphère méridionale, leur zenith ne peut être entre l'équateur & le parallele du ſoleil, que quand ſa déclinaiſon eſt méridionale. Par la raiſon contraire le zenith d'un plan vertical du nord ne peut ſe trouver entre l'équateur & le ſoleil que quand la déclinaiſon de cet aſtre eſt ſeptentrionale.

103. Il ſemble d'abord qu'on pourroit ſe ſervir du point d'ombre le plus près du pied du ſtile pour tirer la ſouſtilaire, puiſqu'une ligne menée du pied du ſtile à ce point d'ombre, ſeroit la ſouſtilaire : mais quoique cette méthode ſoit bonne dans la théorie, elle n'eſt pas exacte dans la pratique à moins d'y ajouter quelque autre opération, parce que l'ombre de l'extrêmité du ſtile eſt à peu près à même diſtance du pied pendant un tems aſſez conſidérable, comme deux ou trois minutes; & néanmoins cette ombre avance ſenſiblement pendant ce tems-là.

104. Après avoir trouvé la hauteur du pole ſur le plan, on fera l'analogie ſuivante pour trouver la déclinaiſon du plan.

Le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt au ſinus total, comme le ſinus de la hauteur du pole ſur le plan eſt au ſinus du complément de la déclinaiſon du plan.

Cette analogie eſt une ſuite de celle qu'on démontrera dans le Problême XI.

Cette méthode eſt une des plus faciles pour trouver la déclinaiſon du plan : au reſte afin que la pratique en ſoit plus exacte, il faut que dans le tems qu'on marque le point d'ombre le ſoleil ſoit élevé ſur l'horiſon d'environ 10 à 12 degrés ou davantage, afin que la réfraction cauſée par l'air ſoit ſi petite qu'elle ne puiſſe produire une erreur ſenſible. De plus il faut encore remarquer que cette méthode n'a pas lieu pour

les plans du nord, dont la déclinaison n'est pas assez grande, afin qu'ils soient éclairés dans le tems que le soleil passe par le méridien du plan : car dans ce cas l'ombre du stile ne peut tomber sur la soustilaire.

QUATRIÉME MÉTHODE

Qui suppose aussi qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison.

105. Cette méthode est fondée sur ce que l'on appelle la différence des longitudes entre l'horison du lieu où est situé le plan vertical & l'horison parallele à ce plan. Cette différence en degrés n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de ces deux horisons. Supposons, par exemple, qu'un plan vertical situé à Paris soit parallele à l'horison de Lima au Perou, la différence des longitudes sera de $79^d\ 9^m\ 30^f$, parce que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de Paris & de Lima est de cette valeur. Or comme le soleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident, pour réduire les degrés de longitude en heures, minutes & secondes de tems, il faut prendre une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degrés, & une seconde de tems pour 15 secondes de degrés. Réciproquement quand on connoît la différence des longitudes en tems on peut la réduire en dégrés, puisqu'une heure répond à 15 degrés, une minute de tems à 15, &c. Voici comment on pourra connoître la différence des longitudes en tems, en supposant qu'on a une bonne montre.

106. Il faut pour cela décrire du pied du stile, comme centre, une ou plusieurs circonférences concentriques, comme pour trouver la soustilaire suivant ce que nous avons dit dans la seconde méthode. Ensuite on remarque l'heure qu'il est à la montre dans les deux instans auxquels l'extrêmité de l'ombre du stile tombe sur une circonférence en entrant & en sortant du cercle.

Après cela on divise également le tems qui est entre les deux instans, & on ajoute une moitié à l'heure qu'il étoit lorsque l'ombre est entrée dans le cercle, la somme qui vient est l'heure à laquelle l'extrémité de l'ombre du stile répondoit à la soustilaire : si donc on prend le tems qu'il y a entre cet instant & midi, on aura la différence des longitudes en tems, qu'il sera facile de réduire en degrés, comme nous venons de le dire. Je suppose, par exemple, que l'ombre du stile soit entrée dans une circonférence à $9^h\ 4^m$, & qu'elle en soit sortie à $9^h\ 50^m$, le tems qu'il y a entre les deux instans est 46^m, dont la moitié est 23 : j'ajoute donc 23^m à $9^h\ 4^m$, & la somme est $9^h\ 27^m$, d'où je conclus que l'extrémité de l'ombre du stile tomboit sur la soustilaire à $9^h\ 27^m$. Or depuis ce moment jusqu'à midi, il y a $2^h\ 33^m$: ainsi la différence des longitudes dans cette hypothèse est $38^d\ 15'$.

107. Afin d'être plus sûr, il est à propos de faire la même chose par rapport à plusieurs circonférences concentriques. D'ailleurs, il faut aussi pour l'exactitude que le soleil ne change pas sensiblement de déclinaison entre les deux instans, & que la hauteur du soleil sur l'horison surpasse environ dix degrés dans les deux instans, afin que la réfraction causée par l'atmosphere n'apporte point de changement sensible dans la longueur de l'ombre. Si cependant la déclinaison du plan étoit fort petite ; comme alors la soustilaire ne seroit pas éloignée de la méridienne, la réfraction ne produiroit pas d'erreur sensible, quoique la hauteur du soleil fût moindre que 10 degrés, parce qu'elle seroit à peu près la même dans les deux instans.

108. Il faut remarquer qu'il n'est pas nécessaire pour pratiquer cette méthode que la Montre soit actuellement sur le soleil, lorsqu'on observe l'heure qu'elle marque dans les deux instans. Il suffit qu'on l'y mette ensuite pour sçavoir de combien elle précede le soleil, ou au contraire, afin d'y avoir égard pour dé-

terminer l'heure qu'il étoit lorsque l'extrêmité de l'ombre répondoit à la soustilaire : c'est pourquoi si dans notre exemple la Montre étoit postérieure au soleil de 3 minutes, alors au lieu de $9^h\ 27^m$ il faudroit prendre $9^h\ 30^m$ pour le moment auquel l'extrémité de l'ombre tomboit sur la soustilaire ; & par conséquent la différence des longitudes ne seroit en tems que de 2 heures 30 minutes, & en degrés que de $37^d\ 30'$.

109. La différence des longitudes en tems étant connue, on trouvera le complément de la déclinaison du plan par l'analogie suivante, qui est l'inverse de celle qui est démontrée dans le XII Problême.

Le sinus de la hauteur du pole sur l'horison est au sinus total, comme la tangente du complément de la différence des longitudes est à la tangente du complément de la déclinaison du plan.

Si on suppose la hauteur du pole de $48^d\ 51'$ & la différence des longitudes de $37^d\ 30'$, la proportion précédente se réduira à celle-ci : *Le sinus de $48^d\ 51'$ est au sinus total, comme la tangente du complément de $37^d\ 30'$ est à la tangente du complément de la déclinaison cherchée.* Les logarithmes des trois premiers termes sont 987679, 1000000, 1011502 : or le premier étant retranché de la somme des deux autres donne le reste 1023823, qui est la tangente artificielle du complément de $30^d\ 1'$. C'est la déclinaison cherchée.

Il faut connoître le plus exactement qu'on pourra l'heure qu'il est au soleil pour le tems que le point d'ombre tombe sur la soustilaire ; car une erreur de deux minutes de tems donneroit pour la latitude de Paris environ 30 minutes d'erreur pour la déclinaison du plan, & même davantage si la différence des longitudes étoit plus petite que trois heures.

PROBLÊME IV.

110. *Trouver la hauteur du Soleil sur l'horison par l'ombre d'un stile attaché à un plan vertical.*

Suppoſons un ſtile attaché à un mur dont la ſurface Fig. 10.
ſoit un plan vertical : que le pied du ſtile ſoit P, & ſa hauteur égale à la ligne PD, qui eſt une partie de la verticale du plan. Si on a marqué le point d'ombre F, qu'on ait pris PI égale à la diſtance de ce point à la verticale du plan, & qu'on ait meſuré l'oblique DI & la verticale FI, qui eſt la diſtance de ce point à l'horiſontale ; on trouvera la hauteur du ſoleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre par la proportion ſuivante,

DI *eſt à* FI, *comme le ſinus total à la tangente de la hauteur du ſoleil.*

DÉMONSTRATION.

Pour prouver cette proportion il faut chercher quel eſt le centre diviſeur de la verticale FI. Or pour trouver ce centre on prendra ſur l'horiſontale HR la partie IR égale à DI, le point R ſera le centre diviſeur de la verticale (65). Ainſi en tirant une ligne du point R au point F, on aura l'angle IRF, qui aura pour meſure l'arc repréſenté par FI, qui eſt la diſtance du ſoleil à l'horiſon ou la hauteur du ſoleil, parce que le point F repréſente le lieu du ſoleil, comme la ligne HR déſigne l'horiſon. L'angle IRF peut donc être pris pour la hauteur du ſoleil. Or afin de trouver la valeur de cet angle qui appartient au triangle rectangle FIR, il faut regarder RI comme le ſinus total, & le point R comme centre, pour lors la ligne FI ſera la tangente de l'angle cherché IRF : ainſi on fera la proportion, DI *ou* RI *eſt à* FI, *comme le ſinus total à la tangente de l'angle* IRF, qui eſt la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon.

Voici une ſeconde méthode plus difficile que la premiere : nous l'ajoutons néanmoins, parce qu'on y démontre quel eſt l'angle que fait le vertical du ſoleil avec le plan, lequel angle eſt la diſtance du ſoleil au plan.

111. Il faut meſurer l'oblique DI & la verticale FI, comme dans la premiere méthode. D'ailleurs je ſup-

Fig. 10. pose qu'on connoît la hauteur du stile. Cela posé, 1°. On cherchera l'angle PID par le triangle rectangle DPI, duquel on connoît l'angle droit P & les deux côtés DP & DI, dont le premier est la hauteur du stile. On trouvera donc l'angle PID par la proportion suivante, dans laquelle on regarde DI comme sinus total, & le point I comme centre.

L'oblique DI *est à la hauteur du stile* DP, *comme le sinus total est au sinus de l'angle* PID. C'est l'angle du vertical du soleil avec le plan vertical auquel le stile est attaché, comme on le prouvera dans la démonstration suivante.

2°. On prendra le sinus de l'angle PID, & on fera la proportion suivante pour trouver la hauteur du soleil dans le tems où on marque le point d'ombre.

La hauteur du stile est au sinus de PID, *comme* FI *distance du point d'ombre à l'horisontale est à la tangente de la hauteur du soleil.* On prouvera cette proportion dans la suite.

Si la hauteur du stile DP est de 1000 parties, le côté DI de 1077, & la verticale FI de 900, on trouvera d'abord que l'angle PID sera de $68^d\ 12'$, dont le sinus a pour logarithme 996777. Les logarithmes des trois premiers termes de la seconde analogie seront donc, 300000, 996777, 295424 par lesquels on trouvera 992201, qui est le logarihme de la tangente de $39^d\ 53'$; mais comme la réfraction fait paroître le soleil plus élevé qu'il n'est effectivement, il faut retrancher l'effet de cette réfraction, qui est d'environ une minute à la hauteur de 40 degrés, comme il paroît par la Table que nous donnerons à la suite de ce Problême. Par conséquent la hauteur du soleil au moment où l'on a pris le point d'ombre étoit environ de $39^d\ 52'$.

DÉMONSTRATION DE LA SECONDE MÉTHODE.

Il s'agit de prouver que la seconde proportion fait

trouver la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Pour cela il faut concevoir la hauteur du ſtile SP qui eſt égale à la ligne DP: comme cette hauteur eſt perpendiculaire au plan vertical, le point S eſt en l'air: il faut auſſi imaginer des lignes tirées de ce point S aux deux autres I & F, on aura les triangles SPI & SIF dont le 1[er] fait partie du plan horiſontal qui paſſe, par le ſommet S. (Il eſt évident que ce 1[er] triangle SPI eſt égal en tout au triangle DPI, parce que les trois côtés de l'un ſont égaux aux trois côtés de l'autre); & le ſecond SIF eſt dans le plan du vertical du ſoleil & en fait auſſi partie: d'ailleurs la ligne IF eſt la commune ſection du vertical du ſoleil & du plan vertical; & par conſéquent elle eſt perpendiculaire au plan horiſontal & aux deux lignes PI & SI qui ſont dans ce dernier plan. Cela étant, l'angle SIP égal à DIP ſera l'angle du vertical du ſoleil avec le Plan vertical ſur lequel on opere; & l'angle ISF ſera la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon au tems qu'on a marqué le point d'ombre, parce que ce dernier angle eſt formé par les deux lignes SI & SF, qui ſont l'un & l'autre dans le vertical du ſoleil, & dont la premiere eſt parallele à l'horiſon, & la ſeconde repréſente une partie du rayon ſolaire qui vient aboutir au point F après avoir paſſé aux travers du plan horiſontal. Cela poſé, ſi on prend SI pour ſinus total, & le point I pour centre, SP ſera le ſinus de l'angle SIP dans le triangle SPI, & IF perpendiculaire au ſinus total SI dans le triangle SIF ſera la tangente de la hauteur du ſoleil ISF, en regardant alors le point S comme centre. On a donc la proportion: *La hauteur* SP *du ſtile eſt au ſinus de l'angle* SIP *ou* DIP, *comme la verticale* IF *eſt à la tangente de la hauteur du ſoleil.* Fig. 10.

112. PREMIERE REMARQUE. Le triangle DPI étant rectangle en P, l'angle PDI eſt le complément de l'angle PID, qui, comme nous venons de le prouver, eſt l'angle du vertical du ſoleil avec le plan. Or cet angle PDI ou PSI eſt l'angle du vertical du ſoleil avec le

.uisque les deux lignes SP, SI
.ontal auquel ces deux verticaux
.. Ainsi l'angle du vertical du so-
: plan, est le complément de l'an-
.. .e vertical du soleil avec le plan.
: .e le vertical du plan est perpendi-

. . REMARQUE. Puisque l'angle PDI
.leil avec le vertical du plan est le
.ID, la premiere proportion de cet-
. . .de en fera connoître la grandeur. On
.ouver l'angle PDI, en disant, PD *est*
. *.nus total est à la tangente de l'angle*
..adroit alors mesurer le côté FI pour le
. .. .s le calcul : c'est pourquoi si on veut
. ..le PDI & de plus la hauteur du soleil,
.e servir de la premiere proportion de
...thode pour l'angle PDI, & de la pro-
.. premiere méthode pour la hauteur du
. . on introduira moins de termes différens

. point d'ombre F étoit sur la verticale ZPD
. . la hauteur du soleil seroit égale au com-
.ngle PFS compris entre le plan vertical
.ı soleil. Pour le prouver concevons une
. . appellerons YF perpendiculaire au plan
.ui aboutisse au point F, cette ligne sera
.orison, & de plus elle sera dans le même
. .ux autres ZF & SF, sçavoir, dans le plan
.rpendiculaire au plan du mur ; par con-
. . SFY qu'elle forme avec le rayon so-
.. hauteur du soleil sur l'horison. Or cet
.omplément de l'angle PFS, puisque l'an-
. .oit. On voit bien que l'angle PSF est
. .. du soleil, puisqu'il est égal à l'angle al-

... . . n'est pas à propos de marquer le point
d'ombre

d'ombre sur la verticale du plan, parce que l'ombre paroît alors rester pendant quelque tems sur le même point, quoique le soleil monte ou descende toujours. Si cependant la hauteur du stile est fort longue, par exemple, de trois ou quatre pieds, l'ombre avance assez sensiblement. Il ne faut pas non plus marquer de points d'ombre à une trop petite distance de cette verticale, soit pour la raison qu'on vient d'apporter, soit parce que cette distance horisontale n'auroit plus un rapport assez sensible avec la hauteur DP; & que par conséquent une petite erreur qu'on ne peut guere éviter en mesurant cette distance, en causeroit une assez grande dans la détermination de la hauteur du soleil. Cette remarque a aussi son application dans la méthode du Problême VI.

116. Il faut aussi éviter de prendre la hauteur du soleil depuis environ dix heures $\frac{1}{2}$ du matin, jusqu'à une heure $\frac{1}{2}$ après midi, non pas qu'il y ait une plus grande erreur à craindre dans ce tems-là que dans un autre, par rapport à cette hauteur : mais parce que le soleil ne changeant pas assez sensiblement de hauteur dans cet espace de tems, l'erreur qu'on pourroit faire dans la détermination de la hauteur du soleil, seroit d'une plus grande conséquence par rapport à sa distance du méridien; mais si la déclinaison du plan est grande, comme de 40 à 45 degrés, ou davantage, il y a moins à craindre, parce que dans ce cas l'ombre de l'extrémité du stile avance fort vîte dans ce tems-là; & par conséquent les distances à l'horisontale & à la verticale augmentent beaucoup en peu de tems.

117. Si on prend la hauteur du soleil à midi, on pourra trouver la hauteur du pole sur l'horison du lieu, pourvû que l'on connoisse la déclinaison du soleil : car si le soleil décline vers le pole élevé, il faudra ôter la déclinaison du soleil de sa hauteur méridienne, la différence sera l'élévation de l'équateur sur l'horison. Si la déclinaison du soleil est vers le pole abbaissé,

on l'ajoutera à sa hauteur méridienne, la somme sera aussi l'élévation de l'équateur. Or la hauteur du pole sur l'horison est toujours le complément de l'élévation de l'équateur. Voci la raison de cette opération : Si le soleil étoit à l'équateur, sa hauteur méridienne seroit égale à l'élévation de ce cercle sur l'horison : par conséquent si le soleil décline de 10 degrés vers le pole élevé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés plus grande que l'élévation de l'équateur. Ainsi pour avoir cette élévation, il faudra ôter la déclinaison du soleil de la hauteur méridienne. Mais si le soleil décline de 10 degrés vers le pole abbaissé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés moindre que l'élévation de l'équateur : par conséquent pour avoir cette élévation, il faudra ajouter la déclinaison du soleil à la hauteur méridienne.

118. Comme la hauteur du soleil change fort peu vers le tems de midi, l'erreur ne seroit pas grande, si au lieu de prendre la hauteur du soleil à midi juste, on la prenoit quelques minutes avant ou après.

119. Nous avons dit que la réfraction des rayons du soleil le fait paroître un peu plus élevé sur l'horison qu'il n'est effectivement. Voici une table qui fait voir de combien il faut diminuer la hauteur du soleil trouvée par l'ombre du stile ou par quelqu'autre observation, afin d'avoir la hauteur véritable. Cette table est tirée du Livre intitulé, *La Connoissance des Tems.*

TABLE DES AUGMENTATIONS causées dans la hauteur apparente du Soleil par la réfraction des rayons que produit l'Atmosphere de l'air.

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	32 20″						
1	27 56	24	2′ 12′	47	0′ 56″	69	0 22″
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	10 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	46	0 58				

120. Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du Soleil est nulle ou zero, c'est-à-dire, lorsque son centre est vu à l'horison, il est encore 32′ 20″ au dessous de ce cercle : c'est ce qu'on appelle la réfraction horisontale. Quand sa hauteur apparente est d'un degré, sa hauteur véritable est seulement de 32′ 4″, moindre que l'apparente de 27′ 56″ : de même quand il paroît élevé de 2^d, il ne l'est réellement que de 1^d 38′ 56″, parce que la réfraction est de 21′ 4″, &c.

On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'observation, afin d'avoir la hauteur véritable ; par conséquent si on a trouvé par l'observation que la hauteur apparente du soleil est, par exemple, de 22^d 50′, il faudra chercher dans la Table quelle est la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle est de 23^d, & on trouvera que c'est 2′ 18″ : il faut donc retrancher cette quantité de 22^d 50′ & le reste 22^d 47′ 42″ sera la hauteur véritable du soleil quand il paroît élevé de 22^d 50′.

PROBLÊME V.

121 *Connoissant la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, trouver la déclinaison d'un plan vertical par un point d'ombre du sommet d'un stile attaché au plan.*

CINQUIÉME MÉTHODE

De trouver la déclinaison du plan.

Fig. 10. Il faut prendre un point d'ombre comme F, & ayant tiré, ou plutôt imaginé (151) FI perpend. à l'horisontale HR, & la ligne DI, on mesurera ces deux lignes, aussi-bien que DP avec le compas à verge ; & on cherchera 1°. l'angle PID que l'on trouvera par la premiere analogie de l'art 111 ; & on prendra son complément PDI. 2°. La hauteur du Soleil par la proportion de l'art. 110. 3°. L'angle IDL de la maniere que nous exposerons (124). Nous avons vû (112) que l'angle PDI est égal à celui qui est compris entre le vertical du Soleil & le vertical du plan : & par la même raison l'angle IDL est égal à celui que fait le vertical du Soleil avec le méridien. Nous désignerons ces deux angles en nommant l'un le premier, c'est ici PDI, & l'autre le second, c'est IDL. Il peut arriver trois cas : le premier, c'est lorsque le point d'ombre est entre la verticale du plan & la méridienne, comme F ; le second, quand le point d'ombre est au-delà de la méridienne, comme G : le

troisiéme enfin, lorsque le point d'ombre est du côté de la verticale opposé à la méridienne, comme *f*. Dans le premier cas il faut ajouter les deux angles, la somme PDL sera la déclinaison du plan. Dans le second cas il faut retrancher le second angle LDK du premier PDK, le reste PDL sera aussi la déclinaison. Enfin dans le 3me cas il faut ôter le premier angle PD*i* du second *i*DL, le reste PDL sera encore la déclinaison. Ces trois cas se peuvent réduire à deux, si on n'en fait qu'un des deux derniers; & pour lors on dira que dans le premier cas la déclinaison du plan est égale à la somme des deux angles, & que dans le second elle est égale à la différence de ces deux angles. La vérité de ces deux cas paroît évidemment par la seule inspection de la figure 10, pourvû qu'on se souvienne de l'art. 89. Nous les montrerons cependant encore comme dans la nature même (128). Fig. 1

Il s'agit présentement de montrer comment on trouvera l'angle fait par le vertical du soleil & le méridien, en supposant qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaison du soleil & la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre : c'est un Problême qui appartient à la Trigonométrie sphérique dont la connoissance n'est cependant pas nécessaire pour entendre la pratique que nous allons expliquer. Il consiste à trouver un angle d'un triangle sphérique dont on connoît les trois côtés.

122. Soit la figure 12, dans laquelle le cercle HZPR représente le méridien du lieu, dont les deux points P & Z sont le pole & le zenith, AT est l'équateur, HR l'horison, PSD le cercle horaire qui passe par le soleil S dans le tems qu'on marque le point d'ombre, ZSO le vertical du soleil. Il est évident 1°. que ZA est la latitude du lieu, parce que c'est la distance du zenith à l'équateur; 2°. que SD distance du soleil à l'équateur, est la déclinaison du soleil; 3°. Enfin que SO, distance du soleil à l'horison, est la hauteur du Fig. 1

ig. 12. soleil sur l'horison. Cela posé, les arcs PZA, PSD & ZSO étant des quarts de cercle, dans le triangle sphérique ZPS le côté PZ est le complément de la latitude, PS est le complément de la déclinaison du soleil, & ZS le complément de la hauteur du soleil. Ces trois côtés sont donc connus par l'hypothèse ; on pourra donc trouver l'angle PZS, dont le supplément est l'angle AZS que forme le vertical ZSO du soleil avec le méridien HZPR du côté du pole abbaissé. Nous ferons voir dans la suite que quand le plan du Cadran est tourné au nord de quelque maniere que ce soit, l'angle cherché est PZS, & que c'est AZS quand il est tourné au midi.

123. Quand nous avons dit que PS est le complément de la déclinaison du soleil, c'étoit dans l'hypothese que cette déclinaison étoit vers le pole élevé sur l'horison. Mais si le soleil est du côté de l'autre pole, alors Ps (Fig. 13) est la somme d'un arc de 90 degrés qui s'étend depuis le pole élevé jusqu'à l'équateur, & de la déclinaison du soleil.

Voici la méthode pour trouver un angle d'un triangle sphérique dont on connoît les trois côtés. Nous allons l'exposer en l'appliquant au triangle sphérique ZPS dont il faut trouver l'angle PZS.

124. 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés ZS & ZP, qui contiennent l'angle cherché Z, sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base PS, & on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base PS, & on prendra la moitié du reste ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme & celui du sinus de la moitié de la différence : ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui est le sinus total ou de 90 degrés, pour en avoir la somme. 4°. On ôtera de cette derniere somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle PZS, la moitié du

reste sera le logarithme du sinus de la moitié de cet angle, dont le supplément est l'angle cherché AZS. Fig. 14

125. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique, dont voici les quatre termes : le premier est le produit des sinus des deux côtés ZS & ZP. Pour désigner le second, je suppose ZS plus grand que ZP, & j'appelle l'excès SN : cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de PS plus SN multiplié par le sinus de la moitié de la différence de PS à SN. Le troisiéme terme est le quarré du rayon : & enfin le quatriéme est le quarré du sinus de la moitié de l'angle Z. Cette proportion étant supposée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition, & la division en soustraction : car cela posé, on verra aisément que l'opération du 3me article, à laquelle préparent celles des deux premiers, représente le produit des moyens, & que par le quatriéme on fait la même chose que si on divisoit ce produit par le premier terme.

Voici un exemple dans lequel on suppose la hauteur du soleil sur l'horison de $39^d\ 52'$, la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaison du soleil de 20^d, vers le pole élevé ; les complémens représentés par les côtés ZS, ZP & PS seront $50^d\ 8'$, $41^d\ 9'$, & 70^d. Ainsi 1°. l'excès de ZS sur ZP sera $8^d\ 59'$; par conséquent la somme de la base PS & de cet excès sera $78^d\ 59'$, dont la moitié est $39^d\ 29'\frac{1}{2}$. 2°. La différence de la base & du même excès sera $61^d\ 1'$, dont la moitié est $30^d\ 30'\frac{1}{2}$. 3°. Les logarithmes de $30^d\ 29'\frac{1}{2}$ & de $30^d\ 30'\frac{1}{2}$ sont à peu près 980343 & 970557, lesquels étant ajoutés avec 2000,000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la somme 3950900. 4°. Si de cette somme on ôte 1970335 qui est celle des logarithmes de ZS & de ZP, il restera 1980565, dont la moi-

F. 12. tié 990282 eſt le logarithme du ſinus de 53^d 51′; par conſéquent l'angle PZS eſt de 106^d 10′ : ainſi ſon ſupplément AZS eſt de 73^d 50′. On auroit pu négliger les demi-minutes.

La Table VI qui eſt à la fin de ce Traité, pourra ſervir à trouver les angles que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lors même que la latitude ou la déclinaiſon du ſoleil, ou ſa hauteur n'eſt pas tout-à-fait la même qu'elle eſt ſuppoſée dans la Table, pourvû qu'elle en approche.

126. Quand on connoît l'angle PZS ou AZS que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lequel angle eſt le même que IDL (fig. 10), ou LDK ou *i*DL, il faut le comparer avec le premier angle PDI ou PDK ou PD*i*. Si le point d'ombre a été pris entre la verticale du plan & la méridienne, la déclinaiſon du plan eſt égale à la ſomme de ces deux angles : mais ſi le point d'ombre a été pris hors de ces lignes & de l'eſpace compris entre deux, cette déclinaiſon eſt égale à la différence des deux angles : c'eſt ce que nous allons faire voir.

127. Afin de faire concevoir plus clairement la vérité des trois cas marqués dans l'article 121, nous al-
F. 15. lons les montrer par le moyen de la fig. 15, comme dans la nature même ou dans la ſphere naturelle. Le cercle ENOM repréſente l'horiſon; le centre Z, le zenith; & les différens diametres, pluſieurs cercles verticaux; ſçavoir NM, le méridien du lieu; EO, le premier vertical; les points N, M ſont le nord & le midi, & les points E, O l'eſt & l'oueſt, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident : AB repréſente le plan vertical dont il faut chercher la déclinaiſon, & CD perpendiculaire à AB eſt le vertical du plan. Nous conſidérerons d'abord ce plan comme tourné vers le midi M : dans ce cas il décline vers l'orient, & ſa déclinaiſon eſt l'angle AZE, ou ſon égal CZM (42 & 43). Or afin d'appliquer les trois cas de l'article 121 à cette figure, nous

remarquerons que l'on peut déduire de l'art. 3 que les points marqués sur le plan du Cadran doivent être situés entre eux comme ceux qu'ils représentent dans le Ciel, ensorte que si trois points du Ciel sont représentés sur le plan, celui qui dans le Ciel est entre les deux autres y doit être aussi sur le plan. Fig. 15.

128. Cela étant, il est clair que quand le point d'ombre tombe entre la verticale du plan & la méridienne, il faut que le soleil, dont le lieu est toujours représenté par le point d'ombre, soit entre le vertical du plan & le méridien : si le point d'ombre tombe au-delà de la méridienne par rapport à la verticale du plan, le soleil est au-delà du méridien par rapport au vertical du plan : enfin lorsque le point d'ombre tombe du côté de cette verticale opposé à la méridienne, le soleil se trouve du même côté du vertical du plan. D'ailleurs le soleil ne peut éclairer un plan du midi que quand il est dans quelques-uns des quarts de cercles verticaux, comme ZF, ZG, ZH, ZR, compris entre le plan & la demi-circonférence horisontale ACB, qui contient le sud ou midi M. Il paroît donc 1°. que quand le point d'ombre est entre la verticale du plan & la méridienne, le soleil se trouve alors sur un quart de cercle vertical, comme ZF, situé entre le vertical du plan & le méridien. Or la déclinaison du plan, qui est CZM, est pour lors égale à la somme des angles CZF & FZM, dont le premier est formé par le vertical du plan & le vertical du soleil, & le second par le même vertical du soleil & le méridien. 2°. Que si le point d'ombre tombe du côté de la méridienne opposé à la verticale du plan, le soleil est sur un vertical comme ZG, situé aussi au delà du méridien par rapport au vertical ZC : mais alors la déclinaison CZM est égale à la différence des angles CZG & MZG, comme il est marqué dans le second cas de l'art. 121 : 3°. Enfin que quand le point d'ombre tombe du côté de la verticale du plan opposé à la méridienne, le soleil répond alors à un

5. vertical, comme ZH ou ZR, ſitué ſemblablement par rapport à ZC & à ZM; & la déclinaiſon CZM eſt encore égale à la différence des angles HZC & HZM, comme il eſt dit dans le troiſiéme cas de l'article cité.

On verra de même que ſi on conſidére le plan AB, en tant qu'il regarde vers le nord, ſa déclinaiſon DZN égale à BZO ſera dans le premier cas la ſomme des angles DZI & IZN, c'eſt quand le ſoleil eſt dans le vertical ZI : dans le ſecond cas ce ſera la différence des angles DZK & KZN, c'eſt lorſque le ſoleil eſt ſur ZK, & dans le troiſiéme, celle des angles LZD & LZN, ſçavoir quand il répond à ZL.

129. Lorſqu'un plan du midi, comme AB, eſt éclairé par le ſoleil, il fout que cet aſtre ſoit alors du côté du midi ſur un quart de cercle compris entre ce plan & le demi-cercle AMB : il eſt donc évident que quand il s'agit d'un plan du midi, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt, dans les trois cas, du côté du ſud ou midi ; mais ſi le plan eſt tourné au nord, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt celui qui eſt du côté du nord ; car dans ce cas le ſoleil eſt vers le nord à l'égard du plan : ainſi dans les figures 12, 13 & 14, il faut prendre l'angle AZS pour les plans du midi, & PZS pour les plans du nord.

0. 130. On peut déduire de ce que nous avons dit, une méthode de s'aſſurer ſi un plan, ſoit du midi, ſoit du nord, décline vers l'orient ou vers l'occident : car s'il décline vers l'orient l'angle PD*i* que fait le vertical du ſoleil avec le vertical du plan avant que le point d'ombre tombe ſur la verticale DP, eſt moindre que l'angle *i*DL que fait le même vertical du ſoleil avec le méridien : & l'après midi le premier angle PDK. eſt plus grand que le ſecond LDK. Cela vient de ce que ſur ce plan la verticale du plan eſt à l'occident de la méridienne, auſſi-bien que le pied du ſtile & la ſouſtilaire (49). Par la raiſon oppoſée le contraire arrive, ſi le plan décline vers l'occident : car alors l'angle du vertical du

soleil avec le vertical du plan, est plus grand le matin que l'angle du même vertical du soleil avec le méridien, & le soir quand l'ombre a passé la verticale du plan, le premier angle est plus petit que le second. Fig. 10.

131. La déclinaison étant le fondement de toutes les autres opérations qu'il faut faire pour tracer le Cadran, on doit donner toute son attention à la déterminer exactement : c'est pourquoi il ne suffiroit pas d'employer seulement un ou deux points d'ombre, il faut en prendre plusieurs, par exemple 10 ou 12, qui s'accordent à donner la même déclinaison du plan à quelques minutes près.

132. Voici comment on fait pour déterminer la déclinaison du plan, quand plusieurs opérations la donnent un peu différente, soit qu'elles ayent été faites en un même jour, ou en plusieurs jours. Je suppose qu'ayant fait douze opérations on ait trouvé par la premiere 45^{d} de déclinaison, par la seconde $45^{d}\ 4'$, par la troisiéme $45^{d}\ 6'$, par la quatriéme $45^{d}\ 10'$, par la cinquiéme $45^{d}\ 12'$, par la sixiéme $45^{d}\ 15'$, par la septiéme $45^{d}\ 16'$, par la huitiéme $45^{d}\ 18'$, par la neuviéme $45^{d}\ 20'$, par la dixiéme $45^{d}\ 23'$, par la onziéme $45^{d}\ 25'$, & par la douziéme $45^{d}\ 28'$. Il faut ajouter ensemble toutes ces différentes quantités, la somme sera $52^{d}\ 57'$. On divisera ensuite cette somme par 12, & on trouvera le quotient 45^{d} & environ $15'$ qui exprime, à très-peu de chose près, la véritable déclinaison du plan. Si parmi les déclinaisons qu'on a trouvées il y en a quelqu'une trop différente de la plûpart des autres, il faut la rejetter sans y faire attention : si, par exemple, outre les douze précédentes on avoit encore trouvé celle-ci, $43^{d}\ 50'$, il faudroit la négliger, parce qu'elle viendroit sûrement de quelque défaut, comme celui du plan qui peut être creux ou en bosse dans l'endroit où on auroit pris le point d'ombre.

133. Il est à propos, tant pour faciliter le calcul que pour éviter les fautes, de mettre de l'ordre dans la

pratique. Pour cela on fera toutes les opérations semblables de suite : si on a pris douze points d'ombre, on cherchera d'abord, 1°. pour chaque point d'ombre l'angle du vertical du soleil avec le vertical du plan par la premiere analogie de l'art. 111. 2°. Quand on aura fait ces douze opérations semblables on cherchera par l'analogie de l'art. 110 la hauteur du soleil pour les 12 points, & on aura soin de ne pas mettre ces secondes opérations avec les premieres, de peur de les confondre dans la suite. 3°. On cherchera l'angle du vertical du soleil avec le méridien, & comme cette opération en contient plusieurs autres, on pourra encore la diviser en pratiquant d'abord pour chaque point d'ombre les deux 1res parties de la méthode, & en faisant ensuite les deux dernieres : mais il faut se souvenir de prendre l'angle PZS fig. 12 pour les plans du nord, & le supplément AZS pour les plans du midi. Voici encore un exemple dans lequel nous supposons que le soleil décline de 23d 28′ vers le pole inférieur.

ZS=75d 1′ sin. ar. 998498. PS=113d 28′
ZP=41 9 sin. ar. 981825. reste 33 52

reste 33d52′ som. 1980323. différence 79d 36′
PS=113d28′ moit. de la diff. 39 48

somme 147d20′
moit. de la som. 73d40′ sin. ar. 998211.
moit. de la diff. 39 48 sin. ar. 980625.
doub. du log. du rayon 2000000.

somme 3978836.
1980323.

1998513.
999256 sin. art. de 79d 26.
79 26

somme 158d 52′

l'angle PZS vaut donc 158d 52′, le supplément AZS sera par conséquent 21d 8′.

Ces mots abrégés ſin. ar. ſignifient ſinus artificiel, c'eſt-à-dire, logarithme du ſinus : ainſi cette expreſſion 75^d $1'$ ſin. ar. 998498 ſignifie que 998498 eſt le logarithme du ſinus de 75^d $1'$.

Je ſuppoſe qu'il s'agiſſe d'un plan du midi, & que le point d'ombre qui a fait trouver cet angle AZS ſoit entre la verticale du plan & la méridienne, ſi d'ailleurs l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan eſt de 24^d $7'$, la déclinaiſon du plan qui dans ce cas eſt la ſomme de ces deux angles, ſera de 45^d $15'$.

Préparation pour le Problême VI.

134. Dans le Problême qui ſuit nous donnerons une méthode qui ſuppoſe qu'on ſçait l'heure qu'il eſt dans le tems que l'on prend un point d'ombre. Or on peut connoître l'heure qu'il eſt, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme nous allons l'expliquer, ſoit par une méridienne ou un bon Cadran, ſoit par une Pendule à ſecondes réglée ſur le mouvement moyen du ſoleil, pourvû qu'on ait égard à l'équation ſolaire. Dans la pratique de cette méthode il eſt preſque toujours néceſſaire d'avoir une bonne Montre à minutes, ou même à ſecondes, laquelle ayant éte miſe ſur le ſoleil par quelqu'un de ces trois moyens, pourra enſuite marquer l'heure ſans erreur ſenſible pendant 7 ou 8 heures ou environ.

Maniere de trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du Soleil.

135. Quand on connoît la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, on peut trouver l'heure qu'il eſt, pourvû qu'on ſçache d'ailleurs la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil. Pour entendre comment on peut trouver l'heure, il faut conſidérer le triangle ſphérique ZPS dont le côté PZ eſt le complément de la latitude (122), le côté Fig. 12.
PS le complément de la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé, & le côté ZS le complément de ſa hauteur :

F. 12. ainsi, comme on suppose qu'on connoît la latitude, la déclinaison du soleil & sa hauteur, on trouvera l'angle P compris entre le méridien PZ & le cercle horaire PS lequel angle étant réduit en heures sera le tems qu'il y a entre midi & l'instant auquel on a marqué le point d'ombre. Ainsi on connoîtra l'heure qu'il étoit pour lors.

136. Si la déclinaison du soleil étoit vers le pole abbaissé, le côté P*s* seroit la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison, comme on voit dans la fig. 13.

137. Pour réduire en heures l'angle P ou l'arc AD qui en est la mesure, on prendra une heure pour 15 dégrés, 4 minutes de tems ou d'heure pour un degré, une minute d'heure pour 15 min. de degré, 4 secondes de tems pour une min. de degré : enfin une seconde de tems pour 15 secondes de degré.

138. On trouvera l'angle P par la méthode expliquée (124); ainsi 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PZ & PS qui forment l'angle cherché P, sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base ZS, & on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base ZS, & on prendra la moitié du reste ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme & celui du sinus de la moitié de la différence ; ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui est le sinus de 90^d pour en avoir la somme. 4°. On ôtera de cette derniere somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reste sera le logarithme du sinus de la moitié de l'angle P.

Voici un exemple dans lequel on suppose la latitude de 48^d 51', la déclinaison du soleil vers le pole élevé sur l'horison de 20^d, & sa hauteur sur l'horison de 39^d 53', les complémens représentés par les côtés PZ, PS, & ZS seront 41^d 9', 70^d, & 50^d 7'. Ainsi 1°. l'excès de PS sur PZ sera 58^d 21'; par conséquent la somme de la

base ZS & de cet excès sera 78^d 58′; dont la moitié est 39^d 29′. 2°. La différence de la base & du même excès sera 21^d 16′, dont la moitié est 10^d 38′. 3°. Les sinus artificiels de 39^d 29′ & de 10^d 38′ sont 980336 & 926605, lesquels étant ajoutés avec 2000000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chifres de tous les logarithmes), donnent la somme 3906941. 4°. Si de cette somme on ôte 1979124 qui est celle des sinus artificiels de PZ & de PS, il restera 1927817, dont la moitié 963908 est le logarithme du sinus de 25^d 50′; par conséquent l'angle ZPS est de 51^d 40′. Or cet angle horaire répond à 3^h 26^m 40^s. Si donc la hauteur du soleil a été prise avant midi, il faut ôter 3^h 26^m 40^s de 12^h, & on trouvera 8^h 33^m 20^s, c'est l'heure qu'il étoit alors; mais si cette hauteur a été prise après midi, il étoit 3^h 26^m 40^s. Fig. 12.

139. Afin de trouver l'heure par la méthode des art. précédens, on observera exactement l'heure qu'il est à une Montre quand on marque le point d'ombre dont on se sert pour connoître la hauteur du soleil : il est à propos de déterminer l'heure par deux ou trois points d'ombre pris 4 ou 5 minutes les uns après les autres, afin de voir s'ils donnent des heures aussi éloignées entre elles que les instans auxquels on a pris les points d'ombre. On doit écrire l'heure qu'il est à la Montre quand on marque chaque point d'ombre, afin de ne rien confondre. Si on veut se servir de ce moyen afin de connoître le moment de midi, & de marquer un point d'ombre à cet instant, il est bon de ne prendre la hauteur du soleil que peu de tems avant midi, par exemple, entre 9 & 10 heures, afin que l'on soit plus assuré que la Montre n'a ni avancé ni retardé depuis les momens auxquels on a marqué les points d'ombre jusqu'à midi.

140. On peut aussi mettre une Montre sur le soleil en observant le moment de son lever ou de son cou-

cher, pourvû que l'on sçache d'ailleurs à quelle heure il doit se lever ou se coucher; ce qui se peut connoître par le Problême que nous avons donné à ce sujet dans le Traité de la Sphere, Liv. 4, art. 1, & par la Table que nous y avons ajoutée. Voici comment il faut s'y prendre pour pratiquer cette méthode : on observera d'abord quelle heure il est à la Montre quand le bord supérieur du soleil commence à paroître : ensuite on examinera à quelle heure le bord inférieur se leve; l'instant également éloigné de ces deux momens est le tems auquel le centre du soleil s'est levé. Si donc ce tems est le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la Montre est sur le soleil : mais si ce tems est différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoîtra que la Montre précede ou suit le soleil, & de combien. Je suppose, par exemple, que le bord supérieur du soleil s'est levé lorsque la Montre marquoit $4^h\ 8^m$, & que l'autre bord a paru sur l'horison à $4^h\ 10^m$: dans cette hypothèse le centre du soleil s'est levé à $4^h\ 9^m$, parce que ce moment est également éloigné de $4^h\ 8^m$ & de $4^h\ 10^m$: c'est pourquoi si on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le soleil doit se lever ce même jour à $4^h\ 9^m$, la Montre est sur le soleil : mais si le calcul ou la Table annonce le lever du soleil à $4^h\ 5^m$, on connoîtra que la Montre précede le soleil de 4^m, puisqu'elle marque 9^m quoiqu'il n'en soit que cinq.

141. On suppose ici 1°. que l'on puisse voir l'horison dans l'endroit où le soleil se leve ou se couche : c'est pourquoi lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur. On suppose en second lieu que dans le calcul ou dans la Table dont on se sert on ait égard à la réfraction, qui fait paroître le soleil élevé de 32^m plus qu'il ne l'est effectivement quand on le voit à l'horison.

142. Pour regarder le soleil sans danger de se blesser

la

la vue, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a expofé ce verre; & afin que la couche de fumée qui s'y eft attachée ne foit pas enlevée par les doigts ou les autres corps qui le touchent, on peut joindre un autre verre au côté noirci, en l'y attachant avec de la cire d'Efpagne, ou du papier collé au bord.

143. Il faut prendre garde que fi une montre avoit été mife fur le foleil dans un endroit comme Paris, & qu'on s'en écartât le même jour vers l'orient de 15 minutes en longitude, qui font environ 4. lieues quand on eft vers le 49me dégré de latitude, il feroit plus tard d'une minute dans le lieu où l'on fe trouveroit, qu'il ne feroit marqué par la montre. Ce feroit le contraire fi on alloit à l'occident : mais il n'y auroit aucune différence de tems fi on alloit ou au midi ou au feptentrion.

Tout cela pofé, nous allons encore propofer une autre méthode de trouver la déclinaifon du plan, qui fuppofe qu'on connoît deux inftans également éloignés de midi, l'un avant, l'autre après.

PROBLÊME VI.

Connoiffant deux inftans également éloignés de midi, trouver la déclinaifon d'un plan vertical.

SIXIEME MÉTHODE

De trouver la déclinaifon du Plan.

144. Il faut prendre deux points d'ombre F & G, l'un avant & l'autre après-midi à des heures qui en foient également éloignées, par exemple, à 11^h & à 1^h, ou bien à 11$^h\frac{1}{2}$, & à midi & demi : (Nous appellerons *correfpondantes* ces heures qui font également éloignées de midi, & les points d'ombre que l'on marque à ces heures feront auffi appellés *correfpondans*) : enfuite on tirera de ces points les perpendiculaires FI & GH à l'horifontale, & l'on menera les lignes DI, DK pour avoir les triangles DPI & DPK, dans chacun defquels Fig. 10.

g. 10. on connoît trois choſes, ſçavoir, l'angle droit en P, le côté commun DP, enfin PI dans le premier, & PK dans le ſecond, que l'on meſure avec une échelle des parties égales, auſſi-bien que la hauteur du ſtile DP. On trouvera donc facilement les angles PDI & PDK, en faiſant pour ce triangle DPI l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidere DP comme ſinus total ou rayon dont le centre eſt D, & le côté PI comme la tangente de l'angle PDI.

DP *eſt à* PI *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PDI.

Si la hauteur DP eſt de 1250 parties & le côté PI de 500, on trouvera que l'angle PDI eſt de 21^d 48′. On fera une proportion ſemblable pour trouver l'angle PDK : ſi l'on ſuppoſe le côté PK égal à 875 parties de l'échelle, on trouvera que cet angle eſt de 35 dégrés.

145. Après avoir trouvé ces deux angles, on les ajoute enſemble pour en avoir la ſomme, dont la moitié eſt la déclinaiſon du plan : dans notre exemple la ſomme des deux angles eſt 56^d 48′, dont la moitié 28^d 24′ eſt la déclinaiſon du plan, en ſuppoſant que le point d'ombre F eſt entre la verticale du plan & la méridienne.

146. Mais ſi ce point eſt du côté de la verticale oppoſé à la méridienne, comme en *f*, alors après avoir cherché les deux angles PD*i* & PDK & les avoir ajoutés enſemble, pour prendre enſuite la moitié de la ſomme, qui eſt *i*DL, il faut ôter de cette moitié l'angle PD*i*, le reſte PDL ſera la déclinaiſon du plan : par exemple, ſi l'angle PD*i* eſt de 20 deg. & l'angle PDK de 35, la ſomme ſera de 55^d, & la moitié de la ſomme de 27^d 30′, de laquelle ſi on ôte 20 degrés, on aura le reſte 7^d 30′, qui ſera la déclinaiſon du plan.

147. On peut remarquer qu'on auroit trouvé la même choſe d'une maniere plus abrégée, ſi on avoit pris la moitié de la différence des angles PD*i* & PDK ; car en ôtant PD*i* de PDK on a le reſte ou la différence 15^d ;

dont la moitié eſt $7^d\ 30'$. Or cela arrivera toujours ainſi, parce que la moitié de la ſomme de deux quantités inégales eſt néceſſairement égale à la plus petite, plus à la moitié de la différence des deux, comme il paroîtra évidemment en prenant deux nombres différens, tels que 8 & 12 pour exemple. Par conſéquent en retranchant la plus petite quantité de cette moitié de la ſomme, il reſtera la moitié de la différence. Ainſi on aura la même grandeur, ſoit que l'on retranche la plus petite quantité de la moitié de la ſomme, ſoit qu'on prenne la moitié de la différence. Fig. 10.

Nous appellerons le premier cas celui où un des deux points d'ombre correſpondans eſt entre la verticale du plan & la méridienne, & le ſecond celui où ni l'un ni l'autre point ne ſe trouvent entre ces deux lignes. Quoique la ligne méridienne ne ſoit point tirée, on voit bien ſi le point d'ombre eſt entre cette ligne & la verticale du plan, parce que la méridienne eſt une verticale qui paſſe par le point d'ombre de midi.

Cela poſé, la ſeule choſe qui reſte à prouver dans cette méthode, eſt que la déclinaiſon du plan eſt égale à la moitié de la ſomme des angles PDI & PDK dans le premier cas; & que dans le ſecond elle eſt égale à la moitié de la différence des angles PD*i* & PDK : c'eſt ce que nous allons démontrer.

DÉMONSTRATION.

148. I[er]. CAS. Les cercles verticaux ſont perpendiculaires à l'horiſon : d'ailleurs l'horiſon l'eſt au plan vertical; par conſéquent les lignes droites qui ſur ce plan repréſentent les cercles verticaux doivent auſſi être perpendiculaires à l'horiſontale (8); ainſi les lignes FI & GK qui ſont tirées des points d'ombre perpendiculairement ſur l'horiſontale, repréſentent les cercles verticaux dans leſquels étoit le ſoleil dans le temps qu'on a pris les deux points d'ombre. Or comme on a marqué ces deux points à des heures également éloignées Fig. 10.

g. 10. de midi, les deux verticaux sont à égale distance du méridien, ou ce qui revient au même, ces verticaux font des angles égaux avec le méridien, un vers l'orient, l'autre vers l'occident. Si donc on fait l'angle IDK qui ait son sommet au point D, qui est le centre diviseur de l'horisontale, & que cet angle égal à celui que font entre eux les deux verticaux (67), soit divisé en deux parties égales par la ligne DL, elle coupera l'horisontale au point d'intersection de la méridienne; par conséquent l'angle PDL sera la déclinaison du plan (89). Or cet angle PDL est la moitié de la somme des angles PDI & PDK, puisqu'il contient le plus petit de ces deux angles, plus la moitié de leur différence, sçavoir, PDI, plus IDL qui est la moitié de l'angle IDK, lequel est la différence de PDI & de PDK. Donc en prenant la moitié de la somme de ces deux derniers angles, on a la déclinaison du plan.

149. II. CAS. La démonstration est la même, parce
g. 10. qu'en tirant la ligne DL qui divise l'angle *i*DK, lequel est la somme des angles PD*i* & PDK, en deux parties égales, elle doit rencontrer l'horisontale au point d'intersection de la méridienne (67); & par conséquent l'angle PDL est la déclinaison du plan. Or cet angle est ce qui reste de l'angle *i*DL, qui est la moitié de la somme *i*DK, après en avoir retranché le plus petit angle PD*i*; par conséquent dans le second cas il faut ôter de la moitié de la somme le plus petit des deux angles, & le reste est la déclinaison du plan; ou ce qui revient au même (147), la déclinaison est égale à la moitié de la différence des deux angles PD*i* & PDK.

150. Il y a un cas particulier, c'est quand on prend un des deux points d'ombre correspondans, comme F, sur la verticale ZPD, alors la déclinaison du plan est égale à la moitié de l'angle PDK, parce que cet angle étant égal à celui qui est entre les deux verticaux (67), il faut que la ligne DL qui le coupe en deux parties égales passe par le point d'intersection de la méridienne &

de l'horifontale. On peut voir la remarque que nous avons faite fur ce cas (115) après le 4me Problême. Fig. 10.

151. Il eft bon de remarquer que dans la pratique il n'eft pas néceffaire de tirer des lignes verticales par les points d'ombre marqués, non plus que les lignes DI, DL, DK : il fuffit de prendre la diftance des points d'ombre à la verticale ; ce qui fe fait en ouvrant le compas à verge, ou un autre, de maniere que fi on applique une de fes pointes fur le point d'ombre, & qu'on tourne enfuite l'autre pointe, celle-ci rafe la verticale du plan fans aller au-delà.

152. Au lieu d'une Montre ou d'une Pendule pour marquer les deux points d'ombre correfpondans, on peut fe fervir d'un plan horifontal fur lequel il faut décrire plufieurs circonférences concentriques, qui aient pour centre le pied d'un ftile attaché à ce plan, comme fi on vouloit y tracer une méridienne. (Traité de la Sphere, Livre III, article 2) : je fuppofe qu'on ait un plan de cette forte ; voici comment on en fait ufage : on marque les deux points d'ombre fur le plan vertical dans les deux inftans auxquels l'ombre du ftile attaché au plan horifontal, eft terminé à la même circonférence : car il eft évident que ces deux inftans font également éloignés de midi, puifque l'ombre du ftile du plan horifontal eft de la même grandeur, & que par conféquent le foleil eft à la même hauteur.

153. Au refte on ne doit point appréhender que la réfraction empêche la jufteffe de l'opération par rapport au plan horifontal, parce que le foleil fe trouvant à la même hauteur dans les deux inftans auxquels l'ombre fe termine à la même circonférence, l'effet de la réfraction eft le même dans ces deux momens. On croiroit peut-être qu'il y a plus lieu de craindre pour les deux points d'ombre que l'on marque fur le plan vertical : car quoique le foleil foit également élevé fur l'horifon du lieu quand on prend ces deux points, cependant l'ombre du ftile étant plus longue dans un

inſtant que dans l'autre, il paroît que la réfraction doit cauſer une plus grande augmentation ſur l'ombre qui eſt plus longue. Néanmoins cette raiſon ne trouble pas l'exactitude de l'opération ſur le plan vertical, parce que l'effet de la réfraction ne conſiſte qu'à augmenter la hauteur apparente du ſoleil, enſorte que malgré cette réfraction le ſoleil paroît dans le même vertical auquel il répond véritablement, & par conſéquent le point d'ombre eſt toujours dans la même ligne verticale dans laquelle il ſeroit s'il n'y avoit point de réfraction.

154. Il n'en eſt pas de la déclinaiſon du ſoleil comme de la réfraction : car ſi le ſoleil change ſenſiblement de déclinaiſon entre les deux inſtans auxquels on marque les points d'ombre, comme il arrive vers le tems des équinoxes, alors l'opération en eſt moins exacte, ſoit qu'on ſe ſerve d'une Montre ou d'une Pendule, ſoit qu'on ſe regle ſur l'ombre du ſtile d'un plan horiſontal ou ſur un Cadran ſolaire. C'eſt pourquoi l'uſage de cette méthode eſt plus ſûr vers les ſolſtices. On peut néanmoins l'employer avec ſuccès dans le tems des équinoxes, pourvu que les inſtans auxquels on prend les points d'ombre correſpondans ne ſoient pas éloignés l'un de l'autre au-delà d'environ une ou deux heures, ou s'ils ſont plus éloignés, il eſt à propos d'avoir égard à l'effet que produit le changement de déclinaiſon du ſoleil.

155. Pour donner une idée de l'erreur que ce changement peut cauſer, nous dirons que quand le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans depuis le capricorne juſqu'au cancer, c'eſt-à-dire, lorſqu'il s'approche de notre zenith, alors il arrive après midi au vertical correſpondant à celui où il étoit quand on a marqué le point d'ombre avant midi ; il y arrive, dis-je, plutôt qu'il n'y ſeroit parvenu, s'il n'avoit pas changé de déclinaiſon : c'eſt pourquoi il faudroit retrancher quelque choſe de l'heure de l'après-midi : ſi le tems entre

les deux inſtans eſt, par exemple, de 10^h, il faut ôter de ce tems environ 46 ſecondes vers l'équinoxe. Si donc on avoit pris le premier point d'ombre à 7^h du matin, il faudroit prendre le ſecond à 4^h 59^m 14^f après midi, c'eſt-à-dire, 46 ſecondes avant 5 heures. Si l'intervalle des deux inſtans n'eſt que de 4^h, alors il faut ôter ſeulement 32 ſecondes dans le tems de l'équinoxe. C'eſt le contraire quand le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans qui ſont depuis le cancer juſqu'au capricorne, (Traité de la Sphere Liv. III. art. 9, 10 & 11). On voit par-là que l'erreur qui vient de cette cauſe eſt peu conſidérable. Nous ſuppoſons dans les exemples précédens que le lieu eſt à la latitude de Paris, ou à deux ou trois degrés de plus ou de moins.

156. Il peut arriver que la méthode qu'on vient d'expliquer ſoit difficile dans la pratique, ſoit parce que le ſoleil ceſſe d'éclairer par des rayons directs un plan du ſud quelque tems après-midi, ou commence ſeulement à l'éclairer peu de tems avant midi à cauſe de la grande déclinaiſon du plan; ſoit parce que le ſoleil n'eſt pas viſible certains jours avant ou après-midi : ſoit parce qu'un plan du nord ne jouit de la préſence du ſoleil qu'avant ou après-midi : dans ce dernier cas, la méthode eſt impraticable abſolument : c'eſt pourquoi il faudroit avoir recours à quelques-unes des précédentes.

PROBLÊME VII.

Tracer la méridienne ſur un plan vertical.

Nous donnerons pluſieurs méthodes pour réſoudre ce Problême. En voici une qui ſuppoſe que l'on connoît le moment de midi, ſoit par une Pendule, ſoit par un bon Cadran ſolaire, ſoit par une méridienne déja décrite, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme on l'a expliqué article 135.

PREMIERE MÉTHODE.

157. On marquera le point du plan vertical ſur le-

quel tombe l'ombre de l'extrêmité du ſtile au moment de midi ; ſi on tire une verticale qui paſſe par ce point, ou, ce qui revient au même, ſi on y fait paſſer une perpendiculaire à l'horiſontale, ce ſera la méridienne. Car 1°. ce point ſur lequel tombe l'extrêmité de l'ombre du ſtile eſt dans la méridienne, puiſque l'extrêmité de l'ombre doit tomber ſur cette ligne au moment de midi. 2°. La méridienne doit être verticale, puiſque c'eſt l'interſection de deux plans verticaux, ſçavoir, de celui du Cadran & de celui du méridien.

Il faut relire ce que nous avons dit dans la préparation du 6me Problême ſur la maniere de ſe ſervir d'une Montre pour connoître le moment de midi. On jugera par-là que cette méthode que nous propoſons ici, eſt une des plus faciles pour décrire la méridienne, & par conſéquent pour trouver la déclinaiſon du plan (92). Or cette déclinaiſon étant connue, il n'y a plus de difficulté à tracer le Cadran, comme nous le verrons dans la ſuite.

158. REMARQUE. La pratique de cette méthode eſt plus ſûre lorſque le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, que quand il décline vers le pole élevé, parce que dans le premier cas l'ombre de l'extrêmité du ſtile étant moins éloignée du pied du ſtile que dans le ſecond, elle parcourt un moindre eſpace dans le même tems, d'où il arrive que ſi on ſe trompe d'une minute, enſorte qu'on marque le point d'ombre une minute avant ou après midi, il ſera moins éloigné de la véritable méridienne que ſi on avoit marqué ce point d'ombre une minute avant ou après-midi quand le ſoleil décline vers le pole élevé.

159. Il eſt aiſé de voir que ſi on connoiſſoit le centre du Cadran il n'y auroit qu'à tirer de ce point une perpendiculaire ſur l'horiſontale, & ce ſeroit la méridienne, puiſque cette ligne doit paſſer par le centre du Cadran, auſſi-bien que toutes les autres lignes horaires.

SECONDE MÉTHODE.

160. Si on connoît la déclinaiſon PDL du plan, on trouvera aiſément la méridienne : car dans le triangle rectangle PDL on connoît trois choſes, ſçavoir, l'angle droit P, l'angle de déclinaiſon D, & le côté DP qui eſt égal à la hauteur du ſtile PS ; par conſéquent on trouvera le côté PL, qui eſt la tangente de la déclinaiſon PDL en prenant DP pour rayon. Or connoiſſant la diſtance PL du point P, qui eſt le pied du ſtile au point L, il faudra élever du point L une perpendiculaire ſur la ligne horiſontale, ce ſera la méridienne cherchée. Fig. 10.

Suppoſons la déclinaiſon du plan de 30 degrés, & le rayon DP ou la hauteur du ſtile PS de 1145 parties égales, on trouvera par le moyen des Tables que la tangente PL contient 661 parties égales à celles de la hauteur PS. Si donc on prend du point P vers L une diſtance égale à 661 parties de la hauteur du ſtile, le terme de cette diſtance ſera le point par lequel doit paſſer la méridienne.

Voici comment on trouve par les logarithmes que PL eſt de 661 parties : il faut faire l'analogie ſuivante, *Le ſinus total eſt à la tangente de 30 degrés, comme 1145 eſt au quatrieme terme.* Or les logarithmes des trois premiers termes ſont 1000000, & 976144, 305881, qui feront trouver pour logarithme du quatrieme le nombre 282025, auquel répond 661. On voit bien que j'ai retranché les deux derniers chifres de chaque logarithme tel qu'il ſe trouve dans les Tables ordinaires.

161. Dans les plans déclinans du midi, la méridienne eſt à droite de la ſouſtilaire & de la verticale du plan quand ils déclinent vers l'orient; mais elle eſt à gauche de ces deux lignes lorſqu'ils déclinent vers l'occident. C'eſt le contraire dans les plans déclinans du nord.

TROISIEME MÉTHODE.

g. 10. 162. Nous ajoutons une troisieme méthode selon laquelle 1°. il faut décrire plusieurs circonférences concentriques sur un plan horisontal, dont le centre soit le pied du stile qu'on attache à ce plan, comme si on vouloit décrire une ligne méridienne sur ce plan. 2°. Dans les deux instans auxquels l'ombre du stile se termine à l'une de ces circonférences du plan horisontal, il faut marquer le point d'ombre F & G de l'extrémité du stile attaché au plan vertical, l'un avant midi, l'autre après. (Dans ces deux instans le soleil est également élevé sur l'horison, & à égale distance du méridien; puisque l'ombre du stile attaché au plan horisontal étant terminée à la même ciconférence est d'une même longueur dans l'un & dans l'autre moment.) 3°. Des points F & G marqués sur le plan vertical il faut tirer les perpendiculaires FI & GK sur l'horisontale, & du point D, qui est le centre diviseur de la ligne horisontale, on menera les lignes DI & DK. 4°. On divisera l'angle IDK en deux parties égales par la ligne DL. Si du point L on éleve une perpendiculaire sur l'horisontale, ce sera la méridienne : en voici la démonstration.

Les deux lignes FI & GK perpendiculaires sur l'horisontale représentent les cercles verticaux auxquels le soleil répond lorsqu'on marque les deux points d'ombre F & G; car puisque les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison, & que d'ailleurs l'horison l'est aussi au plan vertical, il est nécessaire que les lignes qui représentent les cercles verticaux sur le plan vertical soient perpendiculaires à la ligne horisontale (8). Ainsi la ligne IK représente l'arc de l'horison compris entre les deux verticaux, lequel angle est la mesure de l'angle IDK, qui a son sommet au centre diviseur de l'horisontale. Or ces deux verticaux sont également éloignés du méridien, parce que l'ombre du stile du plan horisontal étoit égale dans les deux instans où l'on

a marqué les points d'ombre. Par conséquent si on divise en deux également l'angle IDK par la ligne DL, le point L de l'horisontale sera dans la méridienne. Si donc on éleve de ce point une perpendiculaire sur l'horisontale, on aura la méridienne. Fig. 10.

163. Cette méthode est la même dans le fond que la sixieme dont on s'est servi pour trouver la déclinaison du plan : on l'a seulement réduite pour lors en calcul, au lieu qu'elle est ici toute géométrique. On peut donc aussi se servir ici d'une Montre comme pour trouver la déclinaison du plan par la sixieme méthode qu'on a expliquée dans le sixieme Problême. Mais soit qu'on se serve d'une montre ou d'un plan horisontal, l'opération est plus exacte vers les solstices que vers les équinoxes, à cause de la déclinaison du soleil qui change sensiblement au tems des équinoxes. On peut relire ce que nous avons dit là-dessus (154). De plus il est à propos que la hauteur du stile qui est sur le plan horisontal soit d'environ un pied & encore plus grande, si cela se peut commodément, afin que l'erreur qui se glisse toujours dans l'opération ait un moindre effet.

La méridienne étant décrite on trouve aisément la déclinaison du plan par la premiere méthode du troisieme Problême.

PROBLÊME VIII.

La déclinaison du plan étant donnée avec la hauteur du pole sur l'horison, trouver le centre du Cadran.

Nous supposons ici que la ligne horisontale est décrite, & qu'on a aussi tiré la ligne méridienne. Cela posé, voici deux méthodes de trouver le centre du Cadran, dont une est géométrique, ou plutôt méchanique, & l'autre se pratique par le calcul.

PREMIERE MÉTHODE.

164. Soit l'horisontale HR, la verticale ZPD qui

... tile P, l'angle de déclinaison PDL, ... CLM : on prendra sur l'horisontale la par... l'hypothénuse DL, sécante de la déclinai..., le point H sera le centre diviseur de la méri... : ensuite on tirera la ligne CH qui fasse avec ... l'angle CHL égal à la hauteur du pole sur ..., le point C où la ligne CH rencontrera la mé..., sera le centre du Cadran. En voici la preuve: ... que le point H est le centre diviseur de la méridienne, ... represente l'arc du méridien qui est la mesure de l'an... CHL. Or cet angle est la hauteur du pole sur l'horison, ... angle est mesuré par l'arc du méridien compris ... l'horison & le pole ; par conséquent la partie CL de la meridienne représente cet arc compris entre l'horison & le pole. Donc puisque l'horison est représenté par la ligne HLR, il faut que le point C soit le centre du Cadran, lequel représente le pole du monde.

165. REMARQUE. Quoique nous disions que l'angle CHL est la hauteur du pole sur l'horison, cependant c'est plutôt l'abaissement du pole sous l'horison quand il s'agit d'un Cadran du midi, parce qu'alors le centre représente le pole abaissé sous l'horison : mais cela ne fait de rien, d'autant que l'abaissement d'un pole sous l'horison est toujours égal à l'élévation de l'autre sur le même horison.

SECONDE MÊTHODE.

166. Elle consiste à trouver par le calcul la longueur de CL. Pour cela il faut d'abord chercher le côté HL, qui est égal à la ligne DL, que l'on trouvera par le triangle rectangle DPL, dont on connoît l'angle PDL, qui est la déclinaison du plan, l'angle droit P & le côté DP égal à la hauteur PS du stile. Voici l'analogie qu'il faudra faire pour trouver DL : *Le sinus de l'angle* L *qui est le complé... de la déclinaison, est au côté opposé* DP *ou* PS, ... *le sinus de l'angle droit* P *est au côté* DL *ou* HL.

Si on suppose le côté DP ou la hauteur PS de 1250, parties & la déclinaison de 35 degrés, dont le complément est 55, les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion seront 991336, 309691, 1000000, qui feront trouver 318355, qui est le logarithme de 1526: ainsi dans cette hypothese le côté DL ou HL contient 1526 parties égales à celles dont la hauteur PS en contient 1250. Fig. 1

Quand on connoîtra HL, on pourra trouver CL par l'analogie suivante, tirée du triangle rectangle CLH, duquel on connoît le côté HL, l'angle droit en L & l'angle CHL, qui est la hauteur du pole sur l'horison, que nous supposons de $48^d\ 51'$. Il faudra faire l'analogie suivante dans laquelle on considere le côté HL comme sinus total, & le point H comme centre; & pour lors le côté CL est la tangente de l'angle CHL:

Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole, comme le côté HL *est à la ligne cherchée* CL.

167. Le quatrieme terme de cette derniere proportion est 1746 : ainsi CL contient 1746 parties égales à celles de la hauteur PS. Or ce quatrieme terme est la distance du centre du Cadran à la ligne horisontale, comme nous l'avons prouvé dans la premiere méthode de ce Problême. Par conséquent si du point L on prend dans la méridienne la partie LC égale au quatrieme terme de la proportion, le point C sera le centre du Cadran.

168. Pour trouver le côté CL on peut aussi faire cette autre proportion dans laquelle on considere le côté CL comme rayon, dont le centre est le point C, & l'autre côté HL, comme la tangente de l'angle HCL, complément de CHL ou de la hauteur du pole : *La tangente de l'angle* HCL *est au sinus total, comme* HL *est à la ligne cherchée* CL.

DESCRIPTION DE LA SOUSTILAIRE *sur un plan vertical.*

g. 10. On a donné la maniere de décrire cette ligne par deux points d'ombre dans la seconde méthode du troisieme Problême. Il faut la relire.

169. On peut aussi déterminer la position de la soustilaire par le calcul, pourvu qu'on connoisse la déclinaison du plan & l'elévation du pole sur l'horison du lieu où l'on veut tracer un Cadran. Ce Cadran est une regle de trois fondée sur une analogie du Probl. X, qui enseigne la méthode de trouver l'angle au centre LCP compris entre la méridienne & la soustilaire. Car cet angle étant connu, on aura aussi l'angle CPL qui est son complément à cause du triangle rectangle CLP. Or si on connoît l'angle CPL, & qu'on tire par le pied du stile une ligne qui fasse cet angle vers l'horisontale, la ligne tirée sera la soustilaire.

170. La soustilaire étant perpendiculaire à l'équinoctiale (17), si cette derniere étoit tracée il faudroit tirer du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale, ce feroit la soustilaire. Il est encore évident qu'on décrira sans peine la soustilaire, si on connoît le centre du Cadran, parce que cette ligne doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile, que l'on suppose aussi connu.

171. Avant de proposer les méthodes de trouver la ligne équinoctiale, nous ferons la remarque suivante.
11. Si du sommet S de la hauteur du stile on éleve une perpendiculaire SB sur la ligne CS, que l'on appelle *axe*, parce que passant par le centre du Cadran, & par le sommet du stile, elle présente le véritable axe qui doit passer par les deux mêmes points; & que cette perpendiculaire soit prolongée jusqu'à la soustilaire, le point B auquel elle rencontrera cette ligne sera celui par où doit passer l'équinoctiale : car puisque le point S désigne le sommet du stile, on conçoit que le plan

. 10.

fig. 11.

fig. 13.

fig. 14.

fig. 16.

fig. 17.

l'équateur doit paſſer par ce dernier point. De plus
plan eſt de même que le rayon équinoctial SB, per- Fig. 18.
ndiculaire à l'axe du Cadran, qui eſt l'axe du monde;
ır conſéquent ce plan de l'équateur rencontrera la
uſtilaire au même point B, que le rayon équinoctial.
onc la ligne équinoctiale, qui eſt formée ſur le plan
ı Cadran par l'interſection de l'équateur, coupe auſſi
ſouſtilaire au point B : on ſçait d'ailleurs que ces deux
gnes ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre (17).

PROBLÊME IX.

172. *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur horiſon étant données ou connues, décrire la ligne équi-octiale.*

Une ligne droite eſt terminée par deux points. Or y a deux points par leſquels l'équinoctiale doit paſ-er, un dans l'horiſontale, ſçavoir celui de ſix heures 18), l'autre dans la méridienne. Il s'agit préſentement e trouver ces deux points. 1°. On trouvera le point de x heures, ſi du centre diviſeur D on tire une per-endiculaire ſur la ligne DL; puiſque cette perpendi-ulaire DR rencontrera l'horiſontale au point de ſix eures : car l'angle droit LDR ayant ſon ſommet au entre diviſeur de l'horiſontale, & d'ailleurs le côté)L rencontrant cette horiſontale au point de midi, il ſt néceſſaire que l'autre côté DR de cet angle droit boutiſſe au point de ſix heures de la même ligne, puiſ-ue la baſe LR repréſente l'arc de l'horiſon compris ntre le méridien & le cercle de ſix heures, lequel arc ſt de 90 degrés. 2°. On pourra auſſi trouver l'autre oint dans la méridienne par lequel doit paſſer l'équi-octiale. Pour cet effet on élevera la perpendiculaire M ſur la ligne CH; cette perpendiculaire rencontrera méridienne à un point M, par lequel je dis que la gne équinoctiale doit paſſer : car entre le pole du onde & l'équateur il y a un quart du cercle méridien;

Fig. 18. par conſéquent le centre du Cadran qui déſigne le pole du monde eſt éloigné de l'équinoctiale d'une partie de la méridienne qui repréſente le quart du méridien. Or la partie CM repréſente le quart du méridien, puiſque c'eſt la baſe de l'angle droit dont le ſommet eſt au centre diviſeur de la méridienne. Donc le centre du Cadran étant à l'extrémité C de la partie CM, il faut que l'équinoctiale paſſe par l'autre extrémité M, auſſi-bien que par le point R; ſi donc on tire une ligne droite qui joigne ces deux points, ce ſera l'équinoctiale.

Il paroît par-là que l'on peut décrire l'équinoctiale, quoique la ſouſtilaire ne ſoit pas tracée. Nous ſuppoſons ici qu'on a la poſition de la méridienne. Or cette ligne eſt facile à décrire quand on connoît la déclinaiſon du plan, comme nous l'avons montré ci-deſſus (160).

173. On peut auſſi trouver ces deux points M & R par le calcul, en faiſant des analogies priſes des triangles rectangles HLM & DPR. Car 1°. dans le triangle HLM on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit L, l'angle LHM qui eſt le complément de la hauteur du pole CHL, & le côté HL égal à la ligne DL, que l'on trouve par le triangle rectangle DPL. Ainſi on peut faire l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidere HL comme le ſinus total, & le point H comme centre, auquel cas LM devieut tangente de l'angle LHM.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle LHM, *comme le côté* HL *eſt au côté* LM.

On trouvera pour quatrieme terme un nombre de parties égales à celles dont la hauteur SP ou DP eſt compoſée : c'eſt pourquoi ſi du point L vers M on prend une diſtance égale au nombre trouvé de ces parties, la fin de cette diſtance ſera le point de la méridienne par lequel doit paſſer l'équinoctiale.

2°. On connoît auſſi trois choſes dans l'autre triangle DPR, l'angle droit P, l'angle PDR, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan ou de l'angle PDL, puiſque l'angle LDR eſt droit, & enfin le côté PD, qui

qui est égal à la hauteur du stile : par conséquent on trouvera le quatriéme terme de l'analogie suivante, dans laquelle le côté DP est considéré comme rayon, dont le centre est D. Fig. 18.

Comme le sinus total à la tangente du complément de la déclinaison, ainsi la hauteur du stile DP *au côté* PR.

Le quatriéme terme de cette proportion fera trouver le point R en prenant depuis P vers R une distance égale à ce quatrieme terme.

174. Lorsque la déclinaison du plan est petite, il n'est pas facile d'appliquer cette méthode, soit par le calcul, soit par la Géométrie, sur-tout si le plan n'a pas une étendue très-grande en largeur, parce que l'horisontale & l'équinoctiale faisant pour lors un petit angle, le point de six heures ou l'intersection de ces lignes est pour lors à une trop grande distance du pied du stile, & quelquefois même il seroit au-delà du mur.

175. Il faut remarquer que l'angle PRB est égal à l'angle PCL : car les deux triangles RBP & CLP étant tous les deux rectangles, & d'ailleurs les angles BPR & LPC étant opposés au sommet, ces triangles sont semblables, & leurs angles PRB & PCL sont égaux. Or on peut déduire de-là une autre méthode de tracer l'équinoctiale, pourvû que l'on connoisse l'angle au centre du Cadran PCL, compris entre la méridienne & la soustilaire auquel est égal l'angle PRB formé par l'horisontale & l'équinoctiale, & que l'on ait aussi la distance LM. On trouvera l'angle PCL par le Problême X, & la ligne LM par le triangle HLM, comme nous venons de le montrer.

176. Voici cette autre méthode : L'angle R du triangle rectangle MLR étant connu, on connoîtra aussi son complément LMR. Par conséquent si l'on tire par le point M une ligne qui fasse avec la méridienne l'angle LMR égal au complément de l'angle R, cette ligne sera l'équinoctiale. On peut employer cette méthode sans difficulté, quoique la déclinaison du plan soit fort petite.

;. 12. 177, On peut encore trouver le point B de la soustilaire par où doit passer l'équinoctiale en faisant la proportion suivante tirée du triangle rectangle SPB, dont le côté ou la hauteur SP est considérée comme rayon qui a pour centre le point S, & le côté PB comme la tangente de l'angle PSB égal à PCS, qui est la hauteur du pole sur le plan, laquelle on suppose connue: *Le sinus total est à la tangente de l'angle* PSB, *comme la hauteur du stile est au côté* PB, *qui est la distance du pied du stile à l'équinoctiale.*

Nous supposons ici que l'angle PSB est égal à PCS. Or cela est évident : car le rayon équinoctial BS étant perpendiculaire à l'axe, l'angle total CSB est droit, & par conséquent l'angle partiel PSB est complément de l'autre CSP. Or PCS est aussi complément de CSP à cause du triangle rectangle CPS.

Dans le Livre suivant nous enseignerons à tracer l'équinoctiale par une méthode qui convient à toutes sortes de plans soit verticaux, soit inclinés, & qui ne suppose point la connoissance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaison du plan. Nous passons présentement aux trois Problêmes suivans, que l'on doit regarder comme fondamentaux pour la description des Cadrans.

PROBLÊME X.

178. *L'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connue avec la déclinaison du plan, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & la méridienne.* Il faut faire la proportion suivante : *Comme le sinus total au sinus de la déclinaison du plan, ainsi la tangente du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, à la tangente de l'angle compris entre la soustilaire & la méridienne.*

Pour prouver cette analogie, soit l'horisontale HR; la soustilaire CP, qui passe nécessairement par le centre du Cadran & par le pied du stile : soit aussi la méridienne CM, le point C qui est l'intersection de la soustilaire &

de la méridienne ſera le centre du Cadran, parce que ces deux lignes paſſent l'une & l'autre par le centre. De même le point P ſera le pied du ſtile, parce que c'eſt l'interſection de l'horiſontale & de la ſouſtilaire. De plus Il faut prendre ſur la verticale ZPD, que je ſuppoſe tirée, la partie PD égale à la hauteur du ſtile, le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale; que l'on mene enſuite la ligne DL au point L, qui eſt l'interſection de la méridienne & de l'horiſontale, l'angle en D ſera la déclinaiſon du plan vertical, comme on l'a fait voir (89). Enfin que l'on prenne ſur l'horiſontale la partie HL égale à l'hypotenuſe DL, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne (65). Qu'on faſſe enſuite l'angle CHL égal à la hauteur du pole, la ligne CH coupera la méridienne au centre du Cadran, puiſque la partie CL de la meridienne repréſente l'arc du méridien compris entre l'horiſon & le pole du monde, qui eſt le centre du Cadran. Ces choſes étant ainſi ſuppoſées, nous allons trouver l'analogie marquée ci-deſſus. Fig. 18.

DÉMONSTRATION.

Les deux triangles CLP, CLH ſont rectangles en L. Or ſi on prend dans ces deux triangles le côté CL pour ſinus total ou pour rayon dont le centre ſoit C, le côté HL ſera la tangente de l'angle HCL, qui eſt le complément de la hauteur du pole CHL, à cauſe du triangle rectangle CLH; & le côté LP ſera la tangente de l'angle LCP compris entre la ſouſtilaire & la méridienne. Mais par l'hypothèſe on connoît la hauteur du pole, & par conſéquent le complément de cette hauteur: donc on connoît auſſi la tangente de ce complément ou de l'angle HCL; ainſi dans le triangle rectangle DPL on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit en P, l'angle D qui eſt la déclinaiſon du plan, & le côté DL qui eſt égal à la tangente HL, comme nous l'avons dit ci-deſſus. On pourra donc faire l'analogie ſuivante pour trouver le nombre des parties de

Fig. 18. LP proportionné au nombre de celles de la tangente HL.

Comme le ſinus total à l'hypotenuſe DL *qui eſt la tangente du complément de la hauteur du pole, ainſi le ſinus de la déclinaiſon du plan à la tangente* LP *de l'angle* LCP ; & alternando, *Comme le ſinus total au ſinus de la déclinaiſon du plan, ainſi la tangente* DL *du complément de la hauteur du pole, à la tangente* LP *de l'angle* LCP. Par conſéquent on trouvera la valeur de cet angle.

Si on ſuppoſe la déclinaiſon du plan de 35 degrés, & le complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon de $41^d\ 8'$, la derniere analogie ſera 100000 . 57358:: 87338 . 50095. Or ce quatriéme terme eſt la tangente d'un angle de $26^d\ 36'$: par conſéquent dans cette hypothèſe l'angle LCP eſt de $26^d\ 36'$. On réſout aiſément ces ſortes d'analogie par les logarithmes.

179. On peut remarquer que cette analogie ſe réduit à cette queſtion : Si la ligne ou le côté DL contient un certain nombre de parties qui eſt ici 87338, combien l'autre côté LP doit-il contenir de ces mêmes parties ? Or il eſt facile de concevoir qu'on doit trouver ce nombre de parties de la ligne LP par la proportion énoncée ci-deſſus, comme on auroit trouvé un autre nombre ſi la ligne HL avoit été partagée en un plus grand ou un plus petit nombre de parties. Il faut dire la même choſe des analogies des deux problêmes ſuivans.

On peut voir à la fin de ce traité la ſeptiéme Table qui contient les angles de la ſouſtilaire avec la méridienne pour les différens degrés de latitude depuis 45 juſqu'à 50 incluſivement ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

180. Nous avons déja remarqué dans le troiſiéme Problême que l'angle LCP étant connu ou ſon égal BPD, que fait la ſouſtilaire avec la verticale ZPD, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la proportion énoncée dans le Problême X ; car ſi on connoît l'angle LCP, on aura trois termes de la proportion, & par conſéquent on trouvera le ſinus de la déclinaiſon, qui

eſt le ſecond terme de cette proportion. Nous avons vu auſſi (art. 169) que l'angle LCP étant connu on peut décrire aiſément la ſouſtilaire, parce que l'on trouve alors l'autre angle CPL qui eſt le complément du premier. Or cet angle CPL eſt celui de la ſouſtilaire ſur l'horiſontale. Fig. 18

PROBLÊME XI.

181. *La hauteur du pole ſur l'horiſon étant connue avec la déclinaiſon du plan vertical, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la ſouſtilaire & l'axe :* on appelle cet angle *hauteur du pole ſur le plan.*

Il faut faire cette proportion : *Comme le ſinus total au ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, ainſi le ſinus du complément de la déclinaiſon du plan au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan.*

Nous avons déja dit que CPB eſt la ſouſtilaire, HPR l'horiſontale, CLM la méridienne, les deux points C & P le centre du Cadran & le pied du ſtile. Nous avons dit auſſi que le point D eſt le centre diviſeur de la ligne horiſontale, pourvû que la perpendiculaire PD ſoit égale à la hauteur du ſtile PS, que l'angle PDL eſt la déclinaiſon du plan, & enfin que le point H eſt le centre diviſeur de la méridienne, pourvû que l'on prenne HL égale à l'hypotenuſe DL. Tout cela étant ſuppoſé, on tirera la ligne CS du centre du Cadran au point S, qui eſt le ſommet du ſtile, cette ligne déſignera la poſition de l'axe, puiſqu'elle paſſe par le centre du Cadran & par l'extrémité du ſtile. Il faut prouver qu'on trouvera l'angle PCS compris entre l'axe & la ſouſtilaire par la proportion précédente.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle CPS le côté CS eſt conſidéré comme rayon, dont le centre ſoit le point C, la

. 18. hauteur PS, qui eſt perpendiculaire à la ſouſtilaire ſera le ſinus de l'angle cherché : de même ſi dans le triangle rectangle CLH on conſidere le côté CH comme rayon, dont le centre eſt C, la ligne HL ſera le ſinus de l'angle HCL, puiſqu'elle eſt perpendiculaire à la méridienne CL. Or l'angle HCL eſt le complément de la hauteur du pole CHL, à cauſe du triangle rectangle CHL. Ainſi puiſque la hauteur du pole eſt ſuppoſée connue, le ſinus du complément HCL ſera auſſi connu : c'eſt pourquoi on connoît trois choſes dans le triangle rectangle DPL, ſçavoir l'angle droit P, l'angle D, qui eſt la déclinaiſon du plan, & l'hypotenuſe DL qui eſt le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, puiſque HL=DL. On pourra donc trouver le quatriéme terme de cette proportion; *Comme le ſinus total*, c'eſt-à-dire, *le ſinus de l'angle droit* P *eſt au côté* DL, qui eſt le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon; *ainſi le ſinus de l'angle* PLD, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan, *au côté oppoſé* DP *ou* PS, qui eſt le ſinus de l'angle cherché PSC.

Si la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt de 48^{d} $52'$, & la déclinaiſon du plan de 35^{d}, les logarithmes des termes de la proportion énoncée ci-deſſus ſeront 1000000, 981810, 991336, 973146. Or ce quatrieme nombre eſt le ſinus artificiel de 33^{d} $36'$; par conſéquent dans cette hypothèſe l'angle PCS ſera de 32^{d} $36'$.

182. Il faut remarquer que la proportion énoncée dans ce Problême ſuppoſe que les ſinus HL & PS appartiennent au même cercle, ou bien que les rayons CH & CS ſont égaux entre eux. Or cela eſt certain; car ces rayons meſurent les diſtances du centre du Cadran aux points H & S, qui ſont les centres diviſeurs des lignes CM & CPB qui repréſentent des méridiens. Or nous avons fait voir (70) que le centre du Cadran eſt également diſtant des centres diviſeurs des lignes qui repréſentent des méridiens.

On voit par ce Problême qu'il ne faut pas confondre

la hauteur du pole sur l'horison avec la hauteur du pole sur le plan. Pour signifier la premiere, souvent on se contente de dire, *la hauteur du pole* : mais pour exprimer la seconde, on dit toujours *la hauteur du pole sur le plan.* Fig. 18.

On trouvera à la fin de ce traité la huitieme Table qui contient les hauteurs du pole sur le plan pour les degrés de latitude depuis 45 jusqu'à 50 inclusivement, selon les différentes déclinaisons du plan.

COROLLAIRE.

183. De la proportion marquée dans le Problême il suit que quand la déclinaison du plan augmente, comme alors son complément diminue, il faut aussi que la hauteur du pole sur le plan diminue : c'est-à-dire, que plus la déclinaison du plan est grande, plus cette hauteur du pole est petite.

C'est sur ce Problême qu'est fondée la troisiéme méthode de trouver la déclinaison du plan, proposée dans le troisieme Problême.

184. Le Problême suivant sert à trouver la différence des longitudes entre la méridienne du lieu & la méridienne du plan ou la soustilaire. Nous avons remarqué (91) que le plan du Cadran est toujours parallele à l'horison de quelque endroit de la terre, & peut être pris pour cet horison. Or la différence des longitudes entre les deux méridiennes est mesurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu où est situé le plan, & le méridien de l'endroit dont l'horison est parallele à ce plan, ou, ce qui revient au même, c'est l'angle au pole compris entre ces deux méridiens. Si, par exemple, un plan incliné situé à Paris est parallele à l'horison de Jérusalem, la différence des longitudes entre les deux méridiennes sera de 33 degrés, parce que l'arc de l'équateur compris entre le méridien de Paris & celui de Jérusalem est de 33 degrés.

PROBLÊME XII.

185. *Connoissant la hauteur du pole sur l'horison du lieu & la déclinaison du plan, trouver la différence des*

18. *longitudes entre la méridienne* CL *du lieu & la méridienne du plan ou la ſouſtilaire* CP.

Il faut faire cette proportion, *Comme le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, ainſi la tangente du complément de la déclinaiſon du plan, à la tangente du complément de la différence des méridiens ou des longitudes.*

Nous avons dit que cette différence eſt meſurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu & le méridien du plan. Or cet arc eſt repréſenté par la partie MB de l'équinoctiale EN, laquelle partie eſt contenue entre la méridienne du lieu & la ſouſtilaire. De même l'angle BAM eſt auſſi meſuré par le même arc ou par la même ligne MB, puiſque le ſommet de cet angle eſt ſuppoſé au centre diviſeur A de l'équinoctiale, que l'on trouve (65) en prenant ſur la ſouſtilaire la partie BA égale à la ligne SB tirée du ſommet du ſtile. Ainſi l'angle BAM eſt égal à la différence des longitudes. Il faut donc prouver qu'on trouvera la valeur de cet angle par la proportion qu'on marquée ci-deſſus.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle HLM on prend le côté HL pour ſinus total, & le point H pour centre, l'autre côté HM ſera la ſécante de l'angle LHM qui eſt le complément de la hauteur du pole CHL, puiſque l'angle CHM eſt droit par la conſtruction, comme il paroît article 172. Or HM=AM (69), parce que les points A & H ſont les centres diviſeurs de deux lignes qui ſe coupent au point M, ſçavoir, de l'équinoctiale EMN & de la méridienne CLM : ainſi la ligne AM eſt la ſécante du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon : on peut donc ſuppoſer que cette ligne eſt connue, puiſque l'on connoît la hauteur du pole. De même ſi dans le triangle LDR, qui eſt rectangle en D (67), parce que la ligne LR qui eſt une partie de l'horiſontale repréſente un quart de cercle compris entre la méridienne & l'équateur, & que

d'ailleurs le fommet de l'angle D eft le centre divifeur de l'horifontale : fi, dis-je, dans ce triangle on prend le côté LD, qui eft égal (65) à la ligne HL, pour rayon dont le centre eft L, l'autre côté DR fera la tangente de l'angle DLR ou DLP, qui eft le complément de la déclinaifon PDL. Or DR=AR (69), parce que les points D & A font les centres divifeurs des lignes HR & ENR qui fe coupent au point R. Ainfi AR eft auffi la tangente du complément de la déclinaifon du plan; on peut donc fuppofer que cette ligne eft encore connue : c'eft pourquoi dans le triangle MAR, qui eft rectangle en A; puifque la bafe MR repréfente le quart de l'équateur, fçavoir l'arc compris entre le méridien & l'horifon, dans le triangle MAR, dis-je, il y a trois chofes connues, fçavoir, les deux côtés AM & AR, & l'angle droit A. On pourra donc trouver l'angle AMR par l'analogie fuivante, en regardant le côté AM comme rayon, dont le centre eft le point M : AM *ou* HM *qui eft la fécante du complément de la hauteur du pole fur l'horifon du lieu, eft au finus total, comme le côté* AR *ou* DR, *qui eft la tangente du complément de la déclinaifon du plan, à la tangente de l'angle* AMR *ou* AMB, qui eft le complément de l'angle BAM. Or les deux premiers termes, fçavoir, la fécante du complément de la hauteur du pole & le finus total ont entre eux la même raifon que le finus total ou le finus de la hauteur du pole, comme il paroît par le triangle rectangle HLM, dans lequel fi on regarde le côté HM comme la fécante du complément de la hauteur du pole, HL devient le finus total : mais fi on regarde HM comme finus total & le point M comme centre, le côté HL eft le finus de l'angle HML, qui eft égal à la hauteur du pole CHL. On peut donc changer les deux premiers termes de la proportion précédente, & mettre à leur place le finus total & le finus de la hauteur du pole; & alors on aura la proportion fuivante : *Comme le finus total au finus de*

Fig. 18

la hauteur du pole sur l'horison, ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan à la tangente du complément de l'angle BAM, *qui est la différence des longitudes.*

Si on suppose la hauteur du pole de $48^d\ 52'$ & la déclinaison du plan de 35^d, le complément sera 55^d; c'est pourquoi dans cette hypothèse l'analogie prescrite sera, Le sinus total est au sinus de $48^d\ 52'$, comme la tangente de 55^d est à la tangente du complément de la différence des longitudes. Les logarithmes des trois premiers termes sont, 1000000, 987690; 1015477, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on trouvera le nombre 1003167, qui est la tangente artificielle de $47^d\ 5'$, complément de $42^d\ 55'$: ainsi la différence des longitudes sera $42^d\ 55'$.

Nous donnerons à la fin de ce Traité une Table, ce sera la derniere, qui contiendra la différence des longitudes pour les degrés de la hauteur du pole depuis 45 jusqu'à 50 inclusivement selon les différentes déclinaisons du plan.

Il y a une méthode de trouver la déclinaison du plan fondée sur ce Problême : c'est la quatrieme du troisieme Problême.

186. REMARQUE. Les analogies des trois derniers Problêmes étant fondamentales dans la construction des Cadrans, il est bon de s'assurer qu'il n'y a point d'erreur dans le calcul qu'on aura fait pour ces trois analogies. Or afin de s'en assurer, on pourra chercher l'angle de la soustilaire avec la méridienne par la proportion suivante, qui suppose les analogies des deux derniers Problêmes : & si on trouve la même valeur que celle qu'on aura trouvée par l'analogie du dixieme Problême, ce sera une marque qu'il ne s'est point glissé de faute dans le calcul. Voici cette proportion, laquelle est tirée de la trigonométrie sphérique, *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole sur le plan comme la tangente de la différence des méridiens est à la tangente de l'angle cherché.*

Si on prend l'exemple des trois derniers Problêmes, les trois premiers termes de la proportion seront le sinus total, le sinus de 32^d $36'$ & la tangente de 42^d $55'$, dont les logarithmes sont 1000000, 973140, 996839 : or le premier de ces nombres étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 969979, qui est la tangente artificielle de 26^d $56'$: c'est la même valeur que celle qu'on a trouvée dans l'exemple du dixieme Problême. Il est d'autant plus à propos de vérifier ainsi le calcul par les trois analogies, que l'erreur pourroit venir des Tables dont on se sert. Fig 18.

COROLLAIRE.

187. Puisque le premier terme de la proportion énoncée dans le dernier Problême est toujours plus grand que le second dans la sphere oblique, il faut aussi que le 3me soit plus grand que le 4me. Ainsi le complément de la déclinaison du plan est plus grand que le complément de la différence des longitudes ; & par conséquent la déclinaison du plan est toujours plus petite que la différence des longitudes.

188. REMARQUE. Quand on connoît la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes, on peut déterminer l'endroit de la terre dont l'horison est parallele au plan du Cadran. Supposons un plan du midi situé dans la partie septentrionale de la terre, si la hauteur du pole sur ce plan est de 32^d $36'$, & la différence des longitudes 42^d $55'$, le plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au 32^d $36'$ de latitude méridionale ; & la longitude de ce lieu est plus grande ou plus petite de 42^d $55'$ que celle du lieu où est situé le plan, plus grande si le plan décline vers l'orient, & plus petite s'il décline vers l'occident. J'ai dit que ce plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au 32^d $36'$ de latitude, parce que ce plan étant supposé parallele à l'horison du lieu cherché, l'axe de la terre doit faire des angles égaux sur l'un & sur l'autre. Or l'an-



TROISIEME SECTION.

Différentes méthodes pour tracer les Cadrans Solaires.

211. Avant de tracer un Cadran, il faut faire mettre ſur le plan une ou deux couches de couleur en huile qui effaceront toutes les lignes & tous les points qu'on a marqués pour déterminer la déclinaiſon du plan; & après avoir décrit les lignes horaires, on fera mettre une troiſieme couche, afin d'ôter pluſieurs traits qu'on n'a tiré que pour tracer les lignes horaires.

PROBLÊME PREMIER.

212. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, pourvû que le centre du Cadran ne ſoit pas trop éloigné de la ligne horiſontale & de l'équinoctiale.*

1°. Il faut tracer ſur le plan propoſé la verticale ZPD, c'eſt-à-dire, une ligne perpendiculaire à l'horiſon, enſuite il faut auſſi mener l'horiſontale HR ſelon la méthode du ſecond Problême préliminaire : le point d'interſection P des deux lignes ſera le pied du ſtile. Fig. 18.

2°. On prendra la ligne PD égale a la hauteur du ſtile. Or cette hauteur eſt arbitraire. Il faut néanmoins qu'elle ait quelque proportion avec la hauteur qu'on donnera à la méridienne, qu'elle en ſoit, par exemple, environ le tiers; enſuite du point D, qui eſt le centre diviſeur de l'horiſontale, on tirera la ligne DL qui faſſe l'angle PDL égal à la déclinaiſon du plan.

3°. Du point L on élevera la perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale HR, ce ſera la méridienne (160). Enſuite ayant pris ſur l'horiſontale la partie LH égale à l'hypotenuſe DL, il faudra tirer du point H, qui eſt le centre diviſeur (65) de la méridienne, la ligne CH

18. qui faſſe l'angle CHL de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu : le point d'interſection C de cette ligne avec la méridienne ſera le centre du Cadran (164).

4°. On menera du centre C la ligne CPB, qui paſſe par le pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire (15) : après quoi on élevera ſur la ſouſtilaire la perpendiculaire PS qui ſoit égale à la ligne PD ou à la hauteur du ſtile ; puis on décrira du centre C la ligne CS qui paſſe par le point S; elle montrera la poſition de l'axe à l'égard de la ſouſtilaire, parce que l'axe doit paſſer (article 5 prélim.) par le centre du Cadran & par le ſommet du ſtile qui peut être conſidéré comme le centre du monde.

5°. Du point S on élevera ſur la ligne CS la perpendiculaire SB qui ſera le rayon équinoctial : puis du point B on tirera la perpendiculaire EBN ſur la ſouſtilaire ; ce ſera la ligne équinoctiale (171), dont le point M ou ſon interſection avec la méridienne eſt le point de midi ſur l'équinoctiale ; & ſon interſection avec l'horiſontale, ſçavoir le point R, eſt celui de ſix heures (18).

6°. Il faudra prendre ſur la ſouſtilaire la partie BA égale au rayon équinoctial SB, le point A ſera le centre diviſeur de la ligne équinoctiale (65). Après cela du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à diſcrétion, on décrira la circonférence FKGI.

7°. Du point A on tirera une ligne qui paſſe par le point M, & qui rencontre la circonference à un point comme K, ou une autre qui paſſe par le point R, & qui coupe auſſi la circonférence en O : enſuite on diviſera la circonférence en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O; & on tirera du centre A des lignes aux points de diviſion qui ſoient prolongées, s'il eſt néceſſaire, afin qu'elles rencontrent l'équinoctiale ; les points où ces lignes couperont l'équinoctiale ſeront des points horaires, c'eſt-à-dire, que chaque ligne horaire doit paſſer par quelques-uns de ces points.

8°. On menera des lignes du centre du Cadran aux points horaires ; ce feront les lignes horaires, à l'extrémité defquelles il faut marquer les heures, en obfervant que les heures d'avant midi doivent être écrites à l'occident de la méridienne, & que celles d'après midi doivent être à l'orient de cette même ligne. Tout cela étant fait, fi on place une verge de fer de maniere qu'elle paffe par le fommet du ftile, & qu'elle aboutiffe au centre C du Cadran, ce fera l'axe du Cadran, & par conféquent elle montrera les heures par fon ombre. (Nous expliquerons dans le quatrieme Livre la maniere de placer aifément l'axe). Un ftile dont le point P feroit le pied, & qui auroit une hauteur égale à PD ou PS, pourroit auffi montrer les heures par l'extrémité de fon ombre.

Cette méthode n'eft pas purement géométrique à caufe qu'elle fuppofe d'autres inftrumens que la regle & le compas ordinaire, foit pour décrire la verticale ou l'horifontale, foit pour faire un angle égal à la déclinaifon du plan. On pourroit dire par cette raifon qu'elle eft en partie géométrique & en partie méchanique : il en eft de même de la méthode du Problême fuivant.

213. Nous avons mis dans l'énoncé du Problême, *Pourvû que le centre du Cadran ne foit pas trop éloigné de l'horifontale & de l'équinoctiale*, parce que fi le centre étoit tellement diftant de l'une de ces lignes, qu'il fût hors de l'étendue du plan, on ne pourroit pas tirer les lignes horaires par cette méthode : car on n'y détermine qu'un point dans l'équinoctiale pour chacune de ces lignes : il faut donc encore avoir un autre point par lequel elles doivent paffer ; & par conféquent on eft obligé de recourir à une autre méthode. On peut dire en général que quand dans le climat de la France la déclinaifon du plan eft d'environ 70^d le centre du Cadran eft trop éloigné de l'horifontale & de l'équinoctiale, pour que l'on puiffe fe fervir de la méthode de ce Problême : & fi on eft dans un autre climat où la hauteur du pole foit

Fig. 18. plus grande, par exemple, de 60^{d}, alors le centre du Cadran feroit trop éloigné de l'horifontale & de l'équinoctiale, quoique la déclinaifon du plan foit un peu moindre que 70^{d}.

214. Les différens articles de cette méthode ne font que des applications des Problêmes préliminaires ou de quelques autres propofitions qui ont été démontrées, fans excepter les deux derniers articles dans lefquels il s'agit de déterminer les points horaires fur l'équinoctiale, & de tracer les lignes horaires. Car le point A étant le centre divifeur de la ligne équinoctiale, les rayons qui font tirés de ce centre renferment entr'eux des parties de l'équinoctiale, qui repréfentent les arcs de l'équateur femblables aux arcs du cercle décrit FKGI qui font compris entre les rayons. Or les arcs du cercle décrit compris entre les rayons font de 15 degrés, puifqu'ils font chacun la vingt-quatriéme partie de la circonférence; par conféquent les arcs femblables de l'équateur font de 15 deg. d'ailleurs ou le méridien ou le cercle de 6 heures eft un de ceux qui féparent ces arcs l'un de l'autre, puifque l'on a commencé la divifion du cercle FKGI par le rayon qui rencontre le point de midi ou celui de 6^{h}: donc tous les autres cercles qui féparent ces arcs font auffi des cercles horaires. Par conféquent les points où les rayons coupent la ligne équinoctiale font les points horaires, c'eft-à-dire, ceux qui défignent les interfections de l'équateur avec les cercles horaires: les lignes horaires qui repréfentent les cercles horaires doivent donc paffer par ces points. D'ailleurs ces lignes doivent aboutir au centre du Cadran (art. 8 prélim.) Ainfi les lignes tirées du centre du Cadran aux points de divifion de l'équinoctiale, lefquels points font déterminés par les rayons du cercle décrit, font des lignes horaires. On prouvera la même chofe par la démonftration fuivante qui eft femblable à celle que nous avons donnée pour la premiere méthode de tracer un Cadran horifontal.

DÉMONSTRATION

DÉMONSTRATION.

Fig. 18.

215. Concevons que le triangle BCS eſt élevé perpendiculairement ſur le plan du Cadran, & que le cercle FKGI eſt ſitué de maniere que la ligne AB ſe confond avec la ligne SB, le point A avec le ſommet S, & que le plan du cercle ſoit perpendiculaire à l'axe du Cadran: dans cette hypothèſe le cercle repréſentera un Cadran équinoctial, parce qu'il ſera parallele à l'équateur du monde. Par conſéquent les rayons qui ſont menés aux points de diviſion de la circonférence ſont les lignes horaires de ce Cadran équinoctial. Ainſi les points dans leſquels ces rayons coupent l'équinoctiale qui eſt l'interſection du cercle élevé avec le plan vertical déclinant, ſont des points horaires. Or ces points ne différent pas de ceux auxquels les rayons rencontrent l'équinoctiale lorſque le cercle eſt couché ſur le plan du Cadran. Par conſéquent les points de l'équinoctiale déterminés par la méthode preſcrite, ſont des points horaires. Ainſi les lignes tirées du centre du Cadran à ces points ſont des lignes horaires.

216. Il paroît par l'expoſition des différens articles de cette méthode que quand on trace un Cadran on n'a aucun égard aux lignes qui ont été tirées ſur le plan pour en trouver la déclinaiſon. Nous avons dit qu'on commence par mener la verticale ZPD & l'horiſontale HR: il ſeroit néanmoins plus commode dans la pratique de commencer par tirer la méridienne & l'horiſontale, après quoi il faudroit mener la ligne LD, faiſant avec la méridienne l'angle MLD égal à la déclinaiſon telle qu'on l'auroit trouvée: enſuite on tireroit la verticale ZPD parallele à la méridienne, ou, ce qui revient au même, perpendiculaire à l'horiſontale; on tireroit, dis-je, cette verticale à quelle diſtance on voudroit de la méridienne. Si on commençoit ainſi, on ſeroit le maître de placer la méridienne à tel endroit du plan que l'on ſouhaiteroit.

Fig. 18. Il eſt à propos de la mettre au milieu de la largeur du plan lorſque la déclinaiſon de ce plan eſt petite, par exemple, de 10 à 12^{d}; mais ſi elle eſt grande, comme de 40 ou 50^{d}, il faut que la méridienne coupe la largeur du plan en deux parties inégales, dont la plus conſidérable ſoit du côté où l'on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires: autrement ces lignes ſeroient trop preſſées, à moins cependant que le plan ne fût extrêmement large, car alors cet inconvénient ne ſeroit pas à craindre,

J'ai dit qu'il faut faire l'angle MLD égal à la déclinaiſon du plan, parce que cet angle MLD eſt néceſſairement égal à l'angle alterne LDP, qui marque la déclinaiſon du plan.

217. PREMIERE REMARQUE. Avant de tracer le Cadran ſur le mur, il eſt bon d'en tracer un ſemblable ſur un carton ou ſur une feuille de papier: on verra par ce moyen la ſituation des lignes horaires les unes par rapport aux autres, & on jugera mieux de l'endroit où il faudra décrire la méridienne ſur le plan du mur. Il eſt à propos ſur-tout lorſque le plan du Cadran n'eſt pas bien étendu en largeur, de ſupprimer les lignes horaires qui ſont les plus éloignées de la ſouſtilaire, c'eſt-à-dire, celles qui marquent les dernieres heures dans les plans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident. Par-là il y aura plus d'eſpace entre les lignes horaires qui reſteront. On peut auſſi ſupprimer les premieres lignes horaires dans les plans qui déclinent vers l'orient, & les dernieres dans les autres, tant à cauſe que ces lignes ne ſervent que peu de tems pendant l'année, que parce que la réfraction cauſée par l'air éleve beaucoup le ſoleil dans ces momens; ce qui fait avancer le Cadran le matin, & le fait retarder le ſoir. D'ailleurs il y a ſouvent des objets, comme des maiſons, des arbres, &c. qui empêchent que le Cadran ne ſoit éclairé quand le ſoleil eſt près de l'horiſon. Nous verrons dans la ſuite

quelles sont les premières & les dernières heures qu'on peut marquer sur un Cadran.

218. SECONDE REMARQUE. La soustilaire doit être située différemment par rapport à la méridienne selon que le Cadran décline vers l'orient ou vers l'occident. Supposons d'abord que le plan est tourné obliquement au midi, alors s'il décline vers l'orient, la soustilaire doit être à la gauche de la méridienne : mais si le Cadran décline vers l'occident, elle doit être à la droite. Supposons présentement que le plan est tourné obliquement au septentrion, le contraire arrivera : car s'il décline vers l'orient, la soustilaire est à la droite de la méridienne ; & s'il décline vers l'occident, la soustilaire est à la gauche. On peut déterminer autrement la situation respective de ces deux lignes en disant, que la situation de la soustilaire doit être opposée à la déclinaison du plan, c'est-à-dire, que si le plan décline vers l'orient, la soustilaire sera à l'occident de la méridienne, & s'il décline vers l'occident, elle sera à l'orient, soit que le plan regarde le midi ou qu'il soit tourné vers le nord. Ce que nous venons de dire de la soustilaire doit aussi s'entendre de la verticale ZPD & de la ligne de déclinaison DL : car il est évident que l'un & l'autre doivent être du même côté de la méridienne que la soustilaire. Fig. 18.

219. De toutes ces lignes qui ont été décrites, il n'y a que les lignes horaires qui doivent rester : c'est pourquoi il faut les tracer profondément avec un stile ; & toutes les autres qui servent seulement à décrire les lignes horaires, doivent être marquées légerement, afin qu'on les puisse effacer avec facilité.

On suppose dans la méthode de ce Problême que l'on trouvera le centre du Cadran en tirant la ligne CH, qui fasse avec l'horisontale l'angle de la hauteur du pole. Mais si cette hauteur du pole ou sa déclinaison du plan, ou l'une & l'autre ensemble sont fort grandes, alors le centre du Cadran sera trop éloigné de l'horisontale, c'est-à-dire, que la ligne CH ne pourra rencontrer la

18. méridienne qu'à une trop grande distance de l'horisontale; dans ce cas il faudra employer une autre méthode, qui consiste en ce que l'on mene une ligne parallele à l'équinoctiale, & cette parallele sera une autre équinoctiale. Nous allons expliquer cette méthode dans le Problême suivant.

PROBLÈME II.

220. *La déclinaison du plan & l'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connues, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, soit que le centre du Cadran soit fort éloigné de la ligne horisontale & de l'équinoctiale, soit qu'il en soit peu éloigné.* Les premiers articles de cette méthode ne sont pas différens de ceux de la méthode précédente.

19. 1°. On tracera d'abord sur le plan du Cadran la ligne ZPD qui soit verticale, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'horison, ensuite l'horisontale HR selon la méthode du second Problême préliminaire.

2°. Il faut prendre du point d'intersection P, qui est le pied du stile, la ligne PD égale à sa hauteur. Or cette hauteur est prise à volonté, pourvû qu'elle ait quelque proportion avec la longueur de la méridienne, qu'elle en soit, par exemple, le tiers. Ensuite du point D, qui est le centre diviseur de l'horisontale, on décrira la ligne DL qui fasse l'angle PDL égal à la déclinaison du plan.

3°. On élevera du point L la perpendiculaire CLM sur l'horisontale HR, ce sera la méridienne : ensuite ayant pris sur l'horisontale la partie LH égal à l'hypotenuse DL, il faut mener du point H, qui est le centre diviseur de la méridienne (65), la ligne CH qui fasse l'angle CHL de la hauteur du pole sur l'horison du lieu.

4°. Du point H on élevera perpendiculairement HM sur la ligne CH; le point M où la ligne HM rencontre la méridienne, est un des points de l'équinoctiale (172). Ensuite on élevera aussi du point D la perpendiculaire

DR ſur la ligne DL, le point R, qui eſt l'interſection de DR avec l'horiſontale, ſera le point de ſix heures (172), qui eſt un autre point de l'équinoctiale : ſi donc on mene la ligne EN qui paſſe par le point M & par le point R, ce ſera l'équinoctiale. Fig. 19.

5°. On tirera la ligne CPB qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpend. à l'équinoctiale, ce ſera la ſouſtilaire; après quoi on élevera la perpendiculaire PS ſur la ſouſtilaire, qui ſoit égale à la hauteur du ſtile; & du point S on menera la ligne SB au point B, qui eſt l'interſection de la ſouſtilaire avec l'équinoctiale : ce ſera le rayon équinoctial.

6°. Du point S on tirera CS perpendiculaire au rayon BS; elle déſignera la poſition de l'axe par rapport à la ſouſtilaire : après cela du point *s* pris à volonté dans l'axe CS on élevera *sb* perpendiculaire à l'axe, & par conſéquent parallele au rayon SB; & du point *b* de la ſouſtilaire on tirera *ebn* perpendiculaire à la ſouſtilaire, ou, ce qui revient au même, parallele à l'équinoctiale EBN; on aura une autre équinoctiale.

7°. On prendra la partie BA de la ſouſtilaire qui ſoit égale au rayon SB, & auſſi la partie *ba* égale à l'autre rayon équinoctial *sb*. Après cela des points A & *a*, comme centres, & d'un intervalle pris à volonté, on décrira deux circonférences. (Il eſt à propos qu'elles ſoient égales pour plus grande facilité). Enſuite on tirera des centres A & *a* des rayons aux point M & *m* qui couperont les circonférences dans certains points K & *k*. Enfin on diviſera chaque circonférence en 24 parties égales, en commençant par les points K & *k*.

8°. On tirera des centres des cercles aux points de diviſion des rayons qui ſoient prolongés, s'il eſt néceſſaire, afin que ceux du premier cercle rencontrent la premiere équinoctiale, & que ceux du ſecond rencontrent auſſi la ſeconde; les points de diviſion dans l'une & l'autre équinoctiales ſeront des points horaires. Si donc on tire des lignes dont chacune paſſe par deux

g. 19. points correspondans des équinoctiales, qui soient, par exemple, l'un & l'autre les points de dix heures, ces lignes seront des lignes horaires qu'il faudra marquer par des chifres qui désignent les heures que ces lignes doivent montrer. La seconde équinoctiale peut être indifféremment au-dessus ou au-dessous de la premiere. Si du point *s* on abbaisse la perpendiculaire *sp* sur la soustilaire, & qu'on attache aux points P & *p* des stiles perpendiculaires au plan dont les parties qui sont hors du mur soient égales aux hauteurs PS & *ps*, la verge de fer soutenue par les extrêmités des stiles sera l'axe de ce Cadran; par conséquent son ombre marquera les heures en tombant sur les lignes horaires. L'ombre de l'extrêmité de l'un & de l'autre stile peut aussi montrer les heures : car il est évident que ces extrêmités sont des points de l'axe. Il reste à prouver que les lignes qui passent par des points correspondans des deux équinoctiales sont des lignes horaires.

DÉMONSTRATION.

Il est certain par le Problême précédent que les points déterminés, sur l'une & sur l'autre équinoctiale par les rayons des deux cercles sont des points horaires, puisque les centres de ces cercles sont les centres diviseurs des deux équinoctiales. D'ailleurs c'est la même soustilaire & le même axe par rapport à l'une & à l'autre équinoctiales. Par conséquent les lignes horaires de ces deux équinoctiales doivent aussi être les mêmes. Ainsi les lignes qui passent par des points correspondans des deux équinoctiales sont des lignes horaires dont chacune a sa position déterminée par les deux points correspondans par lesquels elle passe.

221. REMARQUE. Quand on a un grand compas fait à la maniere ordinaire, on peut décrire avec facilité une seconde équinoctiale : car il ne s'agit que de tirer une parallele à la premiere équinoctiale : or il est facile de tirer une parallele à quelle distance on veut de la pre-

miere équinoctiale. Pour cet effet, il faut marquer sur la soustilaire la distance B*b* que l'on veut mettre entre les deux équinoctiales; & ayant pris l'ouverture du compas égale à cette distance B*b* on met une de ses pointes sur la premiere équinoctiale à la plus grande distance qu'on peut de B, je suppose que ce soit au point N, puis on décrit un arc, comme XY, de ce point N comme centre. Si on tire du point *b* une ligne, comme *bn*, qui soit tangente de cet arc, ce sera une parallele à la premiere équinoctiale. Cela est évident, puisque le point de contact *n* est autant éloigné de la premiere équinoctiale que le point *b*. Fig. 19.

222. Afin que l'erreur inévitable dans la pratique soit la plus petite qu'il soit possible dans la description des lignes horaires, il faut que la seconde équinoctiale soit assez éloignée de la premiere, ou plutôt à peu près autant que le permettra la hauteur du plan du Cadran.

223. Nous parlerons dans le Problême suivant de la distance du soleil au méridien, cette distance est toujours connue pour toutes les heures, parce que le soleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident: ainsi cette distance est de 15 degrés à 11 heures avant midi & à une heure après midi; elle est de 30 degrés à 10 heures du matin & à deux heures du soir, &c.

PROBLÈME III.

224. *Connoissaut la déclinaison du plan avec la hauteur du pole sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires déterminés par le calcul sur la ligne équinoctiale, pourvû que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horisontale & de cette équinoctiale.*

Nous supposons qu'on a trouvé par le calcul trois angles, dont le premier, qui est au centre du Cadran, est compris entre la méridienne & la soustilaire, le second est l'élévation du pole sur le plan du Cadran, &

18. le troiſiéme eſt la différence des longitudes. (On trouve ces angles par les Problêmes X, XI & XII). Nous ſuppoſerons auſſi qu'il y a trois lignes décrites, la méridienne CM, la ſouſtilaire CB & l'équinoctiale EN. Nous expliquerons à la ſuite de ce Problême comment on tire ces lignes, dont les deux premieres déterminent le centre du Cadran, puiſque c'eſt l'interſection de la méridienne & de la ſouſtilaire. Cela poſé, ſi on connoiſſoit les points horaires ſur l'équinoctiale, il faudroit tirer des lignes droites du centre du Cadran à ces points, & ce ſeroit les lignes horaires. Par conſéquent il s'agit de trouver ces points horaires de l'équinoctiale. Or ces points ſont déterminés par différentes parties de l'équinoctiale B1, B3, B10, &c. compriſe entre la ſouſtilaire & les rayons tirés du centre A aux points de diviſion de la circonférence FKGI, que l'on ſuppoſe partagée en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O, qui ſont les interſections de la circonférence avec deux rayons dont l'un paſſe par le point de midi, & l'autre par celui de 6 heures. Il faut donc chercher quelle eſt la longueur des lignes B1, B3, B10, c'eſt-à-dire, combien elles contiennent de parties égales à celles dans leſquelles on ſuppoſe que la hauteur du ſtile SP eſt diviſée. Pour cet effet on cherchera d'abord quel eſt le nombre des parties du rayon équinoctial SB ou AB: or on trouvera ce nombre par le triangle rectangle SPB, comme nous le dirons enſuite. Après cela on obſervera qu'il peut y avoir trois cas dans la détermination des ſegmens B1, B3, B10, &c. de l'équinoctiale : car ou le point horaire eſt ſitué entre la méridienne & la ſouſtilaire; tel eſt le point 13 ou au-delà de la ſouſtilaire par rapport à la méridienne, comme le point 3; ou au-delà de la méridienne par rapport à la ſouſtilaire, comme le point de 10 heures. Dans le premier & le ſecond cas l'angle BA1 & BA 3 eſt la différence entre la diſtance du ſoleil au méridien & la

différence des longitudes. Dans le troisiéme cas l'angle BA10 est la somme de la distance du soleil au méridien & de la différence des longitudes. Que la différence des longitudes ou l'angle BAM soit, par exemple, de 43 degrés, l'angle BA1 dans le premier cas sera de 28^{d}, puisque le nombre 28 est la différence entre 15 & 43. (La distance du soleil, ou plutôt du centre du soleil au méridien à une heure après midi est de 15^{d}). L'angle BA3 dans le second cas sera de 2 degrés, parce qu'à trois heures après midi le soleil est éloigné du méridien de 45^{d}. Or la différence entre 45 & 43 est 2. Enfin l'angle BA10 dans le troisiéme cas est de 73^{d}, parce qu'à 10 heures avant midi le soleil est éloigné du méridien de 30^{d}. Or la somme de 30 & de 43 est 73. Fig. 18.

Tout cela étant présupposé on trouvera les points horaires par l'analogie suivante, dont le troisiéme terme est la tengente de la différence ou de la somme dont on vient de parler, *Comme le sinus total est au nombre des parties que contient* AB *ou le rayon équinoctial* SB, *ainsi la tangente de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, est au nombre des parties du segment* B1, *ou* B3, *ou* B10 *de l'équinoctiale.* Il s'agit de prouver que cette analogie est vraie.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle AB1, ou AB3, ou AB10, on prend le côté AB pour rayon, dont le centre soit le point A, l'autre côté B1, ou B3, ou B10 sera la tangente de l'angle BA1, BA3, ou BA10, qui est la différence ou la somme de la distance du soleil au méridien, & de la différence des longitudes. Par conséquent il est certain que la proportion énoncée ci-dessus est vraie, (Préparation art. 10) puisqu'elle consiste en ce que l'on considere d'abord le côté AB comme rayon, ensuite comme contenant un certain nombre de parties, & que l'on regarde pareillement B1, ou B3, ou B10, comme tangente de l'angle BA1, ou BA3, ou BA10,

Fig. 18. & comme contenant un nombre de parties égales à celles de AB. Voici cette proportion : *Comme le sinus total est au côté* AB, *ainsi la tangente de la différence ou de la somme susdite est au nombre des parties du segment* B1, *ou* B3, *ou* B10.

Si donc on prend sur l'échelle des parties égales du compas à verge, le nombre des parties qui est marqué par le quatriéme terme, & qu'on transporte la longueur que ces parties composent, du point B à un autre point de l'équinoctiale, ce second point sera celui par lequel doit passer la ligne horaire. Nous supposons que les parties du côté AB ou du rayon équinoctial BS & de la hauteur PS sont égales à celles qui sont marquées sur l'échelle. Si la ligne équinoctiale ne peut être prolongée à la distance nécessaire pour qu'on y marque tous les points horaires dont on a besoin, il faudra mener une autre équinoctiale parallele à la premiere & plus près du centre, sur laquelle on marquera les points qu'on n'a pû marquer sur la premiere. Nous expliquerons cela plus amplement dans le Problême suivant.

Voici un exemple dans lequel nous supposons que l'angle CHL ou la hauteur du pole sur l'horison est de 48^{d} 52′, la déclinaison du plan PDL est de 35^{d} : dans cette hypothèse on trouvera l'angle LCP entre la méridienne & la soustilaire de 26^{d} 36′; l'angle PCS, qui est la hauteur du pole sur le plan, sera de 32^{d} 36′. Enfin l'angle BAM, qui est la différence des longitudes, contiendra 42^{d} 55′. Si on suppose de plus que la hauteur du stile PS contient 1053 parties égales on trouvera par le triangle rectangle SPB dont l'angle PSB est égal à PCS (177) que le rayon équinoctial SB est de 1250 parties, on le trouvera, dis-je, par la proportion suivante dans laquelle on considere l'hypotenuse SB, comme le sinus total, & le point B comme centre, auquel cas la hauteur SP devient le sinus de l'angle SBP, complément de PSB : *Le sinus de* SPB *est au sinus total,*

comme la hauteur du ſtile eſt au rayon équinoctial. Voici Fig. 18.
les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion dans notre exemple : 992555, 1000000, 302243 par leſquels on trouvera le 4me nombre 309688 log. de 1250. Cela poſé, les différentes parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les points horaires renfermeront les nombres des parties égales que nous allons indiquer : B1=662 parties, B2=286, B3=45, B4=384, B5=784, B6=1344, B7=2359, B8=5450. Voilà pour les heures d'après midi : voici pour celles du matin, B11=1994, B10 =4067, B9=34362. Toutes ces parties ſont égales à celles de la hauteur du ſtile.

225. On peut facilement abréger la peine du calcul qu'il faut faire pour trouver les parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les lignes horaires. Pour cet effet on prendra un rayon équinoctial qui ne contienne que 1000 parties ; & pour lors ce calcul des parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les différentes lignes horaires, eſt d'une extrême facilité, ou plutôt il ſe trouve tout fait dans les tables des ſinus & des tangentes, pourvû que dans les triangles rectangles AB11, AB10, AB9, &c. pour les heures du matin, & AB1, AB2, AB3, &c. pour les heures du ſoir, on conſidere le côté AB=SB, comme rayon ou ſinus total diviſé en 1000 parties, & les côtés B11, B10, B9, ou B1, B2, B3, comme les tangentes des angles en A : ſuppoſons, par exemple, qu'il faille trouver B3. La hauteur du pole du lieu, & la déclinaiſon du plan étant poſées telles que nous les avons marquées ci-deſſus, l'angle BA3 eſt de 2^{d} 5$'$: il faut donc chercher la tangente de cet angle que je trouve dans les tables de 3637 ou plutôt 3638 : mais comme ce nombre ſuppoſe le rayon diviſé en 100000 parties, & que dans notre hypothèſe on retranche les deux derniers zéros, puiſqu'il ne contient que 1000 parties, il faut auſſi ôter les deux derniers

18. chifres du nombre trouvé 3638 dans les tables, ainsi B3 ne contient que 36 parties égales. On trouvera de même les autres parties de l'équinoctiale dont le rayon est 1000.

On pourroit aussi prendre, si on étoit déterminé par quelque circonstance, un rayon équinoctial qui différeroit de 1000 parties égales par quelques aliquotes du nombre 1000, par exemple, un rayon de 1500 parties, lequel surpasse 1000 de 500, qui est la moitié de 1000: dans ce cas pour avoir B3, il faudroit ajouter au nombre 36 la moitié de ce nombre, sçavoir 18, la somme 54 seroit la ligne B3. Il faut entendre la même chose des autres parties de l'équinoctiale.

Ce moyen d'abreger les calculs est de plus grande importance que tout autre dans la Gnomonique à cause de sa grande facilité: sans cela on seroit obligé de faire autant de calculs que l'on voudroit tracer de lignes horaires, c'est-à-dire, environ 25 ou 30: il faudroit même répéter ces calculs pour s'assurer qu'on n'y a point fait de faute.

226. Nous allons donner un exemple de la maniere de calculer un Cadran en supposant la déclinaison du plan de $20^d\ 30'$ vers l'occident, & l'élévation du pole sur l'horison du lieu de $48^d\ 43'$. Ensuite nous exposerons comment on applique sur le plan ce que l'on a trouvé par le calcul. Il faut d'abord faire les trois analogies marquées dans les Problêmes X, XI & XII, pour trouver 1°. l'angle au centre du Cadran compris entre la méridienne & la soustilaire, 2°. la hauteur du pole sur le plan, 3°. la différence des longitudes. Les analogies étant faites, on verra que le premier de ces angles est $17^d\ 6'$, le second $36^d\ 10'$, le troisiéme $26^d\ 28'$. Aprés cela on prendra pour rayon équinoctial une ligne de 1000 parties, & on considérera que dans les triangles rectangles ABM, AB1, AB3, AB10, &c. le côté AB, qui est égal au rayon équinoctial BS, étant regardé comme sinus total, l'autre côté BM, ou B1,

3^d 45′ dans un quart-d'heure. Ainſi pour avoir l'angle en A qui répond à midi un quart, il faut ôter 3^d 45′ de 26^d 28′, on aura le reſte 22^d 43′. De même pour avoir l'angle A qui répond à midi & demi, il faut ôter 3^d 45′ de 22^d 43′, on aura le reſte 18^d 58′. Pareillement pour avoir l'angle en A, qui répond à midi trois quarts, il faut ôter 3^d 45, du dernier reſte 18^d 58′, on aura le nouveau reſte 15^d 13′; ainſi de ſuite juſqu'à la ſouſtilaire, en ôtant pour chaque quart-d'heure 3^d 45′ du reſte précédent, en ſorte qu'il ne reſtera plus que 13′ après l'angle qui répond à 1$^h \frac{3}{4}$: & comme on ne peut retrancher 3^d 45′ de 13′, il faut ôter 13′ de 3^d 45′, le reſte 3^d 32′ ſera la valeur de l'angle BA2, lequel ſera au-delà de la ſouſtilaire, par rapport à la méridienne. Pour avoir les angles ſuivans, il ne faudra plus retrancher, mais au contraire ajouter 3^d 45′ au précédent. Ainſi, par exemple, l'angle correſpondant à 2 heures $\frac{1}{4}$ eſt 7^d 17′. Il en eſt de même des heures qui ſont avant midi; c'eſt-à-dire, qu'il faut ajouter 3^d 45′ à l'anglé précédent. Si on ne vouloit marquer les heures que de demi en demi, il faudroit ajouter 7^d 30′ à l'angle précédent, ou les retrancher de cet angle. Fig. 18.

229. On peut voir aiſément ſi on ne s'eſt pas trompé dans les ſouſtractions ou les additions. Il faut pour les heures du ſoir qui ſont au-delà de la ſouſtilaire retrancher la différence des longitudes du nombre des degrés que le ſoleil a parcourus depuis midi juſqu'à l'heure propoſée. Par exemple, s'il s'agit de ſept heures du ſoir, on retranchera 26^d 28′ de 105 degrés, le reſte 78^d 32′ eſt la valeur de l'angle BA7: & pour les heures du matin il faut ajouter la différence des longitudes au nombre de dégrés que le ſoleil doit parcourir depuis l'heure propoſée juſqu'à midi. Ainſi la valeur de l'angle BA8 qui répond à 8 heures du matin eſt 86^d 28′. Il ſuffit d'appliquer cette preuve ſur la premiere & la derniere heure que l'on veut marquer.

230. Enfin, il faut encore, ſoit avant, ſoit après avoir

g. 18. trouver les distances de la soustilaire aux différens points horaires, il faut dis-je, chercher la distance CB du centre à l'équinoctiale en cette maniere : l'angle BCS du triangle CSB rectangle en S étant de 38^d 10′, son complément CBS sera de 51′ 50′. Or le rayon équinoctial BS étant pris pour sinus total dont le point B soit le centre, la ligne CB sera la sécante de l'angle CBS : il faut donc chercher dans la table des sécantes quelle est celle de 51^d 50′. En supposant le rayon de 1000 parties, on trouvera qu'elle en contient 1618 : ainsi dans le Cadran dont il s'agit, la distance du centre à l'équinoctiale doit être de 1618 parties de l'échelle.

On peut trouver aussi la distance CB par l'analogie suivante fondée sur le triangle CSB rectangle en S dont le côté SB est supposé de 1000 parties, & l'angle C est de 38^d 10′. *Le sinus de l'angle* C *est au côté* SB *comme le sinus total est au côté* CB.

231. Tout ce calcul étant achevé, voici comment on fait l'application sur le plan, dont toutes les lignes tirées pour trouver la déclinaison sont inutiles, excepté peut-être la verticale & l'horisontale.

1°. Il faut décrire une ligne verticale dans quel endroit du plan on voudra, ce sera la méridienne. Il est à propos qu'elle divise en deux parties égales la largeur du plan lorsque sa déclinaison est peu considérable, comme de 10 ou 12 degrés. Mais si cette déclinaison est grande, par exemple, de 40 ou 50 degrés, il est bon que la partie du plan sur laquelle on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires soit plus étendue que l'autre, sans cela les heures seroient trop serrées dans cette premiere partie, à moins que le plan ne fût extrêmement large.

2°. On choisit un point au haut de la méridienne & du plan, que l'on prend pour centre du Cadran, dans lequel on enfonce un clou, sur la tête duquel il y a un petit trou, afin d'y pouvoir arrêter le bout de l'axe qui doit être pointu.

3°. On

3°. On tirera du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle que l'on aura trouvé par le Problême X, ce ſera la ſouſtilaire. Il faut la tirer à gauche de la méridienne, ſi le plan que l'on ſuppoſe tourné vers le midi décline vers l'orient : mais on la tirera à droite, ſi le plan décline vers l'occident. Ce ſeroit le contraire ſi le plan regardoit le nord : dans notre exemple elle doit être tirée à droite, & faire avec la méridienne un angle de 17 deg. 6.

4°. On prendra ſur l'échelle des parties égales la diſtance CB du centre à l'équinoctiale, qui dans notre exemple eſt 1618 ; & on la portera ſur la ſouſtilaire, en mettant une des pointes du compas ſur le centre : enſuite du point B de cette ligne où aboutira cette diſtance, on élevera une perpendiculaire EBN ſur la même ligne, c'eſt-à-dire, ſur la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoctiale. Il eſt à propos d'enfoncer au point d'interſection B un petit clou à la tête duquel il y ait un trou peu profond, pour y mettre une pointe de compas.

5°. Enfin on prendra ſur l'équinoctiale avec le compas à verge les diſtances qu'on aura trouvées par le calcul depuis le point B juſqu'aux différens points horaires, & on marquera ces points. Mais à meſure qu'on les marquera, on tirera du centre du Cadran des lignes qui paſſeront par ces points, ce feront des lignes horaires. On verra dans le Problême ſuivant ce qu'il faut faire lorſque l'équinoctiale n'eſt pas aſſez longue pour y marquer tous les points horaires.

Après avoir décrit l'équinoctiale, & avant de tirer les lignes horaires, il eſt à propos de s'aſſurer ſi l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, eſt tel qu'il doit être, & ſi l'équinoctiale eſt tracée comme il faut. Or cela eſt facile, il n'y a qu'à voir ſi BM diſtance de la ſouſtilaire avec la méridienne, priſe ſur l'équinoctiale, contient autant de parties qu'elle en doit avoir. Dans notre exemple, elle en doit contenir 498.

PROBLÊME IV.

232. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires trouvés par le calcul ſur deux lignes équinoctiales, ſoit que la diſtance du centre du Cadran aux lignes équinoctiales ſoit grande, ou qu'elle ſoit petite.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé trois angles par le calcul, 1°, celui qui eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire. 2°. La hauteur du pole ſur le plan du Cadran. 3°. La différence des longitudes. Nous ſuppoſons de même que l'on a tracé la méridienne, l'équinoctiale & la ſouſtilaire de la maniere que nous expliquerons à la ſuite de ce Problême.

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le
20. Problême précédent, les parties de l'equinoctiale BI, BXI, BX, &c. qui ſont compriſes entre la ſouſtilaire & les points horaires.

2°. On cherchera la diſtance du centre du Cadran à l'équinoctiale : le rayon BS étant ſuppoſé de 1000 parties, on la trouvera aiſément : car dans le triangle CBS rectangle en S, ſi on regarde BS comme le ſinus total dont le centre ſoit B, la ligne CB ſera la ſécante de l'angle CBS. Or on connoît l'angle BCS qui eſt la hauteur du pole ſur le plan; ainſi on a auſſi la valeur de l'angle CBS qui eſt ſon complément. Il faudra donc chercher dans la table des ſécantes quelle eſt celle de l'angle CBS, le rayon étant ſuppoſé de 1000 parties; cette ſécante ſera la diſtance CB. On peut auſſi trouver cette diſtance par l'analogie de l'art. 230.

3°. La diſtance CB du centre du Cadran à l'équinoctiale étant trouvée, on choiſira le point *b* dans la ſouſtilaire qui ſoit éloigné de l'équinoctiale d'une partie aliquote de la diſtance CB, par exemple du quart, du tiers ou de la moitié : le point *b* peut être pris tantôt plus, tantôt moins éloigné du centre que l'équinoctiale : enſuite il faudra tirer une ligne par le point *b* qui ſoit perpendiculai-

re à la soustilaire ou parallele à l'équinoctiale : cette parallele sera la seconde équinoctiale.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde équinoctiale ; supposons qu'elle soit plus proche du centre du Cadran que la premiere, de sorte que la ligne C*b* soit la moitié de la distance CB ; alors les parties de la seconde équinoctiale entre la soustilaire & les points horaires ne seront que la moitié des parties correspondantes de la premiere : par exemple, *b* 11 de la seconde équinoctiale ne sera que la moitié de BXI, qui est la partie correspondante de la seconde. Par conséquent si BXI renferme 1200 parties égales de l'échelle, *b* 11 en contiendra 600. On aura donc par-là le point 11. On trouvera de la même maniere les points horaires de la seconde équinoctiale. Si la distance CB étoit quadruple de C*b*, la partie BXI seroit quadruple de *b* 11 ; mais si la seconde équinoctiale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance B*b* soit, par exemple, la quatrieme partie de CB, alors il faut ajouter à BXI la quatrieme partie de cette longueur BXI, & prendre *b* 11 égale à la somme de cette addition, le point 11 désignera le point de la onzieme heure dans la seconde équinoct. Si par exemple, BXI contient 1200 parties, *b* 11 en renfermera 1500. Fig. 20.

5°. On menera des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux équinoctiales, par exemple, par les points XI & 11, & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge.

Après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, il n'y a qu'un seul article de cette méthode qui ait besoin de preuve ; sçavoir, pourquoi la partie *b* 11 de la seconde équinoctiale, est plus courte ou plus longue que la ligne BXI de la premiere équinoctiale, sçavoir, de la quatrieme partie de BXI, en supposant que B*b* est la quatrieme partie de CB : c'est pourquoi nous donnons la démonstration suivante, dans laquelle nous supposons la ligne CB plus grande que C*b*.

DÉMONSTRATION.

20. Le triangle *b*C11 eſt ſemblable au triangle BCXI, à cauſe des baſes paralleles *b*11 & BXI ; ainſi C*b*. CB :: *b*11. BXI. Or la ligne C*b* eſt plus courte que CB de la quatrieme partie de la diſtance CB, puiſque B*b* eſt le quart de CB ; donc la baſe *b*11 eſt auſſi plus petite que BXI de la quatrieme partie de BXI : ainſi pour avoir *b*11, il faut retrancher de BXI la quatrieme partie de cette baſe BXI, & le reſte ſera *b*11.

233. Pour ce qui eſt des trois lignes principales, c'eſt-à-dire, de la méridienne, la ſouſtilaire & l'équinoctiale : voici comment il faut faire pour les tirer ſur le plan.

1°. On décrit la méridienne de maniere que quand la déclinaiſon du plan eſt de 40 ou 50 degrés & au-delà, la partie du plan qui eſt du côté où il faut tirer plus de lignes horaires, ſoit plus grande que l'autre, à moins que le plan n'ait une largeur très-conſidérable.

2°. Quant à l'équinoctiale, ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de cette ligne, ce qui arrive toujours lorſque la déclinaiſon du plan eſt fort grande, c'eſt-à-dire environ de 70 degrés ou plus dans le climat de la France, il faudra opérer en cette maniere : On tirera d'un point d'en-bas de la méridienne une ligne qui faſſe avec cette méridienne un angle CMB égal au complément de l'angle MCB compris entre la méridienne & la ſouſtilaire ; cette ligne ſera l'équinoctiale. Cet angle aigu CMB doit être du même côté de la méridienne que la ſouſtilaire.

3°. On prendra avec le compas à verge la diſtance MB, c'eſt-à-dire, la tangente de la différence des longitudes, qui eſt la partie de l'équinoctiale qui doit être entre la méridienne & la ſouſtilaire, & du point B on élevera une perpendiculaire ſur l'équinoctiale : ce ſera la ſouſtilaire. Dans l'exemple que nous allons donner cette diſtance ſera de 2663 parties, en prenant le rayon équinoctial ſeulement de 500 parties.

234. On suppose la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaison du plan de 76^d vers l'orient ; & par conséquent on trouvera 1°. l'angle de la soustilaire avec la méridienne de $40^d\ 22'$; 2°. La hauteur du pole sur le plan de $9^d\ 10'$; 3°. La différence des méridiens de $79^d\ 22'$. Cela posé, voici les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale. Fig. 20.

Pour le point de midi. . .	2663 tang. de $79^d\ 22'$.
Avant midi entre la méridienne & la Soustilaire.	
pour le point de 11^h.	1042 tang. de $64^d\ 22'$.
pour le point de 10^h.	582 tang. de 49^d 22.
pour le point de 9^h.	342 tang. de 34^d 22.
pour le point de 8^h.	175 tang. de 19^d 22.
pour le point de 7^h.	38 tang. de 4^d 22.
Avant midi au-delà de la Soustilaire.	
pour le point de 6^h.	93 tang. de $10^d\ 38'$.
pour le point de 5^h.	240 tang. de 25^d 38.
pour le point de 4^h.	429 tang. de 40^d 38.
Après midi.	
pour le point de midi$\frac{1}{2}$	9133 tang. de $86^d\ 52'$.

Voilà les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur la premiere équinoctiale. Pour avoir les distances correspondantes sur une seconde équinoctiale, il faut chercher (232, num. 2) la distance du centre à la premiere équinoctiale ; on la trouvera de 3138 parties, le rayon équinoctial étant supposé de 500 : on prendra ensuite B*b* égale à 1569, c'est-à-dire, à la moitié de 3138, & on tirera (221) par le point *b* une parallele à la premiere équinoctiale, ce sera la seconde : la distance de la soustilaire aux différens points horaires prises sur cette seconde équinoctiale seront les moitiés de celles qui leur répondent sur la premiere.

235. Il arrive fort souvent que le plan n'est pas assez grand, afin que l'on puisse prolonger la premiere équinoctiale, c'est-à-dire, la plus éloignée du centre autant qu'il est nécessaire, pour y marquer tous les points ho-

Fig. 20. raires. Dans ce cas il en faut tirer une troisieme qui coupe en deux parties égales au point 2*b* la distance C*b* depuis le centre jusqu'à la seconde équinoctiale, & alors les intervalles pris sur cette troisieme équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différens points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans dans la seconde équinoctiale. Pareillement si on ne peut pas assez prolonger cette seconde équinoctiale, il en faut tirer une quatrieme qui partage la distance C2*b* du centre à la troisieme en deux parties égales, & les intervalles pris sur cette nouvelle équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différens points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans sur la 3[me], ainsi de suite.

236. Il faut bien prendre garde que dans les Cadrans qui sont tournés au midi, jamais il ne doit y avoir de lignes horaires qui passent au-dessus d'une ligne horisontale qui soit tirée par le centre du Cadran : parce que l'ombre du soleil ne pourroit tomber sur ces lignes pendant le jour, c'est-à-dire, pendant que cet astre est sur l'horison. Pour entendre la raison de ce que nous avançons, il faut concevoir un stile perpendiculaire au plan qui soit enfoncé dans le centre du Cadran : comme ce stile se trouve dans le plan de l'horison, ou, ce qui revient au même, dans un plan parallele à l'horison, il s'ensuit que quand le soleil est à l'horison, soit qu'il se leve ou qu'il se couche, l'ombre de ce stile tombe sur la ligne horisontale qui passe par le centre & qui est formée par le même plan ; & par conséquent quand le soleil est au-dessus de l'horison, l'ombre du stile est toujours au-dessous de cette ligne horisontale. A plus forte raison l'ombre de l'axe ne peut jamais tomber au-dessus de la même ligne pendant le jour, puisque cet axe incline vers le bas. On verra dans le quatrieme Livre comment on trouve quelles sont les premieres & les dernieres heures que l'on peut marquer sur les Cadrans.

Nous déduirons encore du Problême suivant une autre méthode de tracer des Cadrans verticaux.

PROBLÊME V.

237. *Connoissant la différence des longitudes & la hauteur du pole sur le plan, ou l'angle compris entre la soustilaire & l'axe, trouver les angles contenus entre la soustilaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Problême, qui sont les mê- Fig. 21.
mes que ceux du troisieme : car ou les lignes horaires tombent entre la méridienne & la soustilaire, comme la ligne C1, ou elles sont du côté de la soustilaire opposé à la méridienne, comme la ligne C3, ou elles sont du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, comme la ligne C10. Dans les deux premiers cas il faut prendre la différence entre la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, & la différence des longitudes : mais dans le troisieme cas il faut prendre la somme de la distance du soleil, & de la différence des longitudes : ensuite on fera la proportion suivante, dont le troisieme terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler : *Comme le sinus total au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, de même la tangente de la différence ou de la somme exposée ci-dessus, à la tangente de l'angle au centre du Cadran entre la soustilaire & la ligne horaire proposée.*

Nous démontrerons cette proportion de la même maniere que celle du troisieme Problême du premier Livre, art. 50. Pour cet effet considérons d'abord comment on désigne la distance du soleil au méridien à une heure proposée. L'angle au centre diviseur de l'équinoctiale, par exemple, l'angle MA1 dont le côté AM se termine à l'intersection de la méridienne avec l'équinoctiale, & l'autre côté A1 aboutit au point de cette équinoctiale, lequel point représente le lieu du soleil rapporté à l'équateur ; cet angle, dis-je, désigne la distance du soleil au méridien à l'instant d'une heure après midi : c'est la propriété du centre diviseur. Cela etant on détermine de la maniere suivante la différence ou la somme des angles dont la tangente est le troisieme terme de la proportion.

21. La différence des longitudes est toujours l'angle BAM, & dans le premier cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA1. Or la différence entre l'un & l'autre est l'angle BA1 : ainsi la tangente de ce troisieme angle est le troisieme terme de la proportion. Dans le second cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA3. Or la différence entre BAM & MA3 est l'angle BA3, dont par conséquent la tangente est le troisieme terme de l'analogie. Dans le troisieme cas la distance du soleil au méridien est MA10. Or la somme de BAM & de MA10 est BA10 : ainsi la tangente de ce dernier angle est le troisieme terme de la proportion.

Ces tangentes sont B1, B3, B10, en considérant AB comme sinus total, & le point A comme centre. Mais si on prend CB pour rayon, & pour centre le point C, les parties B1, B3, B10 de l'équinoctiale seront les tangentes de l'angle BC1, BC3, BC10 qui sont compris entre la soustilaire & les lignes horaires C1, C3, C10. Cela posé, nous prouverons ainsi la proportion énoncée ci-dessus, en appliquant le raisonnement à la tangente C1.

DÉMONSTRATION.

Le triangle rectangle CB1 donne la proportion CB. B1: :ST.T-BC1, c'est-à-dire, CB *est à* B1 *comme le sinus total à la tangente de l'angle* BC1, puisque considérant CB comme rayon, le côté B1 est la tangente de cet angle. De même le triangle rectangle BA1 donne la proportion AB. B1: :S-T.T-BA1. On aura donc CB×T-BC1=B1×S-T pour la premiere proportion, & AB×T-BA1=B1×S-T pour la seconde. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CB×T-BC1 & AB×T-BA1 sont égaux, d'où on tire la nouvelle proportion, (Arith. Liv. 2. art. 43.) CB.AB: :T-BA1. T-BC1. Mais par la construction BS=AB (65). On aura donc la proportion suivante, CB. BS: :T-BA1.

I-BCI. Or en prenant CB pour rayon, la ligne BS est le sinus de l'angle BCS formé par la soustilaire & l'axe. Ainsi la derniere proportion se réduit à celle-ci qu'il falloit prouver, *Le sinus total est au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, comme la tangente de l'angle* BAI *qui est la différence entre la distance du soleil au méridien & la différence des longitudes, à la tangente de l'angle* BCI *entre la soustilaire, & la ligne d'une heure.* Fig. 2

Voici un exemple dans lequel on cherche l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure, en supposant la différence des longitudes de $42^d\ 55'$, & la hauteur du pole sur le plan de $32^d\ 36'$. L'angle dont la tangente est le 3me terme de la proportion dans cet exemple, vaut $27^d\ 55'$, puisque c'est la différence entre $42^d\ 55'$ & 15^d : ainsi les logarithmes des trois premiers termes seront les nombres 1000000, 973140, 972415, dont le premier étant retranché de la somme de deux autres, on trouve le reste 945555, qui est la tangente artificielle de $15^d\ 56'$: c'est la valeur de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure.

239. Si la déclinaison du plan n'est pas trop grande, si, par exemple, elle n'excéde pas environ 70 degrés dans le climat de la France, & qu'on ait un compas à verge sur lequel il y ait deux échelles, dont une contienne 2000 parties égales ou même davantage, & l'autre montre combien les cordes des différens arcs contiennent de ces parties, on pourra tracer un Cadran par le moyen de ce Problême. Pour cela on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon soit égal à la corde de 60^d. Après cela, il faut du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire pris pour centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle compris entre la soustilaire & quelque ligne horaire qu'on veut tirer, il faut, dis-je, de ce point, comme centre, & de cet intervalle décrire un arc qui coupe la circonférence; le point d'inter-

Fig. 21. section de cet arc & de la circonférence sera le point par lequel doit passer la ligne horaire. Si donc on tire du centre du Cadran une ligne à ce point, on aura la ligne horaire qu'on cherche : par exemple, si on veut tracer la ligne C3, il faut (Prépar. art. 29.) du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle BC3 décrire un arc qui coupe la circonférence : ensuite on tirera du centre du Cadran au point où l'arc coupe la circonférence, une ligne droite : ce sera la ligne de 3 heures après midi.

240. On peut par les angles des lignes horaires avec la soustilaire trouver ceux que font ces mêmes lignes avec la méridienne. Voici la méthode dont il faut se servir pour cet effet : ou les lignes horaires sont entre la méridienne & la soustilaire, ou au-delà de cette soustilaire, ou enfin du côte de la méridienne opposé à la soustilaire. Dans le premier cas, il faut soustraire l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire de l'angle LCP ou MCB formé par la méridienne & la soustilaire ; le reste sera l'angle compris entre la méridienne & la ligne horaire. Dans le second cas, il faut ajouter l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire à l'angle MCB, la somme sera l'angle cherché. Dans le troisieme cas, il faut retrancher l'angle MCB de l'angle formé par la soustilaire & la ligne horaire, la différence sera l'angle cherché compris entre la méridienne & la ligne horaire.

Nous allons donner des exemples des trois cas, en supposant toujours la hauteur du pole du lieu de 48 degrés 52 minutes, & la déclinaison du plan de 35 degrés vers l'occident, ce qui fera trouver l'angle MCB de 26 degrés 36 minutes. L'angle BC1 compris entre la soustilaire CB & la ligne horaire C1 a été trouvé de 15 deg. 56'. J'ôte donc 15 deg. 56' de 26 deg. 36', le reste 10^d 40' sera l'angle MC1. On trouvera pareillement que l'angle MC2 est de 19^d 33', qui est la diffé-

rence entre $26^d\ 36'$, & l'angle BC2 de $7^d\ 3'$. L'angle MC3 appartient au ſecond cas, ainſi j'ajoute $1^d\ 7'$, qui eſt la valeur de l'angle BC3 à l'angle MCB, qui eſt de 26 deg. 36', la ſomme 27 deg, 43' ſera l'angle MC3, les angles ſuivans MC4, MC5, MC6, &c. ſe trouveront de la même maniere. Enfin l'angle MC11 appartient au troiſieme cas; J'ôte donc 26 deg. 35' de 40 deg. 41', qui eſt la valeur de l'angle BC11, il reſte $14^d\ 5'$ pour la valeur de l'angle MC11. On trouvera de même les angles MC10, MC9, &c. Fig. 21.

241. Les angles des lignes horaires avec la méridienne étant connus, on peut tracer ces lignes par rapport à la méridienne, de la même maniere qu'on les trace par rapport à la ſouſtilaire, comme nous l'avons expliqué art. 239. Nous allons ajouter deux Problêmes pour trouver les points horaires ſur une ou deux horiſontales, comme on les a trouvés ſur une ou deux équinoctiales.

PROBLÊME VI.

242. *La déclinaiſon du plan étant connue avec la hauteur du pole ſur l'horiſon, trouver par le calcul les points horaires ſur la ligne horiſontale.*

Pour entendre la raiſon de la pratique de ce Problême, il faut concevoir un Cadran horiſontal fait pour la même hauteur du pole ſur l'horiſon que le Cadran vertical; il faut concevoir, dis-je, ce Cadran horiſontal enfoncé perpendiculairement dans le plan vertical, de maniere qu'il faſſe par ſon interſection avec ce plan la ligne horiſontale du Cadran vertical, & que la méridienne du Cadran horiſontal aille rencontrer la méridienne du vertical: il faut de plus imaginer que le Cadran horiſontal eſt aſſez enfoncé dans le plan vertical afin que le bout de l'axe du vertical entre dans le centre D de l'horiſontale: (il faut concevoir la ligne DP perpendiculaire au plan du Cadran vertical) alors la perpendiculaire DP tirée du centre ſur la ligne horiſontale ſera la hauteur du ſtile du Cadran vertical, & Fig. 22.

22. chaque ligne horaire, comme DIII, du Cadran horisontal sera l'hypotenuse du triangle rectangle DPIII, dont le côté DP peut être considéré comme le rayon qui a pour centre D, auquel cas la partie PIII de la ligne horisontale sera la tangente de l'angle PDIII du Cadran horisontal. Cela posé, voici la méthode de trouver les points horaires sur la ligne horisontale.

Ces points horaires sont ou du même côté de la méridienne que la soustilaire, ou du côté opposé. Dans le premier cas on prendra la différence entre l'angle horaire du Cadran horisontal & la déclinaison du plan, & ce reste sera l'angle dont la tangente sera une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire cherché: ainsi en prenant sur l'horisontale la longueur de la tangente depuis le pied du stile, on aura le point horaire cherché. Dans le second cas il faut ajouter ensemble la déclinaison & l'angle horaire au centre du Cadran horisontal, la somme sera l'angle qui aura pour tangente une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire proposé. Ainsi en cherchant la longueur de cette tangente, & la prenant depuis le pied du stile en allant vers la méridienne, on aura le point horaire dont il s'agit.

Voici des exemples de cette pratique : supposons que la déclinaison du plan est de 35 degrés vers l'occident, que la hauteur du pole sur l'horison est de 48^d $50'$, & que la hauteur du stile contient 1250 parties égales à celles de l'échelle que l'on a, le point d'une heure après midi se trouvera en cette maniere : la déclinaison LDP est de 35^d, l'angle horaire horisontal LDI est de 11^d $24'$: par conséquent la différence est 23^d $36'$, qui a pour tangente 43689 ; je dirai donc, *Comme le sinus total* 100000 *a la tangente* 43689, *ainsi* 1250 *a un quatrieme terme qui sera* 546. Ainsi il faut prendre sur la ligne horisontale depuis le pied du stile P une longueur égale à 546 parties de l'échelle, l'ex-

trémité ſera le point d'une heure. Pour le point de III heures, on ôtera la déclinaiſon 35 deg. de l'angle horaire LDIII, qui contient 36 deg. 58′, le reſte ſera 1ᵈ 58′, dont la tangente eſt 3435. Ainſi en faiſant une proportion pareille à celle que nous venons de faire, on trouvera que PIII contient 43 parties égales de l'échelle. On peut remarquer que le point I eſt moins éloigné de la méridienne que la ſouſtilaire & que le point III en eſt plus éloigné. Cela vient de ce que l'angle horaire LDI eſt plus petit que la déclinaiſon du plan; au lieu que l'autre angle LDIII eſt plus grand que cette déclinaiſon. Fig. 22.

Pour avoir le point de Xʰ qui eſt du côté de la méridienne oppoſé à la ſouſtilaire, il faut ajouter la déclinaiſon 35 à l'angle horaire LDX de 23ᵈ 30′, la ſomme ſera 58ᵈ 30′, dont la tangente eſt 163185. Par conſéquent en faiſant une proportion ſemblable aux deux précédentes, on trouvera PX=2040.

L'éclairciſſement que nous avons donné avant l'expoſition de la pratique, en eſt une démonſtration, c'eſt pourquoi nous n'en mettrons point ici.

243. Afin de trouver les parties PI, PIII, PX, &c. avec plus de facilité, il faut prendre une hauteur du ſtile qui contienne 1000 parties égales de l'échelle dont on ſe ſert, ou au moins un nombre qui ſoit compoſé d'aliquotes de 1000, comme 500, 750, 1250, 1500, 1750, 2000, (1250 contient 1000 plus le quart de 1000: 1500 renferme 1000 plus la moitié de 1000: 1750 contient 1000 plus les 2 quarts de 1000.) Enſuite on cherchera quelle doit être la diſtance du centre au pied du ſtile en prenant cette hauteur. Or on trouvera facilement cette diſtance CP en ſuppoſant qu'on connoît la hauteur du pole ſur le plan, c'eſt-à-dire, l'angle PCS, qui eſt de 32ᵈ 38′ dans notre hypothèſe, dans laquelle la déclinaiſon du plan eſt de 35 deg. & la latitude de 48 deg. 50′. Voioi ce qu'il faut obſerver.

244. Dans le triangle rectangle CPS on peut pren-

22. dre PS pour rayon ou pour ſinus total, dont le centre ſoit le point S, & pour lors la diſtance CP eſt la tangente de l'angle oppoſé CSP, qui eſt le complément de PCS : ainſi le côté PS qui eſt la hauteur du ſtile auſſi-bien que DP étant de 1000 parties, il n'y a qu'à chercher dans la table la tangente du complément de 32^{d} $28'$, que l'on trouvera de 156165, & retrancher les deux derniers chifres, on aura 1561, ou plus exactement 1562, à cauſe que le chifre ſuivant 6 eſt plus grand que 5 : ainſi la hauteur du ſtile étant 1000, la diſtance du centre au pied du ſtile eſt 1562.

On a retranché deux chifres de la tangente telle qu'elle eſt dans les tables, parce que le rayon 1000 eſt moindre de deux chifres que le rayon 100000, qui eſt celui qu'on a ſuppoſé dans la conſtruction des tables.

245. Cela poſé, il n'y aura plus de difficulté à chercher les tangentes des angles, car elles ſe trouvent dans la table des tangentes ſans aucun calcul, comme on vient de trouver celle de l'angle CSP : par exemple, la tangente de 58 deg. $30'$ eſt 1632, que l'on trouve dans les tables en effaçant les deux derniers chifres. Or ces tangentes ſont les diſtances du pied du ſtile aux différens points horaires.

Si la hauteur du ſtile qu'on a priſe avoit été 1500, comme ce nombre contient 1000 plus la moitié de 1000, la diſtance CP, c'eſt-à-dire, la tangente de l'angle CSP auroit été 2343, qui eſt la ſomme de 1562 & de la moitié de ce nombre. De même la tangente de 58 deg. $30'$ auroit été 2448, qui contient 1632 plus la moitié de ce nombre.

246. Lorſqu'on a trouvé dans les tables des tangentes les nombres des parties égales que doit contenir la diſtance depuis le pied du ſtile juſqu'à chaque point horaire pris ſur l'horiſontale, il eſt facile de tracer le Cadran ; pourvû qu'outre la hauteur du pole ſur le plan, on connoiſſe encore l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne. On trouvera cet angle par le Pro-

blême X, art. 178 : après quoi on opérera de la maniere ſuivante.

1°. On tirera une ligne verticale que l'on prendra pour la méridienne, au haut de laquelle on choiſira un point que l'on regardera comme le centre du Cadran, que je ſuppoſe tourné vers le midi. Nous avons dit (216) comment la méridienne doit être ſituée par rapport à la largeur du plan.

2°. On décrira du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle qu'on aura trouvé par le dixieme Problême, ce ſera la ſouſtilaire : elle doit être à gauche de la méridienne quand le plan décline vers l'orient, & à droite quand il décline vers l'occident : c'eſt le contraire dans les Cadrans du nord.

3°. On prendra ſur la ſouſtilaire la diſtance du centre C au pied du ſtile P (244), & on tirera de ce point une perpendiculaire ſur la méridienne ; ce ſera l'horiſontale cherchée, ſur laquelle on marquera les points horaires avec une échelle de parties égales, en prenant ſur cette horiſontale depuis le pied du ſtile des diſtances égales aux tangentes des différens angles.

4°. Enfin on tirera des lignes du centre du Cadran qui paſſent par ces différens points horaires ; ce feront les lignes horaires. Mais ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de l'horiſontale, il faut mener une parallele à l'horiſontale, & trouver enſuite ſur cette parallele qui eſt une ſeconde horiſontale, les points horaires, comme on va l'enſeigner dans le Problême ſuivant.

PROBLÊME VII.

247. *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſûr l'horiſon étant connues, décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horiſontales, quelle que ſoit la diſtance du Cadran à la premiere horiſontale.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé par le calcul deux principaux angles, ſçavoir 1°, celui qui doit être con-

3. 22. tenu entre la méridienne & la soustilaire. 2°. La hauteur du pole sur le plan. Cela posé,

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problême précédent les parties de l'horisontale PI, PIII, PX, &c. comprises entre la soustilaire & les points horaires.

2°. On cherchera aussi par le calcul la partie CP de la soustilaire comprise entre le centre du Cadran & l'horisontale. Or cette distance se trouvera aisément par le triangle CPS rectangle en P, en prenant pour hauteur du stile, qui est PS, une ligne de 1000 parties égales à celles de l'échelle dont on se sert : car alors si on considere SP pour rayon, dont le centre soit S, CP devient la tangente de l'angle CSP, qui est le complément de PCS, hauteur du pole sur le plan.

3°. Ayant trouvé la distance CP du centre du Cadran au pied du stile, il faut choisir un point p de la soustilaire qui soit éloigné du pied du stile d'une partie aliquote de la distance CP, par exemple, de la quatrieme ou de la troisieme partie ou de la moitié, soit que ce point p soit plus près ou plus loin du centre du Cadran que P, & mener par ce point une parallele à cette premiere horisontale; cette parallele sera la seconde horisontale.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde horisontale. Supposons qu'elle soit plus proche du centre du Cadran que la premiere, en sorte que la ligne Cp soit la moitié de la distance CP, alors on trouvera les points horaires de la seconde horisontale, en faisant les intervalles entre la soustilaire & ces points, moitiés des intervalles correspondans sur la premiere horisontale : $p3$ par exemple, doit être la moitié de PIII.

Si la seconde horisontale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance Pp soit, par exemple, le quart de la distance CP, alors on ajoutera à l'intervalle PIII le quart de cet intervalle, & la somme sera égale à $p3$ de la seconde horisontale. Ainsi

PIII

PIII étant ſuppoſé de 400 parties égales, *p*3 en contiendra 500. Fig. 22.

5°. Il faut mener des lignes droites qui paſſent par les points correſpondans des deux horiſontales, par exemple, par les points III & 3, & on aura les lignes horaires qui ſe couperont au centre du Cadran, ſi on les prolonge juſqu'à ce point.

La démonſtration de ce Problême eſt la même que celle que nous avons donnée pour une méthode ſemblable de trouver les points horaires ſur deux lignes équinoctiales.

248. Lorſque le centre du Cadran eſt hors du plan, ce qui arrive quand la déclinaiſon eſt trop grande, comme, par exemple, de 70^d ou davantage, alors il faut opérer de la maniere ſuivante pour décrire la ſouſtilaire : je ſuppoſe la méridienne & l'horiſontale tirées : on prend ſur l'horiſontale la partie LP égale à la tangente de l'angle PDL, qui eſt la déclinaiſon du plan ; & on tire par le point P une ligne CP qui faſſe avec l'horiſontale l'angle CPL égal au complément de l'angle au centre, compris entre la méridienne & la ſouſtilaire ; cette ligne CP ſera la ſouſtilaire qu'on cherche.

249. Si on ne peut marquer tous les points horaires ſur la premiere horiſontale, il en faut tirer une troiſiéme ; & s'ils ne peuvent être encore tous ſur la ſeconde horiſontale, on en mene une quatriéme ; ainſi de ſuite, en obſervant ce que l'on a dit (235) touchant les différentes équinoctiales que l'on eſt ſouvent obligé de tirer.

250. Ces deux Problêmes peuvent ſervir de preuves dans la pratique aux Problême correſpondans dans leſquels on emploie les équinoctiales au lieu des horiſontales, parce que les lignes horaires doivent paſſer tant par les points horaires des horiſontales, que par ceux des équinoctiales, en ſuppoſant qu'on prend le même point de la ſouſtilaire pour centre du Cadran. Mais il faut pour lors prendre garde à la diſtance qui doit être ſur la ſouſtilaire entre l'équinoctiale & l'horiſontale ſe-

Fig. 21. lon les longueurs que l'on donne au rayon équinoctial & à la hauteur du ſtile. Voici comment on connoîtra cette diſtance : on cherchera par le triangle rectangle CSB (230) la ſécante CB de l'angle SBC, complément de SCB ou de la hauteur du pole ſur le plan ; cette ſécante eſt la diſtance du centre à l'équinoctiale. On cherchera de même (244) par le triangle rectangle CPS la tangente CP de l'angle CSP, qui eſt auſſi le complément de la hauteur du pole ſur le plan. On recherchera enſuite la plus petite de ces diſtances de la plus grande, le reſte ſera le ſegment PB de la ſouſtilaire compris entre l'horiſontale & l'équinoctiale. Si on prend le rayon équinoctial SB & la hauteur SP du ſtile, l'un & l'autre de 1000 parties, & que l'angle SCP ſoit de $32^d\ 36'$, on trouvera la ſécante CB de 1856 parties, & la tangente CP de 1564 ; & par conſéquent PB ſera de 292 parties.

251. On voit bien qu'en prenant ainſi la hauteur du ſtile de même longueur que le rayon équinoctial, ces 2 lignes ne peuvent partir du même ſommet, parce que le ſommet du ſtile demeurera de même, le rayon équinoctial qui eſt oblique au plan doit être plus long que la hauteur du ſtile, laquelle eſt perpendiculaire au même plan : c'eſt pourquoi on ne pourroit trouver dans ce cas le ſegment PB par l'analogie de l'art. 183.

252. Il eſt ſouvent utile dans la pratique d'employer deux horiſontales pour certaines lignes horaires, ſçavoir, celles qui ſont fort éloignées de la ſouſtilaire, & deux équinoctiales pour d'autres lignes horaires du même Cadran fort écartées de la méridienne : ſans cela on ſeroit obligé de prendre deux équinoctiales trop près l'une de l'autre pour les lignes horaires du premier cas, ou deux horiſontales trop peu diſtantes entr'elles pour celles du ſecond.

253. Lorſqu'il y a déja ſept lignes horaires tirées de ſuite, on peut tracer toutes les autres indépendamment des équinoctiales & des horiſontales, en ſe ſervant de la méthode preſcrite à l'article 16 du premier Livre :

fig. 20.

Cad. du midi
declin. à l'orient

fig. 22.



laquelle consiste à tirer une ligne, comme OR, parallele à celle de 9 heures (je suppose que les sept lignes tirées sont celles de 9, de 10, de 11, de 12, de 1, de 2, & de 3 heures) en sorte que cette parallele coupe les lignes de 3 heures, de 2 & de 1, les points Q & O de la parallele autant éloignés de la ligne de 3 heures que les intersections T & R de la même parallele avec les lignes de 2^h & de 1^h: ces points, dis-je, seront ceux par lesquels doivent passer les lignes de 4 & de 5 heures du soir. Si donc on tire des lignes du centre du Cadran à ces points, ce seront des lignes horaires que nous venons de nommer. Mais si le centre du Cadran n'est pas sur le plan du mur, il faudra tirer une seconde parallele à la premiere, qui en soit le plus éloignées que l'on pourra, & qui coupe aussi la ligne de trois heures: on marquera sur cette parallele des points de la même maniere que sur la premiere, les lignes qui passeront par les points correspondans des deux paralleles seront les lignes horaires cherchées.

Planche II du premier Livre.

Afin d'entendre la raison de cette méthode, il faut faire attention que les lignes horaires ne sont que les intersections du plan du Cadran avec les cercles horaires que l'on conçoit autour de l'axe du Cadran. Or deux cercles horaires qui se suivent immédiatement, c'est-à-dire, entre lesquels il n'y a qu'une heure d'intervalle, sont éloignés l'un de l'autre de 15 dégrés: par consequent les cercles horaires entre lesquels il y a un intervalle de six heures, tels que sont ceux qui forment les lignes de 9 heures du matin & de 3^h du soir, font entr'eux un angle de 90^d, & sont perpendiculaires l'un sur l'autre: Si donc on conçoit un plan qui fasse l'intersection OR en coupant le plan du Cadran, & qui soit parallele au cercle de 9^h, il sera perpendiculaire au cercle de 3^h, & de plus ce plan par OR sera parallele à l'axe qui est contenu dans le plan du cercle de 9 heures, de même que dans le plan des autres cercles horaires. Cela étant, les intersections des différens cercles ho-

raires avec le plan par OR seront paralleles au cercle de 3 heures, & celles qui seront formées de côté & d'autre de ce cercle par les cercles horaires qui en sont également distans, seront aussi également éloignées de ce même cercle. D'où il suit que la ligne OR qui est sur le plan parallele au cercle de 9 heures, est coupée en parties égales, en prenant ces parties deux à deux, l'une d'un côté & l'autre de l'autre côté du cercle de trois heures. Par conséquent, si pour tracer les lignes horaires on prend LQ égale à LT, & LO à LR, les points Q & O sont ceux par lesquels doivent passer les lignes de 4 & de 5 heures. Cette méthode est générale, je veux dire qu'elle peut s'appliquer aux plans, soit horisontaux, soit verticaux, soit inclinés.

Fin du second Livre.





LIVRE TROISIEME.

DES CADRANS INCLINÉS.

APRÈS avoir traité aſſez au long des Cadrans verticaux, il nous reſte peu de choſes à dire ſur les inclinés pour en faire comprendre la conſtruction.

Les Cadrans inclinés ſont ceux dont le plan fait un angle aigu avec l'horiſon, & l'inclinaiſon eſt cet angle aigu que le plan fait avec l'horiſon. Il y a deux ſortes de Cadrans inclinés, les uns ſont ſupérieurs, qui ſont tournés vers le ciel; & les autres inférieurs, qui regardent la terre. De plus les Cadrans inclinés ſont ou déclinants ou non déclinants. Les non déclinants, c'eſt-à-dire, qui n'ont point de déclinaiſons, ſont tournés directement ou vers le midi, ou vers le nord, ou vers l'orient, ou vers l'occident. Les déclinants regardent obliquement ou le midi, ou le nord, & les uns & les autres déclinent ou vers l'orient ou vers l'occident. ART. I.

2. On peut remarquer d'abord que les Cadrans inclinés ſupérieurs du midi n'ont pas toujours le pole méridional élevé ſur leur plan; car ſuppoſons, par exemple, un Cadran incliné ſupérieur du midi qui ne ſoit pas déclinant : ſi l'inclinaiſon de ce plan eſt moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, alors le pole méridional ne ſera pas au-deſſus de ce Cadran, mais au-deſſous. Si donc on l'appelle un Cadran du midi, c'eſt parce qu'il eſt tourné vers la partie méridionale de l'horiſon. Il faut entendre la même choſe des Cadrans inclinés inférieurs du nord: car ces Cadrans ne regardent pas le pole ſeptentrional lorſqu'ils ont une incli-

raison moindre que la hauteur du pole sur l'horison. On suppose ici que les Cadrans sont situés dans la partie septentrionale du monde.

Avant de parler de la description des différentes especes de Cadrans inclinés, nous allons en premier établir quelques propositions qui nous serviront de principes pour la construction de toutes sortes de Cadrans inclinés, soit déclinants, soit non déclinants; ensuite nous ferons quelques remarques.

3. Nous avons dit en parlant des Cadrans verticaux que la soustilaire & l'equinoctiale se coupent à angles droits. Cette proposition est encore vraie dans les Cadrans inclinés, parce que dans ces Cadrans la soustilaire étant formée par l'intersection d'un méridien perpendiculaire au plan, & d'ailleurs tout méridien coupant l'equateur à angles droits, il est nécessaire que les deux lignes du plan formées par ces deux cercles soient perpendiculaires l'une sur l'autre (Liv. II, art. 8).

4. Par la même raison la verticale du plan & l'horisontale doivent aussi se couper à angles droits, parce que la verticale est l'intersection d'un plan par un cercle vertical perpendiculaire à ce plan, lequel cercle est aussi perpendiculaire à l'horison comme tous les autres cercles verticaux.

5. Afin de concevoir la remarque suivante, il faut sçavoir ce qu'on entend par le zenith ou le nadir marqué sur le plan : c'est le point de ce plan auquel aboutiroit une ligne tirée du zenith ou du nadir du ciel, & qui passeroit par le sommet du stile. Ce point du plan nous l'appellerons point vertical, parce que toutes les lignes qui représentent les cercles verticaux passent par ce point. Il paroit 1°. par cette notion qu'il n'y a point de zenith ni de nadir sur les plans verticaux; 2°. que ce point est le même que le pied du stile sur le plan horisontal; 3°. qu'il en est different dans le plan incliné, en sorte qu'il est au-dessous du pied du stile & de la ligne horisontale dans le plan supérieur, & au-dessus

de l'un & de l'autre dans le plan inférieur. On voit par ce qu'on vient de dire qu'il y a bien de la différence entre le zenith du plan & le zenith du lieu. (Il en faut dire autant du nadir.) Le zenith du plan eſt un point du ciel qui répond au ſtile droit du plan. C'eſt le pied du ſtile qui déſigne ce zenith dans toutes ſortes de plans. L'autre, je veux dire celui du lieu, eſt un point du ciel qui répond à un ſtile perpendiculaire à l'horiſon ; il eſt toujours marqué ſur les plans inclinés par un point différent du pied du ſtile. C'eſt ce dernier qu'il faut toujours entendre quand on parle du zenith ſans ſpécifier duquel on parle. Le point du plan qui déſigne ce zenith, ou le nadir oppoſé, eſt celui que nous appellons le plan vertical. Cela poſé, voici pluſieurs remarques qu'il faut bien retenir.

6. 1°. La verticale du plan doit paſſer par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan, parce que tous les cercles verticaux ſe coupent à ces deux points du ciel. Cette ligne doit auſſi paſſer par le pied du ſtile (Liv. II, art. 6.) puiſqu'elle eſt l'interſection du plan par un cercle qui eſt perpendiculaire à ce plan. Par la raiſon contraire l'horiſontale ne doit pas paſſer par le pied du ſtile.

7. 2°. La méridienne paſſe par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan, puiſque le méridien paſſe par les points du ciel que ceux-ci déſignent : d'ailleurs cette ligne doit auſſi rencontrer le centre du Cadran (Notions prélim. art. 13), & de plus un point de l'horiſontale par lequel paſſe la ligne de déclinaiſon DL. (Liv. II, art. 89.) Deux de ces trois points ſuffiſent pour tracer la méridienne. Fig. 6.

8. 3°. La ſouſtilaire paſſe par le pied du ſtile, parce que cette ligne eſt l'interſection du plan par un méridien perpendiculaire à ce plan. Elle doit auſſi rencontrer le centre du Cadran, de même que la méridienne, parce que ces deux lignes ſont formées par deux méridiens qui ſont des cercles horaires. Or tous les méridiens

passent par les deux poles du monde, dont un est représenté par le centre du Cadran.

9. 4°. L'équinoctiale doit passer par le point de six heures pris sur l'horisontale. Cela vient de ce que les deux points dans lesquels l'équateur est coupé par l'horison, sont chacun éloignés du méridien de 90 degrés. Or 90 degrés de l'équateur répondent à six heures, puisque le soleil parcourt 15 degrés de ce cercle par heure. Cette équinoctiale passe aussi par un point de la méridienne, parce que l'équateur coupe le méridien. Ainsi quand on connoît ces deux points, on peut tracer l'équinoctiale : & même si la soustilaire est tracée, un de ces deux points suffit pour mener l'équinoctiale, parce que cette ligne doit être perpendiculaire à la soustilaire. Par la même raison le point de la soustilaire où doit passer cette équinoctiale suffit seul pour la tracer. Nous allons faire l'application de ces remarques pour la description de quelques lignes & pour la determination de quelques points qui serviront à la construction des Cadrans inclinés. Il faut d'abord chercher le pied du stile, que l'on détermine de la même maniere sur les plans inclinés que sur les verticaux.

10. Après avoir trouvé le pied du stile il faut tracer la verticale; nous proposerons deux méthodes pour décrire cette ligne. La premiere consiste à tracer d'abord une horisontale par le moyen d'un niveau d'air : ce qui se fera aisément de la maniere que nous avons exposée touchant les plans verticaux (Liv. II, art. 84). Lorsque cette ligne horisontale sera décrite, il faudra tirer du pied du stile une perpendiculaire sur cette ligne, ce sera la verticale cherchée. Cette méthode se pratique plus aisément sur les plans dont l'inclinaison est grande, c'est-à-dire, ceux qui ne s'écartent pas beaucoup de la situation verticale. Il faut observer qu'il n'est pas nécessaire que l'horison qu'on a tirée soit la ligne horisontale du plan, dont la distance du pied du stile

eſt déterminée par l'inclinaiſon du plan & par la hauteur du ſtile.

11. La ſeconde méthode dépend de la détermination de deux points ſur le plan; ſçavoir le pied du ſtile & le zenith ou le nadir. Il faut avoir un plomb dont l'extrêmité inférieure finiſſe en pointe, laquelle ſoit dans l'axe de ce plomb, ſi on le tient ſuſpendu par une ficelle mince, ou plutôt un fil, qui touche le ſommet du ſtile, & qu'on hauſſe ou baiſſe ce plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan, le point de contact ſera le point vertical. Je ſuppoſe que le plan eſt ſupérieur. Si le plan incliné étoit inférieur, il faudroit obſerver à quel point du plan au-deſſus du ſtile aboutiroit la ficelle qui paſſe par le ſommet du ſtile & qui ſoutient le plomb; ce point ſeroit le vertical cherché. Quand on a trouvé le point vertical, il faut tirer une ligne droite qui paſſe par ce point & par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

12. Après cela on pourra trouver l'inclinaiſon du plan en tirant du pied du ſtile une perpend. à la verticale, ſçavoir PY, ſur laquelle on prendra depuis ce pied P une partie PX égale à la hauteur du ſtile, l'extrêmité X Fig. 6. ſera le centre diviſeur de la verticale, duquel on tirera une ligne XV, au point vertical, l'angle PXV compris entre ces deux lignes ſera égal à l'inclinaiſon du plan : car cet angle ayant ſon ſommmet au centre diviſeur de la verticale, a pour meſure l'arc repréſenté par la partie PV de cette ligne. Or cet arc eſt la meſure de l'inclinaiſon du plan : pour le prouver j'obſerve que la partie PV de la verticale étant terminée par le pied du ſtile P & par le point vertical V, l'arc que cette partie repréſente eſt entre deux points du ciel, qui ſont le zenith du plan & le zenith du lieu, que les points du plan P & V déſignent. Il faut donc montrer que l'arc compris entre ces deux zeniths eſt la meſure de l'inclinaiſon du plan. Pour cet effet ſoit la figure 1, dans laquelle la ligne HR repréſente le plan horiſontal, la li-

1. gne AB perpendiculaire à HR eſt l'axe de l'horiſon, & le point A eſt le zenith du lieu, la ligne FG eſt le plan incliné, la ligne OP perpendiculaire à FG eſt l'axe de ce plan, & le point O en eſt le zenith. Il paroît que l'angle FCH eſt l'inclinaiſon du plan, & que l'arc AO eſt compris entre les deux zeniths A & O. Il faut donc prouver que cet arc AO eſt la meſure de l'angle FCH, je le démontre ainſi : L'angle ACH eſt droit, puiſque par la conſtruction AB eſt perpendiculaire ſur HR. Pareillement l'angle FCO eſt droit, à cauſe de OP perpendiculaire à FG ; ainſi ces deux angles ACH & FCO ſont égaux; donc en retranchant la partie commune ACF, les reſtes FCH & ACO ſont égaux. Or l'arc AO, eſt la meſure de l'angle ACO; donc il eſt auſſi celle de l'inclinaiſon FCH. Nous expoſerons dans la ſuite une autre méthode de trouver l'inclinaiſon du plan ; c'eſt en la meſurant avec un inſtrument dont nous expliquerons l'uſage.

13. Si la verticale du plan eſt tracée, & qu'on connoiſſe l'inclinaiſon du plan, on pourra trouver le point vertical de la maniere ſuivante : Soit la verticale OPV qui paſſe par le pied du ſtile P, dont la hauteur ſoit égale à PX perpendiculaire à OPV, le centre diviſeur de la
6. verticale ſera le point X (Liv. II, art. 62). De ce centre je tire vers le bas la ligne XV qui faſſe avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan, le point V de la verticale auquel aboutit la ligne XV ſera le zenith du lieu; car je ſuppoſe que le plan eſt ſupérieur. S'il avoit été inférieur, il auroit fallu tirer la ligne XV au-deſſus de XP. La raiſon de cette pratique eſt fondée ſur ce que nous venons de dire : car ſi en tirant du centre diviſeur X une ligne au point vertical V, l'angle PXV eſt égale à l'inclinaiſon du plan, il faut réciproquement, ſi l'angle PXV eſt égal à l'inclinaiſon du plan, il faut, dis-je, que le côté XV aboutiſſe au même point vertical.

14. Lorſqu'on a trouvé le zenith ou le nadir, il eſt facile de tracer l'horiſontale, il n'y a qu'à tirer la li-

gne XO perpendiculaire à XV, c'eſt-à-dire, faire l'angle droit OXV, le point O de la verticale auquel aboutira la ligne XO, ſera celui par lequel doit paſſer la ligne horiſontale qui doit être perpendiculaire à la verticale. La raiſon de cette pratique pour tracer l'horiſontale eſt encore fondée ſur la notion du centre diviſeur : car puiſque l'arc compris entre le zenith ou le nadir du ciel & l'horiſon, eſt de 90 degrés, il faut que la partie de la verticale compriſe entre le point vertical & la ligne horiſontale, repréſente un arc de 90 degrés. Or cette partie repréſente effectivement un arc de 90 degrés, ſi l'angle OXV eſt droit, puiſqu'il a ſon ſommet au centre diviſeur de la verticale. Il eſt évident que l'angle PXO eſt le complément de l'inclinaiſon du plan PXV. Fig. 6.

Après avoir établi toutes les notions précédentes, nous parlerons d'abord des Cadrans inclinés qui ne ſont point déclinants, en commençant par les ſupérieurs du midi & les inférieurs du nord.

DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS du Midi ou inférieurs du Nord qui ne ſont point déclinants.

15. Ces Cadrans ſe font de la même maniere que les horiſontaux des lieux qui ont une latitude égale à la hauteur du pole ſur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole ſe trouve facilement : car l'inclinaiſon de ces Cadrans eſt ou plus grande que l'élévation du pole ſur l'horiſon, ou plus petite, ou égale. Dans les deux premiers cas la hauteur du pole ſur le plan eſt égale à la différence de l'inclinaiſon du plan & de l'élévation du pole ſur l'horiſon : par exemple, ſi l'elévation du pole ſur l'horiſon du lieu eſt de 50 degrés & l'inclinaiſon du Cadran de 60, la hauteur du pole ſur

le plan du Cadran ſera de 10 degrés : mais ſi l'inclinaiſon du Cadran eſt de 35 degrés l'élévation du pole ſur l'horiſon étant toujours de 50 degrés, la hauteur du pole ſur le plan ſera de 15^{d}. Ainſi dans la premiere hypothèſe il faudra tracer le Cadran incliné de la même maniere qu'un Cadran horiſontal pour un lieu qui auroit 10 degrés de latitude, ou d'élévation du pole. Dans la ſeconde hypothèſe le Cadran incliné doit être tracé comme un Cadran horiſontal d'un lieu qui a 15 degrés de latitude. La raiſon en eſt que ces Cadrans inclinés ſont parelleles aux plans horiſontaux qui ſont ſur ces degrés de latitude. Dans le troiſiéme cas dans lequel on ſuppoſe l'inclinaiſon du Cadran égal à l'élévation du pole ſur l'horiſon, la hauteur du pole ſur le plan eſt nulle, parce que l'un & l'autre pole eſt dans le plan, ſi on le conçoit prolongé juſqu'au ciel. Ainſi le Cadran eſt polaire, & doit être tracé de la même maniere qu'un Cadran horiſontal ſur l'équateur. Or nous avons vu (liv. 1. art. 18) que dans ce Cadran les lignes horaires ſont paralleles.

16. PREMIERE REMARQUE. Dans ces trois cas les heures du matin doivent être marquées à la gauche de la méridienne dans les Cadrans ſupérieurs du midi, & à la droite dans les inférieurs du nord, en déterminant la gauche & la droite par rapport à une perſonne qui eſt tournée vers le Cadran. Les heures ſont ſituées de la même maniere par rapport à la ſouſtilaire & à la verticale du plan, parce que dans ces Cadrans ces deux lignes ſe confondent avec la méridienne.

17. SECONDE REMARQUE. Le centre eſt au-deſſus de la ligne horiſontale & de l'équinoctiale dans les Cadrans ſupérieurs qui appartiennent au premier cas. Pour les ſupérieurs du ſecond cas le centre eſt au-deſſous de l'une & de l'autre ; c'eſt le contraire dans les Cadrans inférieurs. Enfin dans le troiſiéme cas il n'y a pas de centre. Pour entendre la raiſon de cette ſitua-

tion du centre par rapport à l'équinoctiale & à l'horisontale, il faut imaginer une ligne parallele à l'axe du monde, laquelle passe par le sommet du stile, le point auquel cette ligne rencontrera le plan est le centre du Cadran. D'ailleurs l'horisontale est l'intersection faite sur le Cadran par un plan parallele à l'horison que l'on conçoit passer par l'extrêmité du stile. Enfin l'équinoctiale est l'intersection d'un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, & qui passe aussi par le sommet du stile. Cela posé, la situation du centre marquée ci-dessus pourra aisément s'entendre par la figure 2, dans laquelle la ligne IL désigne un plan incliné dont l'inclinaison est plus grande que celle de l'axe sur l'horison, ou, ce qui revient au même, plus grande que l'élévation du pole sur l'horison. Le stile droit du plan IL est PS; ainsi le sommet du stile est S & le pied P, la ligne XM est l'axe, ou, si on veut, une parallele à l'axe, laquelle passe par l'extrêmité du stile, le point C sera le centre du Cadran. La ligne HR représente un plan horisontal qui passe par le sommet S; ainsi la ligne horisontale du plan est au point H. Enfin EN représente un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, lequel plan passe par le sommet S; ainsi le point E marque le lieu de l'équinoctiale. Or il est clair par cette figure que le centre est au-dessus de l'horisontale & de l'équinoctiale; mais il seroit au-dessous, si l'inclinaison étoit moindre que celle de l'axe sur l'horison, comme il paroît par la figure 3, sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter pour l'expliquer. Fig. 2.

18. C'est le contraire dans les Cadrans inférieurs du nord; car s'il s'agit de ceux dont l'inclinaison est plus grande que l'élévation du pole, on conçoit que l'axe qui passe par le sommet du stile ne rencontre le plan qu'au dessous du pied du stile, & si l'inclinaison est moindre que l'élévation du pole, l'axe rencontre le plan au-dessus du pied du stile.

19. TROISIÉME REMARQUE. Il est clair que dans

tous ces Cadrans, soit supérieurs soit inférieurs, l'horisontale & l'équinoctiale sont paralleles, parce que l'une & l'autre sont perpendiculaires à la méridienne, qui est aussi la soustilaire & la verticale du plan.

Des Cadrans Inclinés supérieurs du Nord & inférieurs du Midi, qui ne sont pas déclinants.

20. Ces Cadrans se font aussi de la même maniere que les Cadrans horisontaux des lieux dont la latitude est égale à la hauteur du pole sur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole sur le plan est aisée à trouver. Car ou l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, ou elle est plus petite, ou enfin ces deux inclinaisons sont égales. Dans le premier cas il faut ajouter le complément de l'inclinaison du plan à celle de l'équateur, ou au complément de l'élévation du pole sur l'horison, la somme sera la hauteur du pole sur le plan : par exemple, si l'inclinaison du plan est de 64 degrés, & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 26 à 40, la somme 66 sera la hauteur du pole sur le plan. Ainsi il faudra faire ce Cadran semblable à l'horisontale d'un lieu dont la latitude est de 66 degrés. Dans le second cas on ajoutera l'inclinaison du plan à l'elévation du pole sur l'horison, la somme sera la hauteur du pole sur le plan : par exemple, si l'inclinaison du plan est de 25 degrés & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 25 à 50 qui est l'élévation du pole sur l'horison, la somme 75 sera la hauteur du pole sur le plan. Il faudra donc faire le Cadran incliné semblable au Cadran horisontal d'un lieu dont la latitude est de 75 degrés. Dans le troisiéme cas, le Cadran sera parallele au plan de l'équateur; ainsi il sera équinoctial, & par conséquent on le tracera en divisant une circonférence en 24 parties égales, & en tirant des rayons aux points de division qui seront les

lignes horaires, pourvû qu'on ait commencé la divifion de la circonférence à l'un ou à l'autre point d'interfection de la verticale du plan qui paffe par le centre de la circonférence.

21. Pour prouver que dans le premier cas la hauteur du pole fur le plan eft égale à la fomme du complément de l'inclinaifon du plan & du complément de l'élévation du pole fur l'horifon, nous nous fervirons de la figure 4, dans laquelle HR repréfente l'horifon, AB perpendiculaire à HR le premier vertical, XM l'axe du monde, EN perpendiculaire à XM l'équateur, IL un plan incliné non déclinant, dont l'inclinaifon ICR eft plus grande que ECR, qui eft celle de l'équateur: la hauteur du pole fur le plan incliné ou l'angle aigu que fait l'axe fur ce plan, eft XCI. Or je dis que cet angle XCI eft égal à la fomme du complément de l'inclinaifon du plan & du complément de l'élévation du pole fur l'horifon : car la ligne AB étant perpendiculaire fur HR, l'angle ACR eft droit: & par conféquent l'angle ACI eft le complément de l'inclinaifon du plan ICR. De même l'angle ACH étant droit, l'angle ACX eft le complément de XCH élévation du pole fur l'horifon. Or il eft évident que la hauteur du pole fur le plan, fçavoir XCI, eft égale à la fomme des deux complémens ACI & XCA. On prouvera pareillement que dans le fecond cas la hauteur du pole fur le plan incliné eft égale à la fomme de l'élévation du pole fur l'horifon & de l'inclinaifon du plan: car foit la ligne *il* qui repréfent le plan incliné dont l'inclinaifon *i*CR eft moindre que ECR, qui eft celle de l'équateur, la hauteur du pole fur le plan fera l'angle aigu XC*l*. Or cet angle XC*l* eft égal à l'élévation du pole XCH, plus à l'inclinaifon du plan *l*CH ou *i*CR. Fig. 4.

Il faut concevoir que la quatriéme figure, auffi-bien que les trois premieres, font tracées fur le méridien du lieu, & que les lignes qui repréfentent les plans dont il eft parlé font les interfection du méridien avec ces

plans lesquels étant perpendiculaires à ce cercle, ces intersections font entr'elles les mêmes angles que les plans.

22. Ire. REMARQUE. Dans les trois cas les Cadrans supérieurs doivent avoir les heures du matin à la droite de la méridienne, qui dans ces Cadrans est la même ligne que la soustilaire & la verticale du plan : & les inférieurs doivent avoir ces heures du matin à la gauche de cette même ligne.

23. II. REMARQUE. Dans le premier cas, c'est-à-dire, quand l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, le centre du Cadran est au-dessous de l'équinoctiale & de l'horisontale du Cadran supérieur ; mais il est au-dessus de ces lignes dans le Cadran inférieur. Dans le second cas, le centre du Cadran supérieur est au-dessous de l'horisontale & au-dessus de l'équinoctiale : mais le centre du Cadran inférieur est au-dessus de l'horisontale & au-dessous de l'équinoctiale. On entendra la raison de cette situation du centre parce que nous avons dit ci-dessus touchant les Cadrans du midi (17) : ou bien en faisant soi-même des figures qui répondent à la seconde & à la troisiéme : pour cela il faut que la ligne qui représente l'horison ait une situation horisontale ; que celle qui désigne l'axe soit perpendiculaire à une autre qui représente l'équateur, & que ces trois lignes passent par le sommet du stile. On peut aussi remarquer que l'horisontale & l'équinoctiale tracées sur le Cadran, sont paralleles, comme dans les Cadrans supérieurs du midi & inférieurs du nord.

Des Cadrans Inclinés Orientaux & Occidentaux.

24. Ces Cadrans, qui sont aussi appellés *Déclinants de l'horison*, sont ceux dont le plan est tourné directement vers l'orient ou vers l'occident, en sorte que la section de ce plan avec l'horison est une méridienne. Nous allons en expliquer la construction, en prenant pour exemple un supérieur tourné vers l'orient.

25.

25. Il faut décrire à l'ordinaire la verticale du plan, Fig. 5.
laquelle repréſente dans ce Cadran le premier cercle vertical. Enſuite on fera au centre diviſeur X de cette ligne l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan, puis on tirera la ligne XO perpendiculaire à XV, on aura les deux points V & O, dont le premier eſt le zenith, par lequel doit paſſer la méridienne, & l'autre eſt l'interſection de la verticale avec l'horiſontale. Or dans cette eſpece de Cadran la méridienne eſt perpendiculaire à la verticale du plan, car le méridien & le premier vertical ſe coupant à angles droits, & d'ailleurs le premier vertical étant perpendiculaire au plan du Cadran, puiſqu'il eſt le vertical de ce plan, il faut que les lignes qui repréſentent ces deux cercles ſe coupent auſſi à angles droits (liv. 2. art. 8.) Si donc on éleve une perpendiculaire au point V ſur la verticale, & une autre au point O, la premiere ſera la méridienne, & la ſeconde ſera l'horiſontale, leſquelles ſont néceſſairement paralleles entr'elles. On prendra enſuite ſur la verticale la partie FV égale à XV, le point F ſera le centre diviſeur de la méridienne, auquel ſi on fait l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon, le point C de la méridienne ſera le centre du Cadran, comme nous le prouverons bientôt : enſuite il faudra tirer une ligne qui paſſe par ce centre & par le pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire ſur laquelle on élevera la perpendiculaire PS égale à la hauteur du ſtile, & on tirera la ligne CS qui ſera l'axe. Si donc du point S on éleve une perpendiculaire SB à cet axe, le point B de la ſouſtilaire ſera celui par lequel paſſera la ligne équinoctiale (liv. 2. art. 171), qui doit être perpendiculaire à la ſouſtilaire. Le reſte ſe fera comme dans les Cadrans verticaux.

26. Nous avons dit qu'en faiſant l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hauteur du pole du lieu, le point d'interſection C de la méridienne eſt le centre du Cadran, c'eſt-à-dire,

g. 5. le point du plan qui représente le pole élevé sur le plan, lequel dans cette espece de Cadran est le même que le pole élevé sur l'horison. Pour s'en convaincre, il faut faire attention que le point S est le centre diviseur de la méridienne, parce que la verticale est perpendiculaire à cette ligne, & que d'ailleurs par la construction FV est égale à XV. Cela étant, supposons pour un moment que le point C est le centre du Cadran, il sera facile de voir que l'angle CFV est égal au complément de la hauteur du pole : car puisque la ligne OPV représente le premier vertical, & le point C le pole élevé sur l'horison, l'angle CFV doit avoir pour mesure l'arc du méridien compris entre le pole élevé & le premier vertical, ou le zenith désigné par V. Or cet arc est le complément de la hauteur du pole, puisqu'en ajoutant à cet arc, celui qui mesure la hauteur du pole, c'est-à-dire, l'arc depuis le pole jusqu'à l'horison, la somme est un quart de cercle. L'angle CFV est donc égal au complément de la hauteur du pole, en supposant que le point représente le pole élevé, ou qu'il est le centre du Cadran. Par conséquent si on fait l'angle CFV de cette grandeur, le point d'intersection C sera le centre du Cadran.

27. Le Cadran incliné occidental supérieur se fait de la même maniere que l'oriental, avec cette différence que l'angle CFV est à la droite de la verticale, parce que le centre du Cadran doit se trouver de ce côté-là. Pour ce qui est des Cadrans inférieurs soit orientaux, soit occidentaux, on les trace aussi de la même maniere que les supérieurs, en observant que la méridienne & le centre doivent être au-dessus de l'horisontale.

28. REMARQUE. Un Cadran incliné oriental ou occidental se décrit de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaison est égale à l'inclinaison du Cadran oriental ou occidental, & qui est situé dans un lieu dont la hauteur du pole sur l'hori-

ſon eſt égale au complément de la latitude du lieu où eſt le Cadran incliné. Par exemple, un Cadran oriental incliné de 35 degrés ſur l'horiſon d'un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole eſt de 49^{d}, ſe fait de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaiſon eſt de 35 degrés, & qui eſt ſitué dans un lieu qui a 41 degrés de latitude. Pour ſe convaincre de la vérité de cette remarque, il ſuffit de regarder la ligne OPV comme l'horiſontale du plan, & PX comme une partie de la verticale de ce plan : pour lors l'angle PXV ſera la déclinaiſon du plan, & l'angle CFV ſera la hauteur du pole ſur l'horiſon. Fig. 5.

Des Cadrans inclinés déclinants.

29. Il eſt à propos de relire ce que nous avons dit au commencement de ce Liv. art. 6, 7, 8 & 9, afin de ſçavoir bien par quels points doivent paſſer la verticale du plan, l'horiſontale, la méridienne, la ſouſtilaire & l'équinoctiale. Nous avons dit dans les art. 10, 11, & 14, comment on trace la verticale du plan & l'horiſontale : nous allons donner les méthodes de tirer la méridienne, la ſouſtilaire, l'équinoctiale, &c. en prenant pour exemple un plan ſupérieur du midi déclinant vers l'orient. Nous ſuppoſerons ici qu'on connoît la déclinaiſon du plan : nous remettons à en parler à la fin de ce Livre.

30. Le point vertical étant trouvé & l'horiſontale décrite, on pourra tracer la méridienne par la méthode ſuivante, qui ſuppoſe qu'on connoît auſſi la déclinaiſon du plan. Soit la hauteur du ſtile PX, la verticale OPV, l'horiſontale HR, le point vertical V. Il faut d'abord chercher le centre diviſeur de l'horiſontale, qui eſt toujours un point de la verticale. Voici comment on le trouvera: on prendra avec un compas la longueur de XO, & on la portera ſur la verticale depuis O juſqu'à D ; ce point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale (Liv. 2. art. 65) enſuite on fera l'angle ODL égal à la déclinaiſon du plan, le point L de l'horiſontale auquel abou- Fig. 6.

g. 6. tira la ligne DL sera un des points de la méridienne. Si donc on tire une ligne du point vertical V au point L, comme VML ; ce sera la méridienne. Cela suit de la remarque de l'art. 7.

31. Pour sçavoir de quel côté de la verticale il faut tirer la ligne de déclinaison DL sur un Cadran du midi soit supérieur soit inférieur, il faut examiner vers quel endroit le plan décline ; si c'est vers l'orient, on tirera la ligne de déclinaison à droite de la verticale : si c'est vers l'occident, on la tirera à gauche. Il n'importe que l'inclinaison soit plus grande ou plus petite que l'élévation du pole sur l'horison du lieu. Dans les Cadrans du nord supérieurs ou inférieurs on tirera la ligne de déclinaison à gauche de la verticale, quand ils déclinent vers l'orient ; & on la tracera à droite, lorsqu'ils déclinent vers l'occident. Cela est toujours vrai, quelle que soit l'inclinaison du plan, grande ou petite. C'est la même raison pour ces Cadrans que pour les verticaux.

32. On pourra connoître aussi la situation de la ligne de déclinaison avec la verticale par l'ombre de l'extrémité du stile à midi ; car cette ombre doit toujours tomber sur la méridienne dans ce tems-là. Par conséquent on peut juger par cette ombre de quel côté de la verticale sera la méridienne. Or la ligne de déclinaison doit être du même côté de la verticale que la méridienne.

33. Si on connoît le centre du Cadran avec le point vertical, cela suffira pour tracer la méridienne, puisqu'elle doit passer par ces deux points. Or on peut déterminer le centre du Cadran, si on connoît la hauteur du pole sur le plan, pourvû que d'ailleurs la soustilaire soit décrite : il n'y a qu'à tirer au sommet S du stile une ligne CS qui fasse l'angle CSP égal au complément de la hauteur du pole sur le plan ; le point de rencontre C de la soustilaire sera le centre du Cadran. On peut trouver la hauteur du pole sur le plan & la position de la soustilaire par l'art. 99. du second Livre.

34. Voici une autre méthode pour décrire la fouftilaire, qui fuppofe qu'on a tracé la méridienne, foit de la maniere qu'on a expliqué d'abord (30), foit autrement. Il faut tirer du pied du ftile la ligne PG perpendiculaire fur la méridienne, cette perpendiculaire conriendra le centre divifeur de la méridienne (liv. II. art. 61.) Enfuite du point L & de l'intervalle LD on décrira un arc qui coupe la perpendiculaire PG à un point comme G; ce point fera le centre de la méridienne, parce que l'horifontale & la méridienne fe coupant au point L, leurs centres divifeurs D & G font également diftants de ce point d'interfection (liv. II. art. 69.) Après cela on menera la ligne GL, & on tirera la ligne GC qui faffe l'angle LGC égal à la hauteur du pole fur l'horifon, le point C où cette ligne rencontrera la méridienne fera le centre du Cadran; car puifque l'angle LGC eft égal à la hauteur du pole fur l'horifon, ou à la diftance qui eft entre l'horifon & un des poles, & que d'ailleurs le point L eft dans l'horifontale, il faut que le point C de la méridienne repréfente le pole élevé fur le plan, c'eft-à-dire, celui vers lequel ce plan eft tourné: ainfi ce point eft le centre du Cadran. Si donc on trace une ligne qui paffe par les points P & C, qui font le pied du ftile & le centre du Cadran, cette ligne fera la fouftilaire. Fig. 6.

35. On doit mener GC au-deffus ou au-deffous de la ligne GL, felon que le centre du Cadran doit être fitué au-deffus ou au-deffous de l'horifontale. Or ce centre qui repréfente un des poles, fçavoir celui qui eft élevé fur le plan, doit être au-deffus de l'horifontale, lorfque le pole caché fous l'horifon eft élevé fur le plan du Cadran, parce que tous les points du ciel qui font fous l'horifon doivent être marqués au-deffus de l'horifontale (liv. 2. art. 12). Par la raifon contraire le centre eft au-deffous de cette ligne quand le pole qui eft fur l'horifon eft élevé fur le plan.

36. Quand la fouftilaire fera tracée, on tirera l'équi-

Fig. 6. noctiale par la méthode suivante : Il faut mener la ligne DH qui fasse avec DL l'angle droit LDH, le point H où cette ligne DH rencontrera l'horisontale sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : car l'angle LDH étant droit, & ayant son sommet au centre diviseur de l'horisontale, la base LH représente un quart de cercle de l'horison (liv. II. art. 67 & 68), lequel étant terminé d'une part à l'intersection de l'horison & du méridien marqué par L, doit avoir son autre extrémité au point où l'équateur rencontre l'horison. Le point H qui est celui de 6h étant trouvé, on tirera de ce point une perpendiculaire sur la soustilaire, ce sera l'équinoctiale cherchée, comme il paroît par l'article 9.

37. On peut aussi employer cette autre méthode: On élevera du pied du stile sur la soustilaire, la perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on tracera l'axe CS qui passe par le centre & par le sommet S du stile: ensuite on élevera du point S la perpendiculaire SB sur l'axe CS, ce sera le rayon équinoctial ; ainsi le point B où ce rayon rencontrera la soustilaire sera celui par où doit passer l'équinoctiale (liv. II. art. 171); par conséquent si on éleve de ce point une perpendiculaire à la soustilaire, on aura l'équinoctiale.

38. Enfin on peut tirer cette ligne indépendamment de la soustilaire, en déterminant deux points par lesquels doit passer cette équinoctiale, un sur l'horisontale, c'est le point de 6 heures, & l'autre sur la méridienne dont on détermine la position en cette maniere : Il faut tirer la ligne GM qui fasse avec GC l'angle droit CGM, le point M auquel cette ligne rencontrera la méridienne, sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : cela vient de ce que l'arc du méridien compris entre le pole du monde & l'équateur, est un quart de cercle, ou la mesure d'un angle droit. Nous ajouterons à la fin de ce livre un problême qui contiendra encore une méthode de tracer l'équinoctiale sans connoître la déclinaison du plan ni la position d'aucune autre ligne.

39. Après qu'on a trouvé toutes ces lignes, on peut aisément décrire les lignes horaires de la même maniere que dans les Cadrans verticaux, c'est-à-dire, qu'il faut prendre sur la soustilaire la partie BA égale au rayon équinoctial BS, & du point A comme centre & d'un intervalle pris à discrétion décrire une circonférence, ensuite on tirera un rayon du centre A au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale & de la méridienne: ce rayon prolongé, s'il est nécessaire, coupera la circonférence au point K. Il faut la diviser en 24 parties égales, en commençant au point K, & tirer les rayons par les points de division. Ces rayons étant prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui seront les points horaires. Si donc on tire du centre du Cadran des lignes droites qui passent par ces points, ce seront les lignes horaires. Au lieu de mener d'abord un rayon qui aille aboutir au point M, qui est celui de 12 heures, on auroit pû tirer un autre rayon au point H, qui est celui de 6 heures, lequel rayon auroit rencontré la circonférence au point I, & commencer par ce point la division de la circonférence en 24 parties égales; on auroit trouvé les mêmes points horaires sur l'équinoctiale, que ceux qu'on a trouvés. Si le centre du Cadran est trop éloigné de l'équinoctiale, il en faut tirer une seconde, comme dans les Cadrans verticaux, & mener les lignes horaires de la maniere qui a été exposée en traitant de ces Cadrans (liv. II. art. 232). Fig. 6.

Afin de retenir plus facilement la construction des différentes especes de Cadrans inclinés qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, nous allons faire quelques remarques touchant la situation des points & des lignes dont nous avons parlé.

40. 1°. Dans les Cadrans supérieurs, soit du midi, soit du nord, le point vertical est au-dessous du pied du stile, & la ligne horisontale est toujours au-dessus de l'un & de l'autre. Dans les Cadrans inférieurs c'est

;. 6. le point vertical qui eſt au-deſſus de ce pied, & la ligne horiſontale au-deſſous de l'un & de l'autre point.

41. 2°. Dans les Cadrans ſupérieurs du midi, dont l'inclinaiſon eſt moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon, le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale (Liv. II, art. 12) parce que ces cadrans ſont tournés vers le pole élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, le pole ſeptentrional; car je ſuppoſe ici le plan dans la partie ſeptentrionale du monde : le contraire arrive dans les Cadrans inférieurs oppoſés. Mais ſi l'inclinaiſon des Cadrans ſupérieurs du midi eſt plus grande que la hauteur du pole, quelquefois le centre ſera au-deſſus de l'horiſontale, quelquefois au-deſſous. Il ſera au-deſſus ſi le pole méridional eſt élevé ſur le plan, & au-deſſous ſi c'eſt le pole ſeptentrional, comme il arrive quand la déclinaiſon du plan eſt fort grande.

42. Pour éclaircir cette remarque nous ferons uſage des deux termes extrêmes de la déclinaiſon, qui ſont le Cadran incliné méridional, dont la déclinaiſon eſt nulle ou infiniment petite, & le Cadran incliné oriental ou occidental, dont la déclinaiſon eſt la plus grande qu'il ſoit poſſible, c'eſt-à-dire, de 90 degrés, puiſque le plan de ce Cadran fait un angle droit avec le premier vertical. Or dans ces deux termes extrêmes le centre du Cadran eſt au-deſſous de l'horiſontale, quand le plan du Cadran que je ſuppoſe ſupérieur, a une inclinaiſon moindre que la hauteur du pole du lieu (Liv. II, art. 12), parce que dans ces deux cas le pole élevé ſur le plan eſt au-deſſus de l'horiſon; donc ce centre eſt auſſi au-deſſous de l'horiſontale dans les Cadrans ſupérieurs dont la déclinaiſon eſt moyenne entre celle de ces deux termes. Mais ſi l'inclinaiſon du plan eſt plus grande que la hauteur du pole du lieu, le centre du Cadran eſt au-deſſus de l'horiſontale dans le Cadran méridional, parce que le pole élevé ſur ce Cadran eſt au-deſſous de l'horiſon. Par la raiſon contraire le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale dans le Cadran

ſupérieur oriental ou occidental ; par conſéquent le centre du Cadran ſupérieur, qui a auſſi une inclinaiſon plus grande que la hauteur du pole du lieu, & dont la déclinaiſon eſt moyenne entre les deux extrêmes, ce centre, dis-je, eſt au-deſſus ou au-deſſous de l'horiſontale, ſelon que ce Cadran approche du premier ou du dernier terme. Fig. 6.

43. 3°. Le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale, dans les Cadrans ſupérieurs du nord, quelle que ſoit l'inclinaiſon du plan, ou plus grande, ou plus petite que l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; car dans ces Cadrans le centre repréſente toujours le pole élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, le pole ſeptentrional, parce que ces Cadrans ſont toujours tournés vers ce pole ; c'eſt le contraire dans les Cadrans inférieurs oppoſés. Nous ſuppoſons ici que le Cadran eſt dans la partie ſeptentrionale de la terre.

44. 4°. La méridienne eſt à droite de la verticale dans les Cadrans ſupérieurs & inférieurs du midi qu déclinent vers l'orient : elle eſt à gauche dans ceux qui déclinent vers l'occident. Quant aux Cadrans ſupérieurs & inférieurs du nord, la méridienne eſt à la gauche de la verticale dans ceux qui déclinent vers l'orient. Elle eſt à droite dans ceux qui déclinent vers l'occident. C'eſt la même raiſon que pour les Cadrans verticaux. On voit bien que le centre du Cadran & la ligne de déclinaiſon doivent avoir la même ſituation par rapport à la verticale que la méridienne. Ainſi il eſt inutile de faire d'autres remarques pour en avertir.

Après ces obſervations nous allons reprendre en peu de mots ce que nous avons déduit aſſez au long touchant la deſcription du Cadran incliné déclinant que nous ſuppoſons ſupérieur & tourné vers le midi en déclinant vers l'orient.

Fig. 6.

DESCRIPTION DES CADRANS INCLINÉS.

45. 1°. Après avoir trouvé le pied du ſtile P on tracera la verticale OPV, ſoit par le moyen d'une horiſontale qu'on tirera d'abord, ſoit par celui du zenith qu'on aura marqué ſur le plan. Puis on tirera du pied du ſtile P la ligne PX perpendiculaire à la verticale & égale à la hauteur du ſtile ; ſon extrémité X ſera le centre diviſeur de la verticale.

2°. On peut marquer le zenith V par l'art. 11, alors on menera la ligne XV à ce point, ce qoi fera connoître l'inclinaiſon du plan qui eſt égale à l'angle PXV : mais ſi le point V n'eſt pas marqué, & qu'on connoiſſe d'ailleurs l'inclinaiſon du plan, on menera vers le bas la ligne XV qui faſſe avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan que nous ſuppoſons connue, le point d'interſection V de cette ligne XV avec la verticale ſera le zenith cherché. Enſuite on menera la ligne XO perpendiculaire à XV, le point O auquel cette ligne rencontrera la verticale ſera celui par où doit paſſer l'horiſontale. Par conſéquent ſi du point O on éleve une perpendiculaire ſur la verticale, ce ſera l'horiſontale.

3°. On prendra ſur la verticale OPV prolongée vers O la partie OD égale à la ligne XO, le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale, duquel on tirera à droite de la verticale la ligne DL qui faſſe l'angle ODL égal à la déclinaiſon du plan, l'interſection de cette ligne avec l'horiſontale ſera un point par lequel doit paſſer la méridienne, auſſi-bien que par le zenith V. Si donc on tire une ligne droite VML du point V par le point L, ce ſera la méridienne.

4°. On abbaiſſera du pied du ſtile P une perpendiculaire PG ſur la mérinienne, & on décrira du point L, comme centre, & de l'intervalle LD, un arc qui coupe cette perpendiculaire à un point comme G, ce point ſera le centre diviſeur de la méridienne (Liv. II, art. 69). On menera la ligne GL & la ligne GC qui

faſſe avec GL l'angle LGC égal à l'élévation du pole fur l'horiſon du lieu, le point d'interſection C de la ligne GC avec la méridienne ſera le centre du Cadran, qui doit être tantôt au-deſſus de l'horiſontale, tantôt au-deſſous ſelon que le pole élevé ſur le plan, c'eſt-à-dire, vers lequel le plan eſt tourné, eſt inférieur ou ſupérieur à l'horiſon : on tracera enſuite une ligne CPB qui paſſe par le pied du ſtile & par le centre du Cadran, ce ſera la ſouſtilaire. Fig. 6.

5°. On élevera la ligne DH perpendiculaire ſur DL, le point H où elle coupera l'horiſontale ſera le point de 6 heures, par lequel doit paſſer l'équinoctiale. Si donc on tire de ce point une perpendiculaire HBM ſur la ſouſtilaire, on aura l'équinoctiale qui doit auſſi paſſer par un point M de la méridienne, lequel on déterminera en tirant du point G une ligne GM qui ſoit perpendiculaire avec GC. Ces deux points H & M ſuffiſent pour mener l'équinoctiale indépendamment de la ſouſtilaire. On peut encore la tracer par une troiſieme méthode que nous expliquerons enſuite.

6°. On élevera du pied du ſtile P la perpendiculaire PS ſur la ſouſtilaire, laquelle ſoit égale à la hauteur du ſtile ; enſuite on tirera du point S au point B le rayon équinoctial BS, & on prendra BA égale à BS, le point A ſera le centre diviſeur de l'équinoctiale. On décrira de ce point, comme centre, & d'un intervalle arbitraire une circonférence, laquelle on diviſera en 24 parties égales, en commençant par le point d'interſection K d'un rayon mené au point M, ou par le point I, qui eſt l'interſection d'un autre rayon mené au point H. Enfin on menera des rayons qui paſſent par les points de diviſions de la circonférence. Ces rayons prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui ſeront les points horaires. Si donc on mene du centre du Cadran des lignes à ces points, ce ſeront les lignes horaires, que l'on pourroit auſſi tracer par le moyen de deux équinoctiales, comme nous l'avons dit.

Fig. 6.

Comment on se sert du calcul pour trouver plusieurs points des Cadrans Inclinés & pour tracer plusieurs lignes.

46. On pourroit se servir du calcul des triangles rectangles pour trouver quelques-uns des points, & pour décrire plusieurs lignes des Cadrans inclinés. Par exemple, la verticale du plan étant tirée, & la hauteur du stile étant connue avec le pied du stile, si on connoît aussi l'inclinaison du plan, on trouvera facilement la position du zenith V par le moyen du triangle rectangle XPV, dont on connoît le côté XP, qui est la hauteur du stile, & l'angle PXV qui est l'inclinaison du plan. Il ne s'agit que de chercher la longueur de PV, qui est la tangente de l'inclinaison en supposant qu'on prend la hauteur XP pour rayon, & le point X pour centre. De même on trouvera le point O par où doit passer l'horisontale, en se servant du triangle rectangle XPO, dont l'angle PXO est le complément de l'inclinaison, puisque l'angle OXV est droit (14): il suffira de chercher PO, qui est la tangente de PXO, en regardant la hauteur XP comme sinus total ou rayon. Pareillement connoissant la déclinaison du plan, qui est l'angle ODL, & ayant mesuré DO, qui est égal à XO, on pourra déterminer le point L par où doit passer la méridienne, en se servant du triangle rectangle DOL; il ne faut que chercher la longueur de OL, qui est la tangente de la déclinaison ODL en regardant le côté DO comme rayon. On trouvera aussi par le triangle rectangle DOH le point H par lequel doi passer l'équinoctiale : car dans ce triangle on connoît l'angle ODH, qui est le complément de la déclinaison du plan, puisque l'angle LDH est droit à cause de la base LH qui représente un quart de cercle, sçavoir l'arc de l'horison compris entre le méridien & l'équateur. Par conséquent on trouvera le côté OH,

qui eſt la tangente de l'angle ODH en prenant le côté DO pour rayon. Fig. 6.

47. Le zenith V ayant été déterminé, comme auſſi le point L, on tracera la méridienne en la faiſant paſſer par ces deux points. Mais il peut arriver que le point vertical V ſoit hors de l'étendue du plan, à cauſe de la grande inclinaiſon de ce plan, auquel cas on ſeroit peut-être embarraſſé pour tracer la méridienne; ſi d'ailleurs le centre n'étoit pas connu, ou s'il étoit auſſi hors de l'étendue du plan, à cauſe de ſon grand éloignement. Dans ce cas pour décrire cette ligne on pourroit employer la méthode ſuivante, qui ſuppoſe ſeulement qu'on a trouvé l'inclinaiſon & la déclinaiſon du plan. On fera cette proportion pour trouver l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne, qui eſt l'angle V du triangle rectangle VOL, *La ſécante de l'inclinaiſon du plan eſt à la tangente de ſa déclinaiſon, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle cherché.* Pour appercevoir la raiſon de cette proportion, il faut conſidérer les deux triangles rectangles OXV & DOL, qui ont les côtés OX & DO égaux par la conſtruction. Or ſi dans le premier triangle je regarde le côté OX comme rayon, qui ait pour centre le point O, le côté OV ſera la ſécante de l'angle XOV, que l'on peut prendre pour l'inclinaiſon du plan, puiſqu'il eſt égal à l'angle PXV, à cauſe que chacun des deux eſt le complément du troiſieme OXP. De même ſi dans l'autre triangle DOL on regarde DO comme rayon qui ait pour centre D, le côté OL ſera la tangente de la déclinaiſon ODL; ainſi dans le triangle rectangle VOL, le côté OV peut être regardé comme la ſécante de l'inclinaiſon du plan, & en même-tems comme ſinus total, dont le centre eſt V, & le côté OL, comme tangente de la déclinaiſon du plan, & comme tangente de l'angle V compris entre la verticale du plan & la méridienne. On aura donc la proportion, *La ſécante de l'inclinaiſon du*

Fig. 6. *plan est à la tangente de la déclinaison, comme le sinus total est à la tangente de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne.* Après qu'on aura trouvé cet angle on connoîtra son complément OLV ou CLR que la méridienne fait avec l'horisontale ; ainsi pour tracer la méridienne, il n'y aura qu'à tirer une ligne par le point L, qui fasse avec l'horisontale un angle égal au complément de l'angle trouvé OVL, ce sera la méridienne.

Si on suppose que l'inclinaison du plan est de 47^{d} 20$'$, & sa déclinaison de 36^{d} 25$'$, la proportion marquée ci-dessus aura pour logarith. 1016894, 986789, 1000000, 969895, dont le dernier est la tangente artificielle de 26^{d} 34$'$, c'est la valeur de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne. Ainsi son complément 63 deg. 26 min. est l'angle que doit faire la méridienne avec l'horisontale.

Méthode de trouver par le calcul les points horaires sur l'équinoctiale ou sur l'horisontale, & de tracer les lignes horaires.

48. On peut aussi trouver les points horaires sur l'équinoctiale, & tracer les lignes horaires par le moyen du calcul. Pour cet effet il faut mesurer 1°. l'angle PSB égal à SCP qui est la hauteur du pole sur le plan, (on peut aussi trouver cet angle par l'art. 93 du second Liv.) 2°. l'angle BAM qui est la différence des longitudes. La valeur de l'angle SCP etant connue, on imaginera le rayon SB augmenté ou diminué jusqu'à ce qu'il contienne 1000 parties égales de l'échelle que je suppose que l'on a, & on regardera ce côté du nouveau triangle rectangle CSB comme le sinus total, dont le centre est B ; auquel cas le côté BC sera la sécante de l'angle CBS, qui est le complément de la hauteur du pole sur le plan ; par conséquent on trouvera dans la table des sécantes combien la ligne BC doit contenir

de parties égales à celles dont la ligne SB en contient Fig. 6.
1000.; & par-là on connoîtra la distance du centre du Cadran à l'équinoctiale.

49. Après que les deux angles PSB & BAM auront été mesurés, on pourra ôter le faux stile & effacer toutes les lignes qui avoient été tirées pour déterminer ces deux angles, excepté peut-être la soustilaire, si on la trouve bien placée par rapport à l'étendue du plan : si on ne la trouve pas bien située, il faut avant de l'effacer lui tirer une parallele en quel endroit du plan on voudra, laquelle on prendra pour la soustilaire. Après cela on choisira sur cette ligne un point que l'on regardera comme le centre du Cadran : on le prendra au haut du plan, si le centre doit être au-dessus de l'équinoctiale. On marquera ensuite un autre point sur la soustilaire, qui soit distant du centre autant que l'équinoctiale en doit être éloignée (cette distance est la sécante de l'angle CBS :) & on élevera sur ce point une perpendiculaire à la soustilaire ; ce sera l'équinoctiale. Après cela on cherchera combien la tangente de l'angle BAM, qui est la différence des longitudes, doit contenir de parties égales à celles dont le rayon équinoctial AB en contient 1000, & on prendra BM sur l'équinoctiale avec l'échelle des parties égales, laquelle ligne BM contienne le nombre des parties que doit avoir cette tangente ; le point M sera le point de midi sur l'équinoctiale. Si donc on tire du centre C une ligne qui passe par le point M, ce sera la méridienne. On trouvera tous les points horaires sur l'équinoctiale par le calcul de la même maniere qu'on les a trouvés pour les Cadrans verticaux dans le troisieme Problême (Liv. II, art. 224 & 225), & on menera du centre du Cadran des lignes aux points horaires : ce seront des lignes horaires. Si le centre est trop éloigné de l'équinoctiale on tirera une seconde équinoctiale, puis une troisieme, & ensuite une quatrieme & une cinquieme, s'il est nécessaire, comme nous l'avons dit

dans le quatrieme Problême (Liv. II, art. 231), sur
Fig 6. la description des Cadrans verticaux.

50. Quand on connoît l'inclinaison & la déclinaison du plan, on pourroit par le seul calcul trouver la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes ou des méridiens, sans mesurer ces angles, comme nous l'avons prescrit : mais il faudroit pour expliquer cette méthode proposer & démontrer plusieurs Problêmes, que nous omettons afin d'abréger. On peut les voir à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1707.

51. REMARQUE. Le rayon équinoctial BS étant supposé de 1000 parties, la hauteur du stile n'est plus la même qu'elle étoit lorsque ce rayon avoit une longueur différente. Mais si on vouloit sçavoir quelle est pour lors la hauteur du stile, on la trouveroit aisément en regardant le côté BS du triangle rectangle SPB, comme le rayon dont le point B est le centre; car pour lors la hauteur SP est le sinus de l'angle aigu SBP dont on connoît la valeur, puisqu'il est le complément de l'autre angle aigu en S que l'on a mesuré. On trouvera pareillement quelle doit être la longueur du côté PB en supposant le rayon équinoctial BS de 1000 parties. Il faut pour cela regarder le point S comme centre du sinus total BS, & le côté BP sera le sinus de l'angle S. On voit bien que la hauteur & le pied du stile étant changés, toutes les autres lignes changent de place, & ne se coupent plus au même point, excepté la soustilaire, & même l'équinoctiale pourvû qu'on conserve le même point B.

52. On peut encore marquer les points horaires sur la ligne horisontale, en suivant la méthode expliquée dans le sixieme Problême touchant la construction des Cadrans verticaux (Liv. II, art. 242), pourvû qu'on regarde la ligne DO égale à XO, comme le rayon ou le sinus total dans tous les triangles rectangles, tels que DO12, DO11, DO10, DO9, DO1, DO2,

DO2 DO3, &c. formés par cette ligne DO, par les différentes tangentes OL ou O12, O11, O10, O9, &c. ou bien O1, O2, O3, &c. enfin par les lignes qu'on conçoit tirées du point D à tous les points horaires; en ſorte que le point O qui eſt l'interſection de la verticale du plan avec l'horiſontale tiendra la place du point P dans les Cadrans verticaux. Fig. 6.

53. Pour trouver aiſément dans cette méthode la longueur des tangentes O12, O11, O1, O2, &c. il faut ſuppoſer le ſinus total DO égal à 1000 parties, ou à un autre nombre qui contienne des parties aliquotes de 1000, & chercher par le triangle rectangle XPO, dont le côté XO eſt égal à DO, quelle doit être la hauteur du ſtile XP ou SP dans cette ſuppoſition, afin de trouver enſuite par le triangle rectangle SFC la diſtance CP, qui eſt la tangente de CSP complément de l'angle meſuré PSB, en prenant SP pour rayon, & le point S pour centre : on cherchera auſſi par le triangle ZPO le côté OP, qui eſt la diſtance de l'horiſontale au pied du ſtile. Il s'agit préſentement d'expliquer comment on trouve l'inclinaiſon & la déclinaiſon des Cadrans inclinés.

Comment on meſure l'inclinaiſon d'un plan.

54. Afin de meſurer l'inclinaiſon d'un plan, il faut avoir un inſtrument tel que CABD de métail, par exemple de cuivre, qui ſoit un quarré ou un rectangle dans lequel il y ait un quart de cercle EF de 7 à 8 pouces de rayon, dont le centre ſoit le point C, auquel on doit faire un petit trou pour paſſer un fil de ſoie qui ſoutienne un plomb. Le quart de cercle doit être diviſé en degrés, & même en minutes de 5 en 5 ou de 10 en 10, par le moyen des circonférences concentriques & des lignes droites tranſverſales qu'il faut marquer ſur le limbe ou la largeur du quart de cercle. Les quatre côtés de cet inſtrument ſont des regles de cuivre, dont celle qui eſt marquée par CA doit Fig. 7.

ig. 7. avoir une échancrure entre E & A, afin que le plomb puisse y tenir, lorsque le fil qui le soutient passe par zero, ou le commencement de la division, que je suppose être au point E. Il faut aussi faire une échancrure semblable dans la regle CD entre F & D, afin que le plomb puisse s'y loger lorsque le fil passe à la fin du 90me degré. L'instrument étant construit de cette maniere, si on applique la regle AB sur la verticale d'un plan supérieur désigné par IL, ou sur une parallele à cette verticale, l'angle ECG compris entre le côté CA & le fil CGP, lequel angle est mesuré par l'arc EG, sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le prouver soit tirée la ligne horisontale HOR, l'angle AOH ou ROL sera l'inclinaison du plan. Or je dis que l'angle ECG est égal à l'angle AOH : car le triangle CAO étant rectangle, l'angle ECG est le complément de AOC. Or AOH est aussi complément de AOC, à cause de l'angle droit COH : donc les angles ECG & AOH sont égaux; ainsi pour connoître l'inclinaison du plan, il n'y aura qu'à voir combien l'arc EG contient de degrés & de minutes. Il est évident que si le plan IL étoit horisontal, comme HR, alors l'angle ECG seroit nul, parce que le fil passeroit par le point E, qui est le commencement des degrés marqués sur l'arc de cercle.

g. 8. 55. Si le plan est inférieur, il faut appliquer la regle CD opposée à AB sur une parallele à la verticale du plan, & alors l'angle ECG sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le faire voir il faut tirer l'horisontale HCR, l'angle ICH ou RCL sera l'inclinaison du plan. Or ICH est égal à ECG; car ICH est le complément de l'angle HCE, parce que l'angle ICA est droit, aussi-bien que ACD. Pareillement ECG est le complément du même angle HCE, à cause de l'angle droit HCG ; par conséquent les angles ICH & ECG sont égaux entr'eux. On voit bien que si le

plan IL étoit vertical, alors l'angle ECG feroit droit, parce que le fil pafferoit par le point F.

56. Quoique nous ayons dit qu'il faut appliquer un des côtés de l'inftrument fur une parallele à la verticale du plan, afin d'en mefurer l'inclinaifon, il n'eft pourtant pas néceffaire que la verticale foit tracée afin de faire cette opération, parce que l'on connoîtra que la regle répond à une de ces paralleles, quand l'inftrument donne une plus grande inclinaifon que s'il étoit appliqué de toute autre maniere fur le plan (je fuppofe qu'il eft toujours perpendiculaire au plan). D'ailleurs il fuffit que la regle foit à peu-près pofée le long d'uue de ces paralleles.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode de trouver l'inclinaifon du plan, que nous avons expliquée au commencement de ce Livre (12).

Plufieurs méthodes de trouver la déclinaifon d'un plan incliné.

On trouve la déclinaifon d'un plan incliné à peu-près de la même maniere que celle d'un plan vertical, c'eft pourquoi nous en parlerons en peu de mots, en rappellant quelques méthodes que nous avons propofées touchant les plans verticaux, & en avertiffant de ce qu'il faut y changer quand on en fait l'application aux plans inclinés.

57. Ainfi par rapport à la cinquieme méthode expliquée dans le cinquieme Problême (Liv. II, art. 121), il faut prendre plufieurs points d'ombre, comme *f*, Fig. 9.
F, G; enfuite tirer des lignes du point vertical V qui paffent par les points d'ombre, & qui coupent l'horifontale aux points *i*, I, K; ces lignes V*i*, VI, VK repréfenteront les verticaux auxquels repond le Soleil dans les inftans où l'on a pris les points d'ombre. Après cela on mefurera avec le compas à verge les lignes O*i*, Oi, OK qui repréfentent les arcs de l'hori-

Fig. 9. ſon compris entre le vertical du plan & les verticaux du ſoleil : on meſurera auſſi la ligne DO=XO. Quand on aura pris la grandeur de ces lignes, qui ſont des côtés des triangles rectangles DO*i*, DOI, DOK, on cherchera par le calcul quels ſont les angles en D de ces triangles. Or on trouvera ces angles, par exemple ODI, par l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidére DO comme ſinus total, & D comme centre, auquel cas OI devient tangente de l'angle ODI : DO *eſt à* OI, *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* ODI. Cet angle, qui eſt celui que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan, à cauſe qu'il a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, & que d'ailleurs OI repréſente l'arc de l'horiſon compris entre ces deux cercles, cet angle, dis-je, étant connu, on cherchera quelle étoit la hauteur du Soleil à l'inſtant qu'on a marqué le point d'ombre; (nous en expliquerons enſuite la méthode). Enfin on cherche l'angle du vertical du Soleil avec le méridien (Liv. II, art. 122.); ce qui ſuppoſe qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaiſon du Soleil & ſa hauteur ſur l'horiſon. Quand on a trouvé les deux angles que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan & avec le méridien, on les compare, ſoit en les ajoutant, ſoit en retranchant l'un de l'autre, & la ſomme ou la différence eſt la déclinaiſon du plan (Liv. II, art. 121.)

58. Voici comment on peut trouver la hauteur du Soleil par l'ombre du ſtile attaché à un plan incliné. Soit le point d'ombre F, il faut tirer la verticale VFI & la ligne DI, après quoi on abaiſſera du point P la perpendiculaire P*d* ſur cette verticale, & du point I, comme centre, & d'un intervalle égal à DI, on décrira un arc qui coupe cette perpendiculaire au point *d*; ce point ſera le centre diviſeur de la verticale VI, parce que l'horiſontale & cette verticale ſe coupant au point I, les centres diviſeurs D & *d* de ces deux lignes doivent être à égale diſtance du point d'interſection (Liv. II, art. 69).

Le centre diviſeur *d* étant trouvé, on tirera de ce point une ligne au point F, lequel déſigne le lieu du Soleil, & une autre au point I de l'horiſontale, l'angle F*d*I ſera la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, puiſque cet angle a pour meſure l'arc du vertical repréſenté par FI, lequel arc eſt entre le Soleil & l'horiſon. Il s'agit donc de trouver cet angle ; ce qui ſe fera en meſurant les trois lignes *dp*, *p*I & *p*F, afin de connoître deux côtés de chacun des triangles rectangle *dp*I & *dp*F, dans leſquels il faut regarder *dp* comme le ſinus total, dont le centre eſt *d*, & alors les côtés *p*I & *p*F ſeront les tangentes des angles oppoſés *pd*I & *pd*F, dont le ſecond étant ôté du premier, le reſte ſera l'angle F*d*I, qui eſt la hauteur herchée. Fig. 9.

59. La ſixiéme méthode expliquée dans l'art. 144 du ſecond Livre, a auſſi lieu pour les plans inclinés. Il faut prendre des points d'ombre correſpondans, c'eſt-à-dire, à des inſtans également éloignés de midi, tels que les points F & G, enſuite mener du point vertical V des lignes qui paſſent par ces points F, G, & qui ſoient prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'horiſontale aux points I & K. Si on tire du centre diviſeur D de l'horiſontale des lignes DI, DK, l'angle IDK qui a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a pour meſure l'arc de l'horiſon compris entre les verticaux déſignés par VI VK : ainſi cet angle eſt égal a celui que font ces deux verticaux. Mais l'angle que font les mêmes verticaux eſt coupé en deux parties égales par le méridien : donc ſi on partage également l'angle IDK par la ligne DL, elle aboutira à un point de l'horiſontale par lequel doit paſſer la méridienne ; donc l'angle ODL formé de la verticale du plan & par la ligne DL, eſt la déclinaiſon du plan (Liv. II, art. 43).

Outre ces méthodes on peut encore déduire la déclinaiſon du plan de la deſcription des lignes méridienne, ſouſtilaire & équinoctiale. Nous allons parler de cha-

Fig. 9. cune en peu de mots, en ſuppoſant toujours que la verticale & l'horiſontale ſont tracées, & qu'on a marqué le point vertical & le centre diviſeur de cette derniere ligne.

60. 1°. On peut décrire la méridienne en prenant un point d'ombre à midi : car une ligne tirée du point vertical & qui paſſe par ce point d'ombre eſt la méridienne. Or la méridienne étant tirée, on trouve facilement la déclinaiſon du plan, puiſque ſi on tire une ligne du centre diviſeur D au point L, où je ſuppoſe que la méridienne coupe l'horiſontale, l'angle ODL ſera la déclinaiſon du plan (Liv. II, art. 43), parce qu'il eſt égal à celui qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien.

61. 2°. On trace la ſouſtilaire par la méthode générale expliquée dans le 3me Problême de la ſeconde ſection du Liv. II, art. 93. Cette ligne étant décrite, on cherchera encore la hauteur du pole ſur le plan par la méthode expoſée au Liv. II, articles 96 & 98. Or ces deux choſes étant connues, on tirera du pied du ſtile ſur la ſouſtilaire une perpendiculaire PS égale à la hauteur du ſtile, & on menera la ligne SB qui faſſe l'angle
Fig. 6. PSB égal à la hauteur du pole ſur le plan, & le point d'interſection de la ligne SB avec la ſouſtilaire, ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale, qui doit être perpendiculaire à la ſouſtilaire. Or l'équinoctiale étant tirée, on trouve la déclinaiſon du plan, comme on le dira à la fin de ce Livre. On peut déterminer la longueur de PB par le calcul, ſans avoir beſoin de tirer les lignes SP & SB, il ſuffit de les concevoir, puiſque ſi on conſidére SP comme ſinus total, & le point S comme centre, PB eſt la tangente de l'angle connu PSB; ainſi il n'y aura qu'à faire faire cette proportion : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme la hauteur du ſtile* SP *eſt à* PB.

3°. Nou allons ajouter un Problême pour mener la ligne équinoctiale par une méthode qui ne ſuppoſe ni la

connoiſſance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaiſon du plan, & qui peut être employée tant pour les plans verticaux que pour les inclinés.

PROBLÊME.

62. *Deux points d'ombre étant donnés ſur un plan avec la déclinaiſon du Soleil au tems où l'on a pris les deux points d'ombre, trouver la ligne équinoctiale.*

Soit S le ſommet du ſtile ST; les deux points d'ombre V & X, qu'il faut prendre fort éloignés l'un de l'autre. Fig. 10.

1°. On tirera la ligne *ſv* égale à la diſtance du ſommet du ſtile au point d'ombre V, & on fera l'angle *vſh* égal à la déclinaiſon du ſoleil dans le tems qu'on a pris le point d'ombre V. Il eſt bon de ſe ſervir d'une planche dont la ſurface ſoit unie & plane, afin de tirer la ligne *ſv*, & de faire l'angle *vſh*.

2°. On décrira enſuite du point V, comme centre, & d'un intervalle pris à diſcrétion, une circonférence FG, & du point V on tirera pluſieurs rayons, comme VF & VG. On décrira auſſi une ſeconde circonférence *fg* du point *v* comme centre, & du même intervalle dont on a décrit la premiere.

3°. On prendra avec le compas la diſtance du ſommet du ſtile au point F; & gardant cette diſtance, on mettra une pointe du compas ſur le point *ſ*, & on décrira un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *f*. On prendra de même la diſtance du ſommet S au point G, & appliquant une pointe du compas en *ſ*, on décrira avec cette diſtance un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *g*. On fera la même choſe pour les autres points marrqués ſur la premiere circonférence.

4°. On tirera des rayons du centre de la ſeconde circonférence *fg* au point d'interſection des arcs avec cette circonférence, & on prolongera ces rayons, s'il eſt néceſſaire, juſqu'à ce qu'ils coupent la ligne *ſk* aux

10. points *h* & *k* : après quoi on prendra avec le compas les diſtances *uh* & *uk* que l'on portera ſur les rayons VF & VG depuis V, & on tirera une courbe HK qui paſſe par les points H & K qui termineront ces diſtances, & par pluſieurs autres qu'on déterminera de la même maniere.

5°. On fera la même choſe pour l'autre point d'ombre X, & on décrira une ſeconde courbe NR, comme on a décrit la premiere, en faiſant un angle *xſn* égal à la déclinaiſon du ſoleil dans le tems qu'on aura marqué ce ſecond point d'ombre, lequel angle ait le côté *ſx* égal à la diſtance depuis le ſommet du ſtile au point X.

Je dis que ſi on tire une ligne droite qui ſoit tangente de l'une & de l'autre courbe, cette tangente ſera l'équinoctiale par rapport au ſommet du ſtile. Lorſque l'on verra à peu près l'endroit de l'une & de l'autre courbe par où doit paſſer la tangente, il faudra tirer vers ce côté-là pluſieurs rayons des centres V & X, & déterminer un plus grand nombre de points des courbes, afin de les tracer plus exactement dans cet endroit.

DÉMONSTRATION.

Si le ſoleil étoit à l'équateur dans le tems que l'on prend les deux points d'ombre, la ligne équinoctiale paſſeroit par ces deux points; parce que la ligne que décrit l'ombre du ſoleil dans un jour ſur un plan, repréſente le cercle que décrit le ſoleil pendant ce jour. Mais ſi le ſoleil eſt à quelque diſtance de l'équateur, il eſt évident que la ligne qui paſſeroit alors par les deux points d'ombre ne ſeroit pas l'équinoctiale. Or pour déterminer la poſition de cette équinoctiale, il faut imaginer un angle égal à la déclinaiſon qu'avoit le ſoleil dans l'inſtant auquel on a marqué le premier point d'ombre V, dont le ſommet ſoit à l'extrémité du ſtile, & dont un des côtés ſoit la ligne SV tirée de cette

extrémité à ce point d'ombre. Si on conçoit que l'autre côté de l'angle tourne autour du premier côté qui aboutit à ce point d'ombre, ce ſecond côté, qu'il faut toujours concevoir prolongé juſqu'à la ſurface du mur, décrira en tournant une ligne courbe ſur le plan, laquelle marquera par quelqu'un de ces points la diſtance de la ligne équinoctiale au premier point d'ombre, ainſi cette ligne touchera la courbe au point qui marquera cette diſtance. Il faut pareillement imaginer un autre angle égal à la déclinaiſon qu'avoit le ſoleil dans le tems qu'on a pris le ſecond point d'ombre, lequel ait auſſi ſon ſommet à l'extrémité du ſtile & un de ſes côtés aboutiſſant à ce point d'ombre : en concevant que ce ſecond angle tourne comme le premier autour du côté qui ſe termine au point d'ombre, l'autre côté décrira auſſi une courbe autour de ce point : & cette courbe marquera par quelqu'un de ſes points la diſtance de l'équinoctiale au ſecond point d'ombre; par conſéquent cette ligne touchera auſſi la ſeconde courbe au point qui marquera cette diſtance : ainſi l'équinoctiale doit être tangente de l'une & de l'autre courbe. Si donc on tire une ligne qui touche les deux courbes, elle ſera l'équinoctiale cherchée. Or en faiſant réflexion à la méthode preſcrite dans ce Problême, on verra que ces deux courbes décrites par la révolution des deux angles ſont les mêmes que celles qui ont été décrites par cette méthode. Par conſéquent en ſuivant cette méthode on trouve l'équinoctiale.

63. On peut tirer une tangente ou à la partie ſupérieure des courbes ou à la partie inférieure. Mais il eſt facile de déterminer à laquelle des deux il faut mener la tangente. Car lorſque la déclinaiſon du ſoleil eſt ſeptentrionale, alors l'équinoctiale touche la partie ſupérieure des courbes ; parce que le ſoleil étant alors plus près de notre zenith que quand il eſt à l'équateur, on conçoit que les points d'ombre ſont plus bas que lorſqu'il répond à l'équateur, ou, ce qui eſt la même

chose, les points d'ombre du soleil, lorsqu'il décrit l'équateur, sont au-dessus de ceux qui tombent sur le même plan lorsqu'il est plus près de notre zenith que l'équateur. Or, comme nous avons dit, l'équinoctiale doit passer par les points d'ombre du soleil lorsqu'il est à l'équateur. Par la raison contraire il faut tirer la tangente à la partie inférieure des courbes, lorsque la déclinaison du soleil est méridionale. On parle ici des plans qui sont dans la partie septentrionale de la terre hors des deux tropiques. Cela supposé, la Regle est généralement vraie pour tous les plans verticaux : mais s'il s'agit des plans inclinés, il faut excepter les supérieurs du nord & les inférieurs du midi, lorsque les uns & les autres ont une inclinaison moindre que l'élévation de l'équateur ; & que d'ailleurs leur déclinaison n'est pas bien grande, parce que sur ces deux especes de plans l'équinoctiale doit être au-dessous des points d'ombre du soleil, quand il répond aux signes septentrionaux.

64. Si on marquoit la trace de l'ombre du soleil sur un plan, cette trace ne feroit une ligne droite que quand le soleil décriroit l'équateur (Liv. II, art 5), parce que de tous les cercles que le soleil décrit chaque jour pendant l'année, il n'y a que l'équateur qui ait pour centre l'extrémité du stile, laquelle peut être considérée comme le centre de la terre.

Fig. 6. 65. L'équinoctiale HBM étant décrite, on trouvera ainsi la déclinaison du plan : il faut tirer du point H où cette ligne coupe l'horisontale, une ligne DH au centre divifeur de l'horisontale, & du point D on élevera une perpendiculaire DL sur DH ; on aura l'angle ODL qui sera la déclinaison du plan : car l'angle HDL étant droit, & le point H étant l'interfection de l'horisontale avec l'équinoctiale, le point L doit être l'interfection de la même ligne avec la méridienne, puisque l'arc de l'horison compris entre l'équateur & le méridien est un quart de cercle. Or cela étant ainsi l'angle ODL

Fig. 3

Fig. 5.

Cadran incliné
Oriental
Superieur

Fig. 9.

Fig. 6.

Cadran incliné superieur du Midi déclinant vers l'Orient

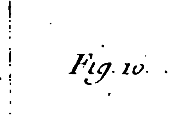
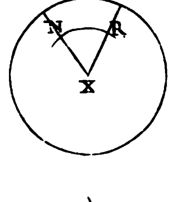
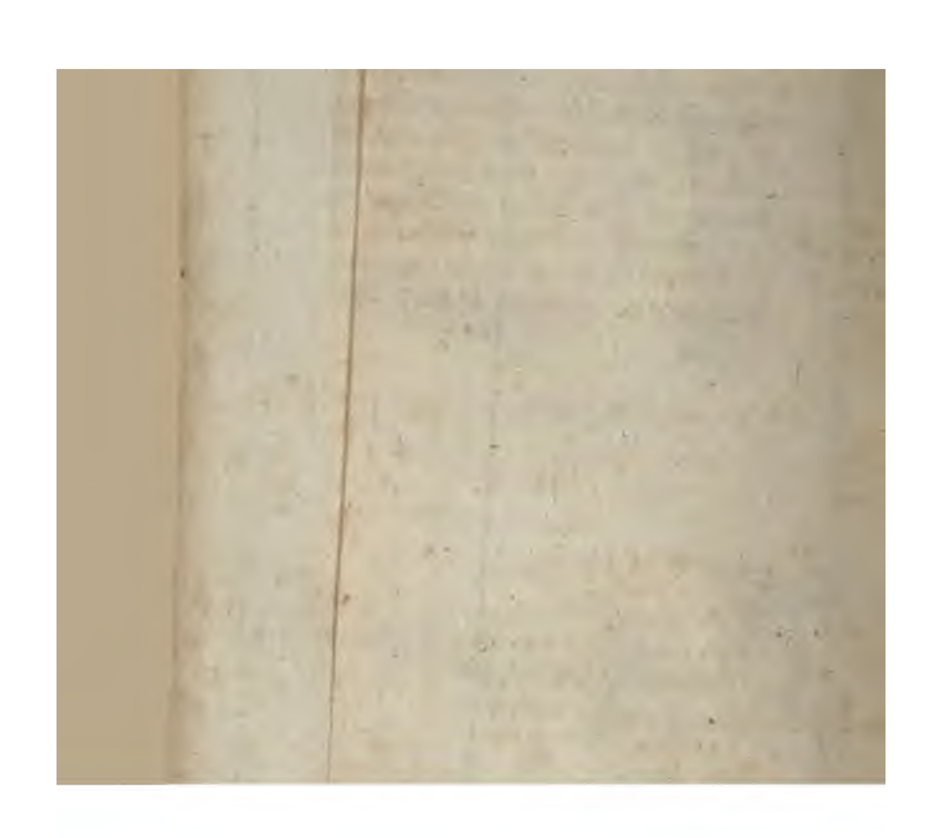


Fig. 10.



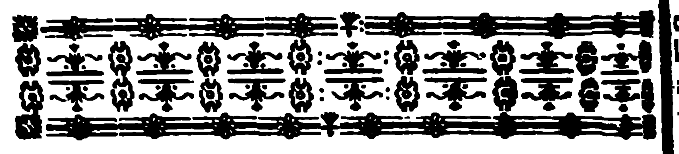


t être la déclinaiſon du plan (Liv. II, art. 43), Fig. 6.
ce qu'il eſt égal à celui qui eſt compris entre le verti-
du plan & le méridien.

56. Quand l'équinoctiale eſt tracée, on peut tirer ilement la ſouſtilaire, il ſuffit de mener du pied du e une perpendiculaire ſur l'équinoctiale. Ainſi on urra meſurer PB qui eſt la partie de la ſouſtilaire nprise entre le pied du ſtile & l'équinoctiale. Or noiſſant PB & la hauteur du ſtile SP qui ſont deux tés du triangle rectangle SPB, on trouvera l'angle B égal à SCP qui eſt la hauteur du pole ſur le n, on trouvera, dis-je, cet angle en faiſant l'ana-ie ſuivante : *La hauteur du ſtile* SP *eſt à* PB *comme ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PSB. Si le n eſt vertical, on trouvera par cet angle la décli-iſon du plan, en ſe ſervant de l'analogie de l'art. 104. ſecond Livre.

Fin du troiſieme Livre.





LIVRE QUATRIEME.

DAns ce quatrieme Livre nous parlerons de plusieurs choses que nous n'aurions pû inférer commodément dans les livres précédens en donnant aux matieres une étendue convenable ; sçavoir 1°. des premieres & des dernieres heures ; 2°. de la maniere de placer l'axe ; 3°. de la description de la méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen ; 4°. des arcs des signes & des arcs diurnes ; 5°. de l'Anneau astronomique.

DES PREMIERES ET DES DERNIERES heures qu'il faut marquer sur les Cadrans.

T. I. LOrsqu'il s'agit des Cadrans horisontaux on marque toutes les heures depuis le lever du Soleil jusqu'au coucher au plus long jour de l'année, c'est-à-dire, au solstice d'Eté ; parce que le Soleil éclaire le plan horisontal pendant tout le tems qu'il est sur l'horison. Or voici l'analogie par laquelle on trouvera ce qu'il faut ajouter à 6 heures pour avoir la moitié de la durée du plus long jour de l'année : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du Soleil qui est alors de 23d 28′, comme le sinus total est au sinus d'un nombre de degrés* qu'il faudra réduire en heures & les ajouter ensuite à six heures, la somme sera la moitié du plus long jour de l'année (liv. IV de la Sphere, art. 23) ; & par conséquent ce sera la derniere heure du soir qu'il faudra marquer sur le Cadran horisontal. Cette heure fera trouver la premiere du matin, parce qu'elles sont l'une & l'autre également éloignées de midi.

-- Il n'en eſt pas de même des Cadrans verticaux ; afin qu'ils reçoivent directement la lumiere du So-, il eſt néceſſaire non-ſeulement que le Soleil ſoit - deſſus de l'horiſon, mais auſſi devant le plan tical, puiſque s'il étoit derriere ce plan, il ne pour- t l'éclairer que par reflection, & non pas directe- nt : en un mot, afin que les rayons du Soleil tom- nt directement ſur le plan vertical, il faut qu'il ſoit é tant par rapport à ce plan que par rapport à l'ho- on.

Avant d'expliquer la maniere de trouver les pre- eres & les dernieres heures des Cadrans verticaux, i ſont les ſeuls dont nous nous propoſons de parler cette matiere, nous ferons quelques remarques qui ntribueront à l'intelligence de ce que nous avons à e.

3. 1°. Tout plan qui ne paſſe pas par les poles de la rre ou du Monde, a une de ſes faces tournée vers midi ou le ſud, & l'autre vers le ſeptentrion ou le rd : ainſi il peut être conſidéré comme un plan du di d'un côté, & comme un plan du nord de l'autre té. Si ce plan ne décline pas, il ſera méridional par e de ſes faces, & ſeptentrional par l'autre : mais s'il cline, ce ſera vers l'orient d'un côté & vers l'occident l'autre. On entendra cela par la fig. 1. dans laquelle cercle ESOM repreſente l'horiſon ; SM le méridien, plutôt l'interſection du méridien avec l'horiſon ;), celle du premier vertical ou de l'équateur, ou d'un n ſoit méridional, ſoit ſeptentrional ; enfin AB, celle n plan déclinant avec le même horiſon ; les points l'orient & de l'occident des équinoxes, qu'on ap- lle *Eſt* & *Oueſt*, ſont E & O : ceux du ſeptentrion du midi ſont S & M ; il eſt évident que ſi on conſi- re AB en tant qu'il eſt tourné vers M, c'eſt un plan midi déclinant vers l'orient E ; & ſi on regarde AB tant qu'il eſt tourné vers S, c'eſt un plan du nord clinant vers l'occident O. Fig. 1.

l'horison). Or quand le soleil se leve au poin
tion de l'horison avec le plan vertical, alo
commence plutôt à être éclairé que tous les
de l'année : & quand le soleil se couche à l'
d'intersection de l'horison avec le plan verti
Fig. 1. plan cesse plus tard d'être éclairé que les a
Pour entendre la raison de ce que nous
supposons le plan du midi *ab* dont la décl
moindre que l'amplitude qu'a le soleil au
& que cette amplitude soit ET & OR, c
il est évident qu'à mesure que le soleil lev
point *t* au point *a*, il éclairera plutôt le p
que le soleil se leve plus matin à mesure
proche du tropique du Cancer TR ; &
éclaire le plan aussi-tôt qu'il est levé, jusq
soit arrivé en *a* : mais quand il est parvenu
ce point, il n'éclaire plus en se levant la
plan tournée au midi, parce qu'il est au no
au plan : c'est pourquoi le Soleil éclaire
midi le plutôt qu'il est possible le jour qu'
point d'intersection du plan avec l'horison
le Soleil allant du point *r* au point *b*, se co
jours plus tard, & par conséquent il écl

poſſible, quand il ſe couche au point d'interſection du plan avec l'horiſon.

6. Afin de trouver le jour auquel le ſoleil ſe leve le plutôt ou ſe couche le plus tard qu'il eſt poſſible par rapport au plan, il faut chercher quelle doit être la déclinaiſon du ſoleil quand ſon amplitude eſt égale à la déclinaiſon du plan : on ſe ſervira pour cet effet de l'analogie de l'art. 31 du 4me Livre de la Sphere, que l'on trouvera ci-après : or quand on connoîtra la déclinaiſon du ſoleil on verra par le moyen des tables de la déclinaiſon du ſoleil que nous ajouterons à la fin de ce Livre, quel eſt le jour auquel cette déclinaiſon eſt telle qu'on l'aura trouvée.

7. Mais il peut ſe faire que le ſoleil ne ſe leve jamais ni ne ſe couche au point d'interſection de l'horiſon & du plan : ſçavoir, quand la déclinaiſon de ce plan eſt plus grande que l'amplitude orientale ou occidentale du ſoleil aux ſolſtices, plus grande, dis-je, que n'eſt cette amplitude par rapport au lieu où eſt ſitué le plan : par exemple, ſi la déclinaiſon du plan vertical, qui eſt à la latitude de Paris, eſt plus grande qu'environ 37 degrés, le ſoleil ne pourra ſe lever ni ſe coucher au point d'interſection de l'horiſon & du plan. Afin d'entendre la raiſon de ce que nous avançons, il faut remarquer que quand le plan eſt méridional ou ſeptentrional, alors il coupe l'horiſon aux mêmes points que l'équateur : ces points ſont l'orient & l'occident des équinoxes, que l'on appelle le *vrai orient & le vrai occident* ; par conſéquent lorſque le plan décline, il rencontre l'horiſon ou plutôt la circonférence de ce cercle à deux points dont l'un eſt dans la partie ſeptentrionale, & l'autre dans la partie méridionale ; tous les deux à des diſtances des points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qui ſont chacune égales à la déclinaiſon du plan. Si donc cette déclinaiſon excede l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices qui eſt la plus grande de toute l'année, il ne pourra ſe le-

ver ni se coucher aux points de rencontre du plan & de l'horison.

8. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par Fig. 1. la fig. 1, dans laquelle les points de rencontre du plan déclinant avec la circonférence de l'horison sont A & B; la déclinaison du plan est l'angle ACE ou BCO; dont la mesure est l'arc AE ou BO de l'horison, lesquels arcs sont aussi les distances des points d'intersection A & B aux autres points E & O. Cela posé, on voit clairement que si les distances AE & BO sont plus grandes que les amplitudes du soleil au tems des solstices, lesquelles amplitudes se mesurent aussi par des arcs de l'horison pris depuis les points de l'orient & de l'occident des équinoxes jusqu'aux points où le soleil se leve ou se couche alors; on voit, dis-je, que si les distances AE & BO sont plus grandes que ces amplitudes, le soleil ne pourra ni se lever ni se coucher aux points A & B qui sont ceux où le plan déclinant rencontre la circonférence de l'horison.

9. Il paroît par ce que nous avons dit (5) que si la déclinaison du plan est moindre que la plus grande amplitude du soleil, cet astre se montre le plutôt ou disparoît le plus tard qu'il soit possible par rapport au plan, les deux jours auxquels son amplitude est égale à la déclinaison du plan, parce que c'est alors que le soleil se leve ou se couche au point d'intersection du plan & de la circonférence de l'horison. Si donc un plan du midi décline vers l'orient, ce sera au Printems & en Eté que le soleil paroîtra le plutôt par rapport au plan, c'est-à-dire, quand il parcourra les signes septentrionaux; & il se cachera le plus tard pour ce plan dans les deux autres saisons: Soit, par exemple, le plan *ab* qui est tourné vers le midi M, & qui décline vers l'orient E: il est évident que le soleil se levera le plutôt qu'il soit possible pour le plan quand il paroitra le matin au point *a*, lequel point répond aux signes septentrionaux, puisqu'il est
du

du côté du ſeptentrion S. Il eſt clair auſſi que le ſoleil ſe couchera le plus tard pour le plan quand il paſſera le ſoir par le point *b* qui eſt vers le midi. Si le plan du midi décline vers l'occident, comme *fg*, le ſoleil ſe montrera le plutôt à ce plan quand il ſera au point *g* dans les ſignes méridionaux, & ſe cachera le plus tard qu'il ſoit poſſible par rapport au même plan, lorſqu'il ſera au point *f* dans les ſignes ſeptentrionaux. Fig. 1.

10. Pour ce qui eſt des plans du nord, il en faut juger tout autrement. S'ils n'avoient point de déclinaiſon, ils ne jouiroient pas de la préſence du ſoleil pendant l'Automne & l'Hyver, parce qu'il éclaire alors la face oppoſée des plans, c'eſt-à-dire, la face méridionale (Liv. II, art. 24), pendant tout le jour. Ils commenceroient ſeulement à en jouir à l'équinoxe du Printems, & continueroient juſqu'à l'autre équinoxe : mais s'ils déclinent vers l'orient, comme *fg* en tant qu'il eſt tourné vers S & vers E, ils ſont éclairés du ſoleil le matin avant l'équinoxe du Printems, & après celui d'Automne, ſçavoir quand l'amplitude méridionale du ſoleil eſt plus petite que leur déclinaiſon E*g*, & ne le voient le ſoir que quelque tems après l'équinoxe du Printems, & avant celui d'Automne, ſçavoir lorſque l'amplitude ſeptentrionale eſt plus grande que leur déclinaiſon O*f*.

11. Lorſque la déclinaiſon d'un plan du midi eſt égale ou même plus grande que la plus grande amplitude du ſoleil, alors ſi le plan décline vers l'orient, le ſoleil paroîtra tous les jours devant le plan au même moment qu'il ſe levera ſur l'horiſon du lieu; car ſoit le plan AB dont on prenne la face qui eſt du côté du point M, ce ſera un plan du midi déclinant vers l'orient E : je dis que ſi la déclinaiſon AE excéde la plus grande amplitude du ſoleil, ou lui eſt égale, il ſera éclairé le matin tout auſſi-tôt que cet aſtre paroîtra ſur l'horiſon, puiſque l'amplitude n'étant pas plus

[illegible]

[illegible] I [illegible]

[illegible] les deux [illegible] & sur l'au- [illegible] Cadran

horiſontal, c'eſt celle qui eſt parallele au plan vertical qui déſigne la premier & la dernieree heure qu'il faut marquer ſur un Cadran vertical. Voici comment on trouve cette ligne horaire du Cadran horiſontal. Fig. 2.

14. Que la ligne CMA repréſente la méridienne du Cadran horiſontal, la ligne EMO perpendiculaire à CMA ſera l'interſection du premier vertical avec le plan horiſontal, & déſignera par ſes extrêmités E & O l'orient & l'occident: il faut tirer la ligne IL ou IML qui faſſe avec la perpendiculaire EO l'angle IMO égal à la déclinaiſon du plan vertical (je ſuppoſe que le plan décline vers l'orient): cette ligne IL ſera celle du plan, c'eſt-à-dire, qu'elle repréſentera l'interſection du plan vertical avec le plan horiſontal, dont la méridienne eſt CMA: ainſi de toutes les lignes horaires du Cadran horiſontal, celle qui eſt parallele à cette ligne du plan déſigne la premiere & la derniere heure du Cadran vertical, lorſqu'elle eſt prolongée de part & d'autre au-delà du centre C. Or cette ligne horaire RCT, parallele à IML, fait avec la méridienne CM un angle aigu TCM égal à CMI qui eſt le complément de IMO déclinaiſon du plan. Il ne s'agit donc que de trouver une ligne horaire entre celle du ſoir qui faſſe avec la méridienne un angle égal au complément de la déclinaiſon du plan: (nous diſons une ligne horaire entre celle du ſoir, parce que nous avons ſuppoſé le Cadran vertical déclinant vers l'orient). On apprendra la méthode de trouver cette ligne par l'exemple ſuivant.

15. Suppoſons qu'un plan du midi ſitué au quarante-neuvieme degré de latitude décline vers l'orient de 30 deg. l'angle TCM ſera de 60^{d}, puiſqu'il eſt égal à l'angle CMI, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan; il faut donc chercher quelle eſt la ligne horaire du ſoir, qui fait avec CM un angle de 60^{d}. Or cela ſe trouve par la proportion dont on ſe ſert pour con-

connoître les angles horaires du Cadran horisontal (Liv. I, art. 50). La voici : *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole, comme la tangente de la distance du soleil au méridien, est à la tangente de l'angle horaire*, qui est ici de 60 degrés, ou bien *invertendo*, afin que le terme inconnu soit le quatriéme, *Le sinus de la hauteur du pole est au sinus total, comme la tangente de l'angle horaire qui est égal au complément de la déclinaison du plan, est à la tangente de la distance du soleil au méridien.* Les trois premiers termes de cette proportion sont connus : on trouvera donc le quatriéme, qui dans notre exemple est la tangente de 66° 27′ lesquels étant réduits donnent $4^h\ 25^m\ 48^s$; ainsi la derniere ligne horaire qu'on puisse tracer, est celle de $4^h\ 25^m\ 48^s$, ou plutôt environt $4^h\ 26^m$; par conséquent la premiere sera aussi à peu près celle de $4^h\ 26^m$ du matin, comme nous le prouverons bientôt.

16. Afin d'entendre pourquoi la ligne horaire parallele à la ligne du plan est le terme de toutes les heures du matin & du soir, qu'il faut marquer sur le Cadran vertical, il faut concevoir un Cadran horisontal qui soit fait pour la latitude du lieu où est le plan vertical, & qui soit enfoncé dans le plan vertical, comme nous l'avons dit (13), de maniere que la méridienne de l'horisontal aille rencontrer celle du vertical, & que l'axe de celui-ci aboutisse au centre de l'horisontal : alors cet axe sera l'éguille commune des deux Cadrans. Or l'ombre de cette éguille ne pourra tomber le matin sur le Cadran vertical avant que sa direction prise sur le Cadran horisontal soit parallele au plan du premier Cadran. De même l'ombre de l'axe ne pourra plus tomber le soir sur le Cadran vertical après le tems auquel elle est parallele au plan de ce Cadran.

17. Il suit de-là qu'un Cadran vertical du midi peut marquer douze heures, & pas d'avantage : car une ligne horaire prolongée de part & d'autre du centre désigne par les deux extrêmités des heures, diamétralement

opposées, c'est-à-dire, également éloignées l'une de minuit & l'autre de midi : si par exemple, une extrémité désigne 5 heures du matin, l'autre marquera 5 heures du soir, puisque chaque cercle horaire, dont une ligne horaire est l'intersection, désigne deux heures oppsées, une le matin, l'autre le soir. Mais si un plan vertical a une déclinaison qui excéde la plus grande amplitude du soleil, il ne pourra marquer 12 heures, soit parce que le soleil ne sera pas encore levé sur l'horison du lieu, quoiqu'il soit déja devant le plan, soit parce que le soleil sera couché lorsqu'il est encore devant ce plan.

18. On peut remarquer que si un Cadran vertical du midi n'a point de déclinaison, il montrera les heures seulement depuis 6ʰ du matin jusqu'à 6ʰ du soir. Car le Cadran horisontal étant appliqué contre ce Cadran vertical, comme nous l'avons dit (13), la méridienne de l'horisontal sera perpendiculaire au plan vertical ; & par conséquent ce sera la ligne de 6ʰ qui sera parallele à ce plan. C'est à un même jour, sçavoir au tems des équinoxes, que ce Cadran vertical est éclairé depuis 6 heures du matin jusqu'à 6 heures du soir. Pour ce qui est des Cadrans déclinants dont la déclinaison ne surpasse pas la plus grande amplitude du soleil, ils ne sont jamais éclairés 12ʰ de suite, parce que le jour auquel le soleil éclaire plutôt le plan n'est pas celui auquel il l'éclaire le plus tard.

19. De ce que nous avons dit ci-dessus, on peut déduire une autre méthode de marquer les premieres & les dernieres heures des Cadrans du midi, lorsque leur Fig. 1.
déclinaison ne surpasse pas la plus grande amplitude du soleil : car la premiere heure qu'il faut marquer sur un Cadran du midi, comme *ab*, qui décline vers l'orient E, est celle à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude septentrionale est égale à la déclinaison du Cadran, c'est-à-dire, quand il se leve au point *a* : & si le Cadran du midi décline vers l'occident, comme *fg*, cette

Fig. 1. premiere heure est celle à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude méridionale est égale à la déclinaison du plan : c'est ce qui arrive lorsqu'il se leve au point *g*. La raison en est que c'est alors que le soleil éclaire plutôt le plan (5).

20. Or pour trouver l'heure à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude est égale à la déclinaison du plan, il faut chercher d'abord quelle est la déclinaison du soleil pour le tems de cette amplitude, & quand on aura trouvé cette déclinaison, on cherchera à quelle heure il se leve alors. Voici l'analogie dont il faudra se servir pour trouver la déclinaison du soleil : *Le sinus total est au sinus de l'amplitude, comme le sinus du complément de la hauteur du pole est au sinus de la déclinaison cherchée.*

21. Cette déclinaison étant connue, on trouvera l'heure à laquelle le soleil se levera par cette autre analogie ; *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du soleil, comme le sinus total est au sinus d'un arc*, dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, ou bien on les en retranchera, & la somme ou la différence sera le tems qu'il y a entre l'instant auquel le soleil se leve & midi, pourvû qu'on n'ait point d'égard à l'effet de la réfraction qui est causée par l'air. On prendra la somme quand le plan décline vers l'orient, & la différence lorsqu'il décline vers l'occident. La premiere analogie est tirée de l'article 51 du quatriéme Livre de la Sphére, & la seconde, de l'art. 23. du même Livre.

Supposons la hauteur du pole de 49 degrés, & la déclinaison du plan vers l'orient de 30 degrés les logarithmes des trois premiers termes de la premiere analogie seront les nombre 1000000, 969897, 981694, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 951591, qui est le sinus artificiel de 19^d 9'. C'est la déclinaison du soleil quand son amplitude est de 30 degrés. Les logarithmes des trois

premiers termes de la ſeconde ſeront 993916, 954065, 1000000. Or le premier de ces trois nombres étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 960149, qui eſt le ſinus artificiel de $23^d\ 33'$, leſquels étant réduits donnent une heure 34^m 12 ſec. qu'il faut ajouter à 6 heures, la ſomme ſera $7^h\ 34^m\ 12^f$. C'eſt le tems qu'il y a entre midi & l'inſtant auquel le ſoleil ſe leve quand il décline de $19^d\ 9'$ vers le pole élevé : il faut donc ôter cette ſomme de 12^h, le reſte $4^h\ 26^m$ (je néglige les ſecondes) ſera la premiere heure qu'il faudra marquer ſur le Cadran.

22. Lorſqu'on a les premieres heures, on peut aiſément trouver qu'elles ſont les dernieres, puiſque dans les Cadrans dont la déclinaiſon eſt moindre que la plus grande amplitude du ſoleil, celles-ci doivent être éloignées des premieres par un intervalle de 12 heures, comme nous l'avons déja fait voir (17).

23. On pourroit auſſi déterminer immédiatement la derniere heure en prenant pour les plans qui déclinent vers l'orient la différence entre ſix heures, & ce que l'on trouve par la ſeconde analogie : ainſi dans l'exemple propoſé je retranche $1^h\ 34'$ de 6 heures, le reſte $4^h\ 26^m$ eſt la derniere heure qu'il faudra marquer ſur le Cadran, parce que c'eſt à cette heure que le ſoleil ſe couche lorſqu'il décline de $19^d\ 9'$ vers le pole inférieur. Si le plan décline vers l'occident, on prendra pour la derniere heure la ſomme de 6 heures, & de ce que l'on aura trouvé par la ſeconde analogie.

24. Nous remarquerons que quand les plans du midi déclinent moins que la plus grande amplitude du ſoleil, on peut y tracer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle moindre que 90 degrés. Pour en appercevoir la raiſon, il faut imaginer le ſoleil ſe levant ou ſe couchant à l'interſection du plan & de l'horiſon; dans ce cas on conçoit que le bout de l'axe qui eſt au centre du Cadran fera une ombre qui partira du centre du Cadran, & qui ſera parallele à l'horiſon, parce que ce

centre peut être considéré comme étant dans le plan de l'horison à cause de la grande distance du soleil : ainsi cette ombre fera avec la méridienne un angle droit. Le Cadran commencera donc ou finira à montrer l'heure, quand l'ombre de l'axe fera un angle droit avec la méridienne. Par conséquent la premiere & la derniere lignes horaires feront chacune avec la méridienne un angle droit.

25. Si le plan qui est tourné obliquement vers le midi a une déclinaison qui excéde la plus grande amplitude du soleil, il commencera toujours d'être éclairé aussi-tôt que le soleil se levera sur l'horison du lieu, s'il décline à l'orient : mais s'il décline à l'occident, il ne cessera d'être éclairé pendant toute l'année que quand le soleil se couchera (11). Pour ce qui est du tems ou du jour auquel le plan du midi qui décline vers l'orient cessera le plus tard d'être éclairé, ce sera quand le soleil décrira le tropique du Capricorne : le même jour le plan du midi qui décline vers l'occident commencera d'être éclairé le plutôt qu'il sera possible : car un plan du midi étant toujours parallele à un horison de la partie méridionale de la Terre (Liv. II, art. 19), le soleil doit commencer ou cesser d'éclairer ce plan au même moment qu'il se leve ou se couche sur cet horison, pourvû qu'il soit alors sur l'horison du lieu où est le plan. Or le soleil se leve le plutôt & se couche le plus tard qu'il soit possible, par rapport à un horison méridional, quand le soleil décrit le tropique du Capricorne : c'est donc ce jour-là même que le soleil éclaire le plutôt qu'il est possible un plan du midi qui décline vers l'occident, & qu'il cesse d'éclairer le plus tard un plan qui décline vers l'orient.

26. Cela posé, voici la méthode de trouver les dernieres heures dans les Cadrans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident, en supposant toujours que la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du soleil. On cherchera d'abord l'heure à laquelle le soleil se couche par rapport

'horiſon parallele au plan, quand il décrit le tropique Fig. 1.
Capricorne; ce qui ſera facile en connoiſſant la hau-
ır du pole ſur le plan, qui eſt la même que la hauteur
pole ſur cet horiſon : il faudra faire l'analogie ſuivan-
La tangente du complément de la hauteur du pole ſur
ɔlan, eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt
rs de 23^{d} $28'$, *comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc*
nt les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera
heures, & la ſomme ſera l'heure à laquelle le ſoleil
:ouchera par rapport à l'horiſon parallele au plan :
uite on trouvera par la différence des méridiens quelle
ıre il eſt au lieu où eſt ſitué le plan au moment que le
eil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan;
te heure ſera la derniere qu'on puiſſe marquer ſur le
n. Voici un exemple qui fera entendre la méthode :
ɔpoſons un plan vertical à la latitude de 48^{d} 51^{m}, qui
celle de Paris : la déclinaiſon du plan ſoit de 54 de-
s, la hauteur du pole ſur le plan ſera (Liv. II, art.
ı) de 22^{d} $45'$, & la différence des méridiens (Liv.
art. 185.) de 61^{d} $19'$: on cherchera l'heure à la-
elle le ſoleil ſe couche à l'égard de l'horiſon ſur le-
el le pole eſt élevé de 22^{d} $45'$ lorſqu'il décrit le tro-
ue voiſin, on cherchera, dis-je, cette heure par l'a-
ogie qu'on vient de rapporter. Voici les logarithmes
trois premiers termes, 1037744, 963761, 1000000:
e premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme
deux autres, on aura le reſte 926017, qui eſt le ſi-
artificiel de 10^{d} $29'$, leſquels étant réduits en parties
eures font preſque 42 minutes : j'ajoute donc 42 mi-
es à 6 heures, & la ſomme 6^{h} 42^{m} eſt l'heure à la-
lle le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon paral-
au plan lorſque le ſoleil décrit le tropique du Capri-
ne. Après cela je cherche par la différence des longi-
es ou des méridiens quelle heure il eſt à Paris quand
t 6 heures 42 min. ſur cet horiſon. La différence des
idiens en degrés étant de 61^{d} $19'$, elle ſera en tems
4 heures 5 minutes 16 ſec. il faut donc ôter 4^{h} 5^{m} $16^{ſ}$

centre peut être considéré comme étant dans le plan de l'horison à cause de la grande distance du soleil : ainsi cette ombre fera avec la méridienne un angle droit. Le Cadran commencera donc ou finira à montrer l'heure, quand l'ombre de l'axe fera un angle droit avec la méridienne. Par conséquent la premiere & la derniere lignes horaires feront chacune avec la méridienne un angle droit.

25. Si le plan qui est tourné obliquement vers le midi a une déclinaison qui excéde la plus grande amplitude du soleil, il commencera toujours d'être éclairé aussi-tôt que le soleil se levera sur l'horison du lieu, s'il décline à l'orient : mais s'il décline à l'occident, il ne cessera d'être éclairé pendant toute l'année que quand le soleil se couchera (11). Pour ce qui est du tems ou du jour auquel le plan du midi qui décline vers l'orient cessera le plus tard d'être éclairé, ce sera quand le soleil décrira le tropique du Capricorne : le même jour le plan du midi qui décline vers l'occident commencera d'être éclairé le plûtôt qu'il sera possible : car un plan du midi étant toujours parallele à un horison de la partie méridionale de la Terre (Liv. II, art. 19), le soleil doit commencer ou cesser d'éclairer ce plan au même moment qu'il se leve ou se couche sur cet horison, pourvû qu'il soit alors sur l'horison du lieu où est le plan. Or le soleil se leve le plutôt & se couche le plus tard qu'il soit possible, par rapport à un horison méridional, quand le soleil décrit le tropique du Capricorne : c'est donc ce jour-là même que le soleil éclaire le plutôt qu'il est possible un plan du midi qui décline vers l'occident, & qu'il cesse d'éclairer le plus tard un plan qui décline vers l'orient.

26. Cela posé, voici la méthode de trouver les dernieres heures dans les Cadrans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident, en supposant toujours que la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du soleil. On cherchera d'abord l'heure à laquelle le soleil se couche par rapport

à l'horiſon parallele au plan, quand il décrit le tropique du Capricorne; ce qui ſera facile en connoiſſant la hauteur du pole ſur le plan, qui eſt la même que la hauteur du pole ſur cet horiſon : il faudra faire l'analogie ſuivante, *La tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan, eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt alors de* 23ᵈ 28′, *comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, & la ſomme ſera l'heure à laquelle le ſoleil ſe couchera par rapport à l'horiſon parallele au plan : enſuite on trouvera par la différence des méridiens quelle heure il eſt au lieu où eſt ſitué le plan au moment que le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan; cette heure ſera la derniere qu'on puiſſe marquer ſur le plan. Voici un exemple qui fera entendre la méthode : Suppoſons un plan vertical à la latitude de 48ᵈ 51ᵐ, qui eſt celle de Paris : la déclinaiſon du plan ſoit de 54 degrés, la hauteur du pole ſur le plan ſera (Liv. II, art. 181) de 22ᵈ 45′, & la différence des méridiens (Liv. II, art. 185.) de 61ᵈ 19′ : on cherchera l'heure à laquelle le ſoleil ſe couche à l'égard de l'horiſon ſur lequel le pole eſt élevé de 22ᵈ 45′ lorſqu'il décrit le tropique voiſin, on cherchera, dis-je, cette heure par l'analogie qu'on vient de rapporter. Voici les logarithmes des trois premiers termes, 1037744, 963761, 1000000 : or le premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 926017, qui eſt le ſinus artificiel de 10ᵈ 29′, leſquels étant réduits en parties d'heures font preſque 42 minutes : j'ajoute donc 42 minutes à 6 heures, & la ſomme 6ʰ 42ᵐ eſt l'heure à laquelle le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan lorſque le ſoleil décrit le tropique du Capricorne. Après cela je cherche par la différence des longitudes ou des méridiens quelle heure il eſt à Paris quand il eſt 6 heures 42 min. ſur cet horiſon. La différence des méridiens en degrés étant de 61ᵈ 19′, elle ſera en tems de 4 heures 5 minutes 16 ſec. il faut donc ôter 4ʰ 5ᵐ 16ſ Fig. 1.

de 6 heures 42 min. le reste 2^h & environ 37^m sera la derniere heure qu'il faut marquer sur le Cadran, parce qu'il est 2^h 37^m à Paris, quand le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan.

Si le plan avoit décliné vers l'occident, il auroit fallu ôter le reste 2^h 37^m de 12^h, & le nouveau reste 9^h 23^m auroit été la premiere heure qu'on auroit pû marquer sur le Cadran.

Nous avons déja averti ailleurs (Liv. II, art. 236), qu'il ne faut jamais tracer dans les Cadrans du midi des lignes horaires qui soient au-dessus d'une horisontale menée par le centre du Cadran.

27. On peut observer ici que cette méthode pour les plans du midi dont la déclinaison excéde la plus grande amplitude du soleil, ne peut avoir d'application aux autres plans du midi, parce que le soleil n'est pas sur l'horison du lieu lorsqu'il se leve ou se couche sur ces plans au solstice d'Hyver. Il est facile de s'en convaincre par l'exemple qu'on a rapporté cidessus (21).

28. Pareillement la premiere méthode que nous avons expliquée (15) pour les plans qui déclinent moins que la plus grande amplitude du soleil, ne peut servir pour ceux qui déclinent au-delà de cette amplitude : car le soleil n'étant jamais à l'horison dans le tems qu'il se leve ou se couche sur ces derniers plans, l'ombre de l'axe tombant sur un Cadran horisontal disposé comme nous avons dit (13) ne peut être parallele au plan.

29. Afin d'entendre plus facilement la méthode de trouver les premieres & les dernieres heures des Cadrans verticaux du nord, nous rappellerons en peu de mots certaines remarques que nous avons déja faites, & nous en ajouterons quelques autres. Nous supposons que les plans sont situés hors des deux tropiques.

30. 1°. Quand les plans du nord ont une moindre déclinaison que la plus grande amplitude du soleil, c'est-à-dire, celle qu'il a aux solstices, il y a deux premieres &

deux dernieres heures à marquer; ſçavoir la premiere du matin & la derniere du ſoir, & enſuite la derniere avant midi, & la premiere après midi: car puiſque le ſoleil ceſſe d'éclairer ces plans pendant une partie du jour, & qu'il recommence enſuite à les éclairer le même jour, il faut qu'il y ait une derniere heure avant midi, & une premiere après.

31. 2°. Tout plan du nord eſt parallele à l'horiſon d'un lieu qui eſt dans la partie ſeptentrionale de la Terre (Liv. II, art. 91). Or le plus long jour pour chaque horiſon ſitué dans cette partie eſt celui du ſolſtice d'Eté, ou celui auquel le ſoleil décrit le tropique du Cancer. Ce jour eſt donc auſſi celui où le ſoleil ſe leve le plutôt & ſe couche le plus tard ſur le plan.

32. 3°. Le ſoleil ſe leve ſur un plan du nord quand il commence à l'éclairer après midi, & il ſe couche ſur le même plan lorſqu'il ceſſe de l'éclairer avant midi; ainſi le ſoleil eſt derriere ce plan depuis la derniere heure avant midi juſqu'à la premiere après midi: c'eſt pourquoi il ne faut marquer aucune des heures qui ſont entre celle qui eſt la derniere du matin & celle qui eſt la premiere du ſoir le jour du ſolſtice d'Eté.

33. 4°. La premiere heure du matin & la derniere du ſoir qu'il faut marquer ſur les Cadrans du nord ſont celles auquelles le ſoleil ſe leve & ſe couche au ſolſtice d'Eté par rapport à l'horiſon du lieu. C'eſt, par exemple, environ 4 heures du matin & 8 heures du ſoir pour la latitude de Paris.

34. 5°. Quand la déclinaiſon du plan eſt plus grande que l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices, il ne faut marquer des heures que d'un côté de la ligne de minuit, qui eſt une verticale qui paſſeroit par le centre du Cadran: ſi le plan décline vers l'orient, on marquera les heures du matin; s'il décline vers l'occident, on marquera celles du ſoir. La raiſon en eſt que le ſoleil n'éclaire ces plans qu'avant ou après midi (12).

35. 6°. Ce qu'on appelle l'heure de la ſouſtilaire eſt

l'inſtant du midi pour l'horiſon parallele au plan. Or cette heure ſe connoît par la différence des méridiens, ſi, par exemple, la différence des méridiens eſt de 30 degrés ou de 2 heures, l'heure de la ſouſtilaire ſera 2 heures après minuit ou 10 heures du ſoir, ſuivant que le plan décline vers l'orient ou vers l'occident; c'eſt-à-dire, qu'il ſera midi ſur l'horiſon parallele au plan dans le tems qu'il ſera 2^h après minuit, ou 10^h du ſoir au lieu où eſt ſitué le plan.

Il n'y a point de difficulté par rapport à la premiere heure du matin & la derniere du ſoir: il ne s'agit donc que de donner la méthode de trouver la premiere heure de l'après-midi, & la derniere heure d'avant midi. En voici une qui ſuppoſe, de même que la méthode pour les plans du midi, dont la déclinaiſon excéde l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices, qui ſuppoſe, dis-je, qu'on connoît la hauteur du pole ſur le plan & la différence des méridiens.

36. On cherchera d'abord l'arc ſemi-diurne ou la durée de la moitié du jour au ſolſtice d'Eté ſur l'horiſon parallele au plan. Pour cela, 1°. on fera la proportion ſuivante, qui eſt la même que celle dont nous nous ſommes ſervis (21): *La tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan, eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt alors de* $23^d\ 28'$, *comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures on les ajoutera à 6 heures, & la ſomme ſera la moitié du jour au ſolſtice d'Eté pour l'horiſon parallele au plan. 2°. On cherchera auſſi l'heure de la ſouſtilaire par la différence des méridiens réduite en heures; cette heure de la ſouſtilaire tombe entre minuit & 6 heures du matin, ſi le plan décline à l'orient; & entre ſix heures du ſoir & minuit, s'il décline vers l'occident. 3°. On retranchera la moitié du jour qu'on aura trouvée de l'heure de la ſouſtilaire, qui eſt l'inſtant de midi pour l'horiſon parallele au plan, la différence ſera la premiere heure après midi, c'eſt-à-dire, l'heure à laquelle le ſoleil ſe levera

ſur le plan ou ſur l'horiſon parallele. On ajoutera auſſi la même moitié à l'heure de la ſouſtilaire; la ſomme ſera la derniere heure avant midi. Voici un exemple dans lequel on ſuppoſe la déclinaiſon du plan de 15 deg. vers l'orient, & que ce plan eſt ſitué à la latitude de Paris, laquelle eſt de $48^d\ 51'$, la hauteur du pole ſur ce plan eſt de $39^d\ 28'$, & la différence des méridiens eſt de $19^d\ 35'$, ou d'une heure 18 minutes. Par la pratique de la méthode on trouvera 1°. que la proportion marquée donne l'arc de $20^d\ 57'$, ou de 1^h & preſque 24^m, lequel tems ajouté à 6 heures donne $7^h\ 24^m$ pour la moitié du plus grand jour du plan. 2°. Que l'heure de la ſouſtilaire eſt $1^h\ 18^m$ après minuit ou $13^h\ 18^m$ après midi. 3°. Que la moitié du plus grand jour, ſçavoir $7^h\ 24^m$ étant retranchée de $13^h\ 18^m$ après midi, le reſte ſera $5^h\ 54^m$ du ſoir; & que la même moitié étant ajoutée à $1^h\ 18^m$, la ſomme ſera $8^h\ 42^m$ du matin; ainſi la premiere heure après midi pour ce plan eſt $5^h\ 54^m$, & la derniere avant midi eſt $8^h\ 42^m$.

Quand il s'agit de déterminer les premieres & les dernieres heures, on ne fait point d'attention à l'effet cauſé par la réfraction, auſſi nous n'y avons point eu d'égard dans tous les calculs que nous avons faits ſoit pour les plans du midi, ſoit pour ceux du nord.

Nous ajoutons ici une Table qui ſervira à trouver les premieres & les dernieres heures pour les Cadrans dont la déclinaiſon eſt plus grande que l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices : elle commence au quarante-troiſiéme degré de latitude, & finit au cinquante-troiſiéme : ainſi elle comprend toute l'étendue de la France & s'étend encore au-delà vers le nord.

TABLE QUI CONTIENT LES HEURES auxquelles le soleil commence le plutôt ou cesse le plus tard dans l'année, d'éclairer les Plans verticaux du midi dont la déclinaison surpasse l'amplitude du soleil aux solstices.

Heures du matin.	LATITUDE.						Heures du soir.
	43.	45	47	49	51	53	
	DÉCLINAISON DU PLAN.						
midi	90^d	90^d	90^d	90^d	90^d	90^d	midi
XI½	82 31	82 37	82 43	82 48	82 52	82 56	XII½
XI	75 9	75 21	75 31	75 41	75 49	75 56	I
X½	68 0	68 16	68 30	68 43	68 53	68 2	I½
X	61 10	61 27	61 43	61 57	62 9	62 18	II
IX½	54 40	54 57	55 13	55 25	55 37	55 46	II½
IX	48 31	48 46	49 0	49 11	49 19	49 26	III
VIII½	42 44	42 55	43 4	43 10	43 15	43 18	III½
VIII	37 15	37 20	37 23	37 24			IV

37. La premiere colomne de cette Table contient les heures auxquelles les plans du midi déclinans vers l'occident commencent à être éclairés au solstice d'Hiver, & la derniere comprend les heures auxquelles les plans du midi qui déclinent vers l'orient cessent d'être éclairés le même jour : par exemple, si un plan du midi situé au 49me degré de latitude décline vers l'occident de 55^d 25', il commence à être éclairé à XI^h 30^m: mais s'il décline de la même quantité vers l'orient, il cesse d'être éclairé à II^h 30^m. Si la déclinaison du plan étoit moyenne entre celles qui sont marquées dans cette Table, on pourroit toujours voir quelle seroit la premiere ou la derniere ligne horaire à marquer sur le Cadran, en faisant attention que plus la décli-

naiſon du plan eſt grande, plus le moment auquel le Cadran commence ou ceſſe d'être éclairé approche de midi. Si, par exemple, à la latitude de 49 degrés le plan décline vers l'occident de 80 degrés, on vera par cette Table que la premiere ligne horaire ſera celle de $XI^{h}\frac{1}{2}$: ſi un plan décline autant vers l'orient, la derniere ligne horaire ſera midi & demi. Je ſuppoſe qu'on ne marque pas les quarts. Nous n'avons mis les degrés de latitude que de deux en deux, parce qu'on verra facilement quelle doit être à peu près la déclinaiſon des plans pour les degrés intermédiaires.

Les plans ſitués au 51me & 53me degrés de latitude qui commencent à être éclairés à 8^{h} du matin, ou qui ceſſent de l'être à 4^{h} du ſoir, ont une déclinaiſon plus petite que l'amplitude du Soleil aux ſolſtices; c'eſt pourquoi nous n'avons rien mis au bas des deux colomnes qui répondent à ces degrés de latitude.

Il ſeroit inutile de faire une Table pour les plans dont la déclinaiſon eſt moindre que la plus grande amplitude du ſoleil, parce que l'on y peut marquer toutes les lignes horaires qui ſont avec la méridienne un angle plus petit que 90 degrés (24).

38. Nous allons expoſer la méthode dont nous nous ſommes ſervis pour calculer la Table précédente. Elle eſt fondée ſur la réſolution d'un triangle ſphérique tel que ZSP fig. 13 du ſecond Liv. pag. 142, dont les trois ſommets Z, P, S ſont le zenith, le pole & le lieu du ſoleil que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne. Dans ce triangle on connoît trois choſes; le côté PZ, qui eſt le complément de la latitude ZA; le côté PS, qui eſt de $113^{d}\,28'$ depuis le pole P juſqu'au tropique du Capricorne; & enfin l'angle ZPS, qui eſt déterminé & connu par le tems qu'il y a entre midi & le moment auquel on ſuppoſe que le ſoleil commence ou ceſſe d'éclairer le plan. Si, par exemple, le plan commence à être éclairé à 10 heures, l'angle ZPS ſera de 30 degrés, à raiſon de 15 degrés par heure. Il s'agit de trouver

§. 13. l'angle obtus SZP, ou plutôt le supplément XZS que fait
§. 142. le plan vertical désigné par ZS avec le méridien AZP. Pour cet effet il faut d'abord concevoir l'arc SX d'un grand cercle perpendiculaire au méridien; puis on fera l'analogle suivante pour trouver le côté PX du triangle rectangle PXS: *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle* P *ou* ZPS, *comme la tangente de l'hypotenuse* PS *est à la tangente du côté* PX.

Le côté PX est le supplément de l'arc qu'on trouvera dans les Tables, parce que l'hypotenuse PS étant plus grande qu'un quart de cercle, le côté PX doit aussi être plus grand qu'un arc de 90 degrés. Or quand on connoîtra PX on en retranchera PZ, le reste sera ZX : ensuite on fera cette seconde analogie pour avoir l'angle cherché XZS.

Le sinus de ZX *est au sinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* P *est à la tangente de* XZS.

Cet angle XZS, que fait le plan vertical avec le méridien étant aigu, son complément sera la déclinaison du plan, comme on le voit par la fig. 6 du second Livre page 90; car la déclinaison ACP du plan AB est le complément de l'angle ACS que fait le même plan avec le méridien SM; ainsi quand on aura trouvé dans les Tables l'angle XZS, il en faudra prendre le complément, ce sera la déclinaison du plan. Voici un exemple dans lequel on suppose qu'un plan situé au 49me degré de latitude commence d'être éclairé à 10 heures du matin. Nous ne ferons que mettre les opérations sans les expliquer.

Calcul

Calcu de la premiere analogie. Fi 12. pag 142.

993753 cosinus artificiel de P= 30^d
1036239 tangente artifi. de PS= 113^d 28′.

2029992 somme
1000000 sinus total artificiel.

reste 1029992 tangente artif. de 63^d 23′.
supplément 116 37=PX.
41 0=PZ.

rèste 75 37=ZX.

Calcul de la seconde analogie.

995135 sinus artificiel de PX.
976144 tangente artif. de P.

1971279 somme
998617 sinus artificiel de ZX.

reste 972662 tang. artif. de 28^d 3′.
complément 61 57=décl. du plan.

39. On pourroit se servir du même triangle sphérique ZSP pour trouver à quelle heure le soleil commenceroit ou cesseroit d'éclairer un plan vertical tous les jours de l'année, pourvû qu'on connût la déclinaison du plan, la latitude du lieu & la déclinaison du soleil : car la déclinaison du plan feroit connoître l'angle PZS, parce que c'est le complément de cet angle : la latitude est le complément du côté PZ, & enfin la déclinaison du soleil soit septentrionale, soit méridionale, est aussi le complément du côté PS. (Le complément d'un angle obtus ou d'un arc de plus de 90 degrés est l'excès de cet angle ou de cet arc au-dessus de 90 degrés). Nous ne nous arrêterons pas à rapporter les deux analogies néceſſaires pour trouver l'angle cherché ZPS, cela n'appartient pas à notre sujet. On peut les voir au second cas du Problême II de la résolution des triangles sphériques art. 63, qui précede nos Tables des sinus.

DE LA CONSTRUCTION DE L'AXE & de la maniere de le placer.

40. Quand toutes les lignes horaires sont tracées, il faut placer l'axe du Cadran en sorte qu'il soit parallele à l'axe du monde. Or pour cet effet il faut qu'il fasse avec la soustilaire, & par conséquent avec le plan (Liv. II. art. 23.) un angle égal à la hauteur du pole sur le plan; ce qui ne paroît pas d'abord aisé dans l'exécution, & ne le seroit pas effectivement, si on n'avoit pas une *double équerre* : c'est un instrument de bois
Fig. 3. tel que ABC, fait de deux piéces principales AM & BC attachées perpendiculairement l'une à l'autre par un tenon. Il y a encore deux autres parties NG & NH pour maintenir les deux premieres fermes dans leur situation. La premiere piéce AM doit avoir environ trois pieds de longueur sur deux pouces un quart de largeur ; la seconde BC sera d'un pied & demi de longueur sur deux pouces un quart de largeur : les deux autres qui servent d'appui ont un peu moins de largeur; mais elles ont toutes la même épaisseur qui est d'environ un pouce. Il faut tracer sur la premiere piece la ligne AM qui soit exactement perpendiculaire sur le bord inférieur EF de la seconde piece. De plus on attachera au bas de la piece BC deux points E, F qui ayent environ trois lignes en dehors, & qui soient également distantes du point M : ces pointes servent à empêcher la double équerre de glisser sur le mur quand on applique le bord EF, comme nous le dirons dans la suite.

Il est à propos que ces pointes soient dans le plan de l'équerre sur lequel la ligne AM est tracée : pour cela il faut que leur racine, pour ainsi dire, soit un peu applatie, & qu'il y ait un ou deux trous pour les attacher avec des cloux au plan de la piece BC.

41. Il y a encore une triple équerre *abcn* qui est d'usage, sur-tout quand le Cadran n'a point de centre à

cause de la trop grande déclinaison du plan. On la place Fig. 4.
du côté où devroit être le centre du Cadran pour arrêter une des pointes de l'axe tandis qu'on le fait sceller. Il faut qu'il y ait une ligne *am* qui soit perpendiculaire au bord *ef*: on doit aussi attacher deux ou trois pointes *e*, *f*, *g* pour fixer cet instrument sur le plan. Nous en expliquerons l'usage dans la suite. Il faut présentement exposer comment l'axe doit être construit, & quelle doit être la longueur & la situation de ses supports.

42. La longueur de l'axe doit être telle que son ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne dans le tems même que cette ombre est la plus courte, afin que l'on puisse toujours juger de l'heure qu'il est par la partie de l'ombre qui tombe sur l'extrémité de la ligne horaire. Or nous dirons dans la suite comment on trouve cette longueur de l'axe pour les plans verticaux. Quant à sa grosseur, elle doit être d'environ 5 ou 6 lignes de diametre, & un peu plus quand le Cadran est fort élevé. Il faut la faire égale dans toute la longueur, ou plutôt un peu moindre vers l'extrémité qui doit être au centre du Cadran. Au reste il est nécessaire que les deux bouts finissent en pointes qui soient dans le milieu de la grosseur, c'est-à-dire, dans l'axe de l'axe même.

43. Pour ce qui est des supports, le plus grand doit être à peu près vers le milieu de l'axe, un peu plus éloigné du bout qui est au centre, que de l'autre. Le plus petit support doit être attaché à un point de l'axe éloigné du centre du Cadran d'environ 4 ou 5 pouces. La partie enfoncée dans le mur doit être de 5 à 6 pouces pour le grand support, & d'environ 4 pouces pour le petit. Il est bon que cette partie enfoncée soit fendue vers l'extrémité, & que les deux branches soient recourbées en arcs. Chaque suport doit être à peu près de la même grosseur que l'axe vers l'extrémité qui y est jointe: mais il faut qu'il soit plus gros & plus fort vers le mur, sur-tout s'il s'agit du grand. Reste à déterminer la longueur de la partie extérieure de chaque

Fig. 5. support, c'est-à-dire, celle qui est située entre l'axe & le plan du mur ou la soustilaire : c'est ce que l'on peut trouver par une figure en faisant sur une table ou sur un autre plan un angle égal à la hauteur du pole sur le plan, dont un des côtés représentera la soustilaire & l'autre l'axe. Nous allons déterminer cette partie extérieure par le calcul, en supposant les supports perpendiculaires à l'axe.

44. Soit l'angle LCX égal à la hauteur du pole sur le plan, CL représente la soustilaire, CX l'axe, le point G est l'endroit de l'axe auquel on veut attacher le grand support : il s'agit de trouver GH. Dans le triangle CGH rectangle en G on connoît l'angle droit G, l'angle C hauteur du pole sur le plan, & on mesure avec le compas à verge le côté CG : ainsi on fera la proportion suivante dans laquelle on prend CG pour rayon, & pour centre C, auquel cas GH devient la tangente de l'angle C : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole sur le plan, comme le côté* CG *est à* GH. De même pour trouver EF, on dira, *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole sur le plan, comme* CE *est à* EF. Tout cela appartient à la construction de l'axe : venons présentement à la maniere de le placer.

45. Il faut concevoir XL tirée de l'extrémité X de l'axe perpendiculairement sur la soustilaire, & chercher la longueur de XL & celle de CL. On les trouvera par le triangle CLX rectangle en L, dont on connoît les angles & le côté CX : car si on considere l'axe CX comme rayon, la perpendiculaire XL sera le sinus de la hauteur du pole sur le plan, & le côté CL le sinus de CXL complément de ce premier angle : ainsi il faudra faire ces deux analogies, *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté* XL, & ensuite, *Le sinus total est au sinus du complément de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté* CL.

46. Quand on aura trouvé ces deux côtés XL & CL, on prendra sur la double équerre (fig. 3) la ligne DM égale à XL, & on marquera le point D avec un ſtilet ou avec un crayon : on prendra auſſi ſur la ſouſtilaire tracée ſur le plan la partie CL telle qu'on l'aura trouvée par le calcul : enſuite on tirera par le point L une perpendiculaire OP à la ſouſtilaire, & on fera deux trous dans le mur aux endroits de la ſouſtilaire où les extrémités des ſupports doivent être enfoncés ; ce que l'on connoîtra à peu près en appliquant l'axe ſur le plan du Cadran, en ſorte que l'extrémité qui doit être au centre y réponde effectivement, & que les parties extérieures des ſupports ſoient compriſes entre la ſouſtilaire & l'axe couché ſur le plan : car les endroits où ces ſupports couperont la ſouſtilaire, ſeront ceux où il faudra faire creuſer des trous. Quand on verra que ces trous ſeront aſſez profonds pour contenir les parties intérieures des ſupports, on eſſaiera de mettre l'axe à peu près dans ſa ſituation naturelle pour connoître ſi ces trous ſont creuſés ſelon la direction que doivent avoir les ſupports. Les trous étant faits comme il faut, on appliquera le bord EF de la double équerre ſur la ligne OP en faiſant enfoncer les pointes de cet inſtrument dans le mur, de maniere que les points M & L ſoient réunis en un ſeul ; puis ayant placé l'axe dans ſa ſituation, il faudra mettre l'extrémité X ſur le point D de l'inſtrument, & appliquer ainſi cet inſtrument contre l'axe qui eſt appuyé de l'autre côté ſur le clou qu'on a dû mettre au centre du Cadran, à la tête duquel il y a un petit trou pour recevoir la pointe de l'axe : c'eſt ce trou qui eſt le vrai centre du Cadran. Fig. 5.

47. La double équerre étant ainſi appliquée contre l'axe dont l'autre extrémité eſt au centre du Cadran, il eſt évident qu'il eſt dans ſa véritable ſituation, puiſqu'il fait avec le plan du Cadran le même angle que l'axe du monde, c'eſt-à-dire, l'angle de la hauteur du pole ſur le plan. Il faut donc fixer l'axe dans cette ſi-

Fig. 5. tuation : pour cela on fera mettre des cales dans les trous autour des supports, en tenant toujours la double équerre appliquée contre la pointe de l'axe, sans néanmoins trop presser, de peur de faire plier l'axe : les cales étant placées au fond des trous & à côté des supports, sur-tout au côté vers lequel tomberoit l'axe s'il n'étoit pas soutenu, on écarte un peu du bout de l'axe le point D de la double équerre, pour voir si l'axe demeure dans la même situation ; ce que l'on reconnoît si en rapprochant la double équerre vers la pointe de l'axe, cette pointe aboutit encore au point D : si cela est ainsi, on fait sceller d'abord le petit support en tenant toujours la double équerre appliquée contre le bout de l'axe : puis quand le plâtre est un peu sec, on fait encore la même épreuve pour voir si l'axe demeure dans la même situation : ensuite on fait sceller le grand support. Mais avant de sceller les supports, il y a encore une autre épreuve à faire, que nous allons expliquer.

48. Quand les cales sont placées, on prend sur la ligne OP des parties égales de côté & d'autre du point L, telles que LO, LP : ensuite on mesure avec le compas à verge ou autrement les distances XO, XP; & si elles sont égales, c'est une marque que l'axe est bien placé, pourvû que d'ailleurs la distance XL soit telle qu'elle doit être ; c'est-à-dire, égale au quatrieme terme de la proportion énoncée ci-dessus : cette épreuve doit aussi être faite après qu'on a scellé les supports, & même lorsqu'on est prêt à ôter l'échaffaud de peur que les ouvriers n'ayent dérangé l'axe en le heurtant par mégarde avec quelque corps.

49. Il faut choisir les points O & P dans des endroits où la surface du mur ne soit ni élevée ni enfoncée : car si un de ces points étoit plus ou moins enfoncé ou élevé que l'autre, l'épreuve seroit fautive. Que si on avoit de la peine à trouver deux points également éloignés de L, qui fussent tels qu'ils doivent être,

& qu'il y en eût ſeulement un, par exemple O, qui fût Fig. 5.
autant élevé que L, on pourroit toujours faire l'épreuve en meſurant la diſtance XO avec le compas à verge, pour voir ſi elle contient autant de parties qu'en doit contenir l'hypothenuſe de l'angle droit XLO, dont les deux côtés ſont donnés : car dans ce cas l'axe eſt bien placé. On ſçait comment on trouve par le calcul (Géom. Liv. II, art. 184) l'hypotenuſe d'un triangle rectangle dont on connoît les deux côtés.

50. Voici comment on détermine la longueur que Fig.
doit avoir l'axe afin que ſon ombre couvre à peu près toute la méridienne dans le tems que cette ombre eſt la plus courte, c'eſt-à-dire, au ſolſtice d'hyver pour les Cadrans verticaux dont il s'agit ici ſur-tout. Suppoſons que l'axe CX a la longueur néceſſaire, afin que le ſoleil répondant pour lors au tropique du Capricorne, ſon rayon qui paſſe par l'extrémité X de l'axe aille aboutir au point I de la méridienne, juſqu'où l'on veut que la plus courte ombre deſcende : on aura le triangle CIX à réſoudre pour trouver le côté CX. Or dans ce triangle on connoît le côté CI, il n'y a qu'à le meſurer. On connoît auſſi l'angle CIX, qui eſt égal au complément de la hauteur méridienne du ſoleil ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, de l'angle que fait le rayon XI avec un plan horiſontal : enfin on connoît encore l'angle CXI : car ſi le ſoleil étoit à l'équateur, le rayon qui en viendroit ſeroit perpendiculaire à l'axe, parce que le bout de l'axe doit être conſidéré comme le centre de l'équateur ou du monde : ainſi l'angle en X formé par l'axe & le rayon du ſoleil, ſeroit droit ; donc puiſque le ſoleil eſt plus bas que s'il étoit à l'équateur, & que la différence eſt la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt alors de 23^{d} 28′, l'angle CXI doit être moindre qu'un angle droit de 23^{d} 28′, & par conſéquent il doit contenir 66^{d} 32′. On fera donc l'analogie ſuivante pour trouver la longueur que doit avoir l'axe afin que ſon ombre méridienne parvienne juſqu'au point I dans le

Fig. 6. tems qu'elle eſt la plus courte, *Le ſinus de l'angle* CXI *eſt à* CI, *comme le ſinus de l'angle* CIX *eſt à* CX; c'eſt-a-dire, *Le ſinus de* 66^d 32′ *eſt à* CI, *comme le ſinus du complément de la hauteur méridienne du ſoleil au ſolſtice d'hyver eſt à* CX.

51. Remarquez que l'angle XCI ou SCM eſt égal au complément de la hauteur du pole, ou, ce qui revient au même, à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon; en voici la preuve : nous venons de faire voir que ſi le ſoleil étoit à l'équateur, le rayon qui paſſeroit par X ou par S ſeroit perpendiculaire à l'axe; & par conſéquent l'angle CSM ſeroit droit (je dis l'angle CSM, parce que le rayon du ſoleil qui paſſeroit par S aboutiroit au point M, que je ſuppoſe être l'interſection de l'équinoctiale avec la méridienne) : ainſi dans le triangle rectangle CSM les deux angles CMS & SCM font un angle droit. Or l'angle CM*r* que fait la verticale CM avec l'horiſontale *hr* eſt auſſi un angle droit : il faut concevoir l'horiſontale *hr* dans le plan du méridien) & cet angle CM*r* eſt composé des deux CMS & SM*r*. Ainſi la ſomme de ces deux angles eſt égale à celle des autres CMS & SCM qui valent auſſi un angle droit. Donc l'angle SCM eſt égal à l'angle SM*r*. Or quand le ſoleil eſt à l'équateur à midi, l'angle SM*r* que fait le rayon du ſoleil avec l'horiſon eſt égal à l'élévation de l'équateur, puiſque l'élévation du ſoleil eſt alors la même que celle de l'équateur. Donc l'angle SCM eſt auſſi égal à l'élévation de l'équateur. Cela avoit déja été démontré d'une autre maniere à l'article 57 du ſecond Livre.

Si le centre du Cadran n'eſt pas ſur la ſurface du mur, il faudra ſe ſervir pour placer l'axe non-ſeulement de la double, mais auſſi de la triple équerre dont nous avons parlé au commencement. Voici les préparations qu'il faudra faire auparavant.

52. 1°. On cherchera à quel point de la ſouſtilaire doit répondre le bout inférieur de l'axe, afin que ſon

ombre vienne juſqu'au bas de la méridienne au tems du ſolſtice d'hyver. Pour cet effet il faut trouver d'abord par le triangle CBM rectangle en B la longueur de la méridienne depuis le centre C juſqu'au point M, qui eſt l'interſection de l'équinoctiale avec la méridienne : dans ce triangle on connoît l'angle droit en B, l'angle MCB compris entre la méridienne & la ſouſtilaire (Liv. II, art. 178), & enfin le côté BM qui eſt la diſtance priſe ſur l'équinoctiale entre la ſouſtilaire & la méridienne, que l'on trouve par les articles 225 & 226 du ſecond Livre : ainſi on trouvera CM. On trouvera auſſi par le même triangle la partie CB de la ſouſtilaire. Quand on aura CM on meſurera MI ou le reſte de la méridienne juſqu'au point I, qui eſt au bas de cette ligne, & on l'ajoutera à CM. Enſuite on cherchera quelle devroit être la longueur de l'axe entier CX afin que ſon ombre méridienne parvînt juſqu'au point I dans le ſolſtice d'hyver; c'eſt ce que l'on trouvera par le triangle CIX, comme nous l'avons dit ci-deſſus (50) en faiſant l'analogie ſuivante, *Le ſinus de l'angle* CXI *eſt à* CI *comme le ſinus de* CIX *eſt à* CX. Enfin quand on aura déterminé quelle devroit être la longueur de l'axe entier, on cherchera le point L de la ſouſtilaire auquel répond le point X, c'eſt-à-dire, le point auquel aboutiroit une ligne menée du point X perpendiculairement ſur le plan. Voici l'analogie tirée du triangle rectangle CLX pour trouver ce point, *Le ſinus total eſt à l'axe* CX, *comme le ſinus de l'angle* CXL, *complément de la hauteur du pole ſur le plan*, *eſt à* CL. On prendra la différence de CL à CB, & on marquera ſur la ſouſtilaire un point L dont la diſtance au point B ſoit égale à cette différence : ce point L ſera celui qu'on cherche. Il faudra encore chercher la ligne XL, comme on l'a preſcrit ci-deſſus (45).

53. 2°. Après qu'on aura fait faire l'axe, ou plûtôt une partie de l'axe, comme VX, avec un ou deux ſupports dont on déterminera la longueur, comme nous

& 7. l'avons dit (44), on meſurera exactement cet axe avec le compas à verge, & on retranchera le nombre des parties qui y ſont contenues, de celui que renferme l'axe entier CX, ainſi on connoîtra le reſte CV, qui ſervira à trouver le point K auquel aboutiroit la perpendiculaire tirée du point V : il n'y aura qu'à faire cette proportion fondée ſur le triangle rectangle CKV, *Le ſinus total eſt à* CV, *comme le ſinus de* CVK, *complément de la hauteur du pole ſur le plan, eſt à* CK. Ce 4[me] terme étant retranché du nombre des parties de CL, le reſte ſera KL : Si donc on marque ſur la ſouſtilaire un point dont la diſtance au point L ſoit égale à ce reſte, on aura le point cherché K. On cherchera auſſi la perpendiculaire VX par une analogie ſemblable à celle qui aura ſervi pour trouver XL.

54. 3°. Il faut marquer les longueurs des deux perpendiculaires VK & XL, ſur les lignes *am* & AM (fig. 4 & 3) de la triple & de la double équerre, en ſorte que *dm* ſoit égale à VK & DM à XL : on tirera enſuite par les points K & L des lignes GH, OP, perpendiculaires à la ſouſtilaire : on fera auſſi creuſer deux trous ſur la ſouſtilaire dans les endroits convenables pour recevoir les deux ſupports, s'il y en a deux ; mais on n'en fera creuſer qu'un, s'il n'y a qu'un ſupport. Or pour voir quels ſont les endroits de la ſouſtilaire auxquels il faut creuſer des trous, on prendra les deux parties KH, LP égales aux perpendiculaires VK, XL, & on couchera l'axe ſur le plan, enſorte que les deux bouts V & X de l'axe répondent aux deux points H & P ; l'axe étant dans cette ſituation, les endroits où les ſupports couperont la ſouſtilaire ſeront ceux où il faudra creuſer, & les parties des ſupports qui paſſeront au-delà de la ſouſtilaire montreront de quelle profondeur il faudra faire les trous.

55. Quand ces trous ſeront faits, on appliquera le bord *ef* de la triple équerre ſur GH. De ſorte que le point *m* ſoit ſur K, & on fera tenir l'inſtrument par

quelqu'un dans cette ſituation. On appliquera de même Fig. 7.
le bord EF de la double équerre ſur la perpendiculaire OP, de maniere que le point M ſoit ſur L. Enfin on mettra l'axe dans ſa ſituation en introduiſant les ſupports dans leurs trous, & en faiſant répondre les deux extrémités de l'axe qui doivent être pointues aux deux points *d* & D des équerres. On fera enſuite ſceller les ſupports avec les mêmes précautions & les mêmes épreuves que nous avons expliquées en parlant d'un axe qui aboutit au centre du Cadran. Il faut même faire ces épreuves par rapport à l'un & à l'autre bout de l'axe.

Je dois avertir ici que ce que j'ai dit touchant la double & la triple équerre & leur uſage, je le dois en bonne partie à M. Deparcieux Maître de Mathématiques, qui m'a auſſi communiqué pluſieurs autres choſes ſur la théorie & ſur la pratique des Cadrans.

De la maniere de tracer une Méridienne, ſoit du tems vrai, ſoit du tems moyen, ſur toutes ſortes de plans.

De la méridienne du tems vrai.

Quand nous traiterons de la méridienne du tems moyen, nous commencerons par expliquer la différence du tems vrai au tems moyen. Il ſuffit d'avertir ici que nous n'avons parlé juſqu'à préſent que du tems vrai, qui eſt celui qui eſt marqué par les Cadrans.

Quoique nous ayons déja parlé la deſcription de la méridienne du tems vrai, ſoit ſur un plan horiſontal, dans le Traité de la Sphere, ſoit ſur les plans verticaux ou inclinés dans le ſecond ou le troiſieme Livre de la Gnomonique, nous avons cru devoir encore ajouter ce qui ſuit, pour l'éclairciſſement d'une matiere qui eſt devenue fort en uſage depuis quelque tems.

56. On attache une plaque ronde de fer ou de cuivre percée au milieu, qui ait environ 8 ou 10 pouces

de diametre, ou même plus, & dont le trou ait un diametre qui contienne à peu près autant de fois une ligne & demie qu'il y a de pieds dans la hauteur du ſtile, c'eſt-à-dire, dans la diſtance du trou de la plaque au plan propoſé ; quelquefois cependant quand la hauteur du ſtile eſt fort grande, comme de 30 à 40 pieds ou davantage, on ne fait le diametre du trou que d'environ la millieme partie de cette hauteur.

57. Quand le plan eſt horiſontal, on attache communément la plaque à la face du mur qui fait le côté d'une fenêtre : mais s'il s'agit d'un plan vertical, la plaque eſt ſouvent ſoutenue par une barre de fer appuiée ſur une autre placée au-deſſous : quelquefois elle eſt ſoutenue par trois barres. On peut diſpoſer la plaque parallelement au plan, ſoit horiſontal ſoit vertical : on peut auſſi l'attacher de maniere qu'elle ſoit à peu près parallele au cercle de 6 heures, qui fait avec l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole. L'avantage qu'on trouve dans cette derniere ſituation, c'eſt que l'obliquité des rayons du ſoleil par rapport à la plaque ne peut jamais être plus grande à midi que la déclinaiſon du ſoleil, puiſque quand il eſt à l'équateur, alors les rayons ſont perpendiculaires à la plaque au moment de midi. Au reſte il ne faut pas ſe mettre fort en peine pour diſpoſer la plaque dans un parallelisme exact, ſoit avec le cercle de ſix heures, ſoit avec le plan de la méridienne, il ſuffit que la ſituation de la plaque ſoit à quelques degrés près de ce parallelisme. Il eſt néceſſaire pour déterminer plus ſûrement l'inſtant précis de midi que la diſtance de la plaque à ce plan ſoit aſſez conſidérable, c'eſt-à-dire, depuis deux ou trois juſqu'à 6 ou 7 pieds, ou même plus, ſur-tout pour les plans horiſontaux, par leſquels nous allons commencer.

58. Pour ſçavoir la hauteur à laquelle il faut attacher la plaque, eu égard à l'étendue de la chambre dans laquelle on veut tracer une méridienne horiſontale, il faut ſuppoſer une longueur de la méridienne

proportionnée à l'étendue de la chambre en prenant cette longueur depuis le pied du ſtile qui répond toujours directement au-deſſous du trou de la plaque. Or cette longueur eſt terminée par l'endroit ſur lequel doit tomber l'image du ſoleil lorſqu'il eſt le moins élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, quand il répond au tropique du Capricorne, parce que c'eſt alors que l'image méridienne du ſoleil eſt la plus éloignée du pied du ſtile. Si donc on prend une longueur de la méridienne telle qu'on voudra, voici comment on trouvera la hauteur du ſtile, en ſuppoſant que l'on connoît l'élévation du pole ou la latitude du lieu.

59. Soit le triangle SPM rectangle en P, que l'on conçoit formé par la hauteur du ſtile SP dont le pied eſt P, par la méridienne PM & par le rayon du ſoleil SM qui entre par le trou de la plaque (il faut imaginer le centre de ce trou au point S): dans ce triangle on connoît trois choſes, ſçavoir la longueur PM depuis le pied du ſtile juſqu'au point où tombe la lumiere du ſoleil au ſolſtice d'hyver, l'angle droit en P & l'angle M, qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil, que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne, laquelle eſt pour lors égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur ſur la déclinaiſon du ſoleil (Liv. III de la Sphere, art. 16.) Si, par exemple, la hauteur de l'équateur eſt $41^{d}\ 9'$ telle qu'elle eſt à Paris, comme la déclinaiſon du ſoleil eſt de $23^{d}\ 28'$ quand il eſt au tropique, l'angle M ſera de $17^{d}\ 41'$: ainſi on pourra trouver la hauteur SP par cette analogie dans laquelle on conſidére la méridienne PM comme ſinus total, & le point M comme centre, auquel cas la hauteur cherchée SP devient la tangente de l'angle SMP, c'eſt-à-dire, de la hauteur du ſoleil : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du ſoleil, comme la méridienne* MP *eſt à la hauteur du ſtile.* Fig. 8.

60. Si la hauteur du ſtile eſt déterminée ou priſe à volonté, & qu'on cherche la longueur PM de la mé-

ig. 8. ridienne, on la trouvera par la proportion inverse de la précédente, ou par cette autre, dans laquelle on considere SP comme sinus total dont le centre est S, & PM comme la tangente de PSM complément de la hauteur du soleil.

Le sinus total est à la tangente du complément de la hauteur du soleil, comme la hauteur du stile est à la longueur de la méridienne.

Nous verrons dans la suite qu'on se sert de cette analogie pour marquer les Signes du Zodiaque sur la méridienne.

61. On ne peut mesurer la hauteur du stile sans en connoître le pied. Or pour le trouver il faut avoir un plomb qui soit pointu par le bas, de façon que la pointe réponde à la direction du fil qui soutient le plomb. Voici comment on trouvera le pied du stile avec cet instrument. On fera passer le fil du plomb par le centre du trou de la plaque, & pour cet effet on pourra boucher en partie ce trou avec de la cire ou avec du liége, puis on laissera couler le fil, afin que le plomb descende, le point du parquet sur lequel s'appuiera l'extrémité du plomb est le pied du stile. Si le plomb ne peut descendre jusqu'au parquet, parce qu'il en est empêché par le bas de la fenêtre, le pied du stile répondra au-dessous du point sur lequel tombera la pointe du plomb.

Il seroit inutile d'expliquer comment on peut déterminer la longueur de la méridienne verticale : cela paroîtra par ce que nous dirons dans la suite sur la maniere de placer les Signes sur cette méridienne. On sçait que la méridienne horisontale doit passer par le pied du stile ; c'est pourquoi quand on a trouvé ce point, il n'en faut plus qu'un autre pour déterminer la position de cette ligne. Or pour avoir cet autre point, on peut se servir de plusieurs méthodes ; nous les rapporterons à trois classes.

62. 1°. On marque le point sur lequel tombe la lu-

miere du ſoleil qui paſſe par le trou de la plaque à l'inſtant de midi, que je ſuppoſe connu, ſoit par une pendule à ſecondes, ou par une bonne montre qui a été comparée peu de tems auparavant avec un Cadran bien fait, ou avec une pendule à ſecondes bien réglée, ou avec le ſoleil dont la hauteur trouvée par un point d'ombre ait fait connoître l'heure qu'il étoit quand on a pris le point d'ombre (Liv. II, art. 135), ou enfin avec le lever du ſoleil (Liv. II, art. 140) dont le moment eſt connu par le calcul ou par quelques éphémérides, par exemple, le Livre *De la connoiſſance des Temps* pour la latitude de Paris. Ce point du plan que l'on aura marqué ſera celui par lequel doit paſſer la méridienne. Si on n'a pas le pied du ſtile dans le plan où l'on a marqué le point de midi, mais ſeulement un point plus élevé qui réponde à ce pied du ſtile, il faut attacher un fil qui paſſe ſur ce point correſpondant, ou par le centre du trou de la plaque & ſur le point de midi : ce fil étant attaché & bien tendu ſera dans le plan du méridien : par conſéquent ſi avec un plomb dont l'extrémité inférieure finit en pointe, on marque ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient ſous le fil, & qu'enſuite on trace une ligne droite qui paſſe par ces points, ce ſera la méridienne cherchée. Pour marquer ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient dans la direction de cette méridienne, il faut que le fil qui ſoutient le plomb ſoit appliqué contre celui qui eſt dans le plan du méridien, & qu'on laiſſe enſuite deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan ſur lequel on veut tracer la méridienne.

63. En ſe ſervant ainſi d'un fil tendu pour marquer pluſieurs points de la méridienne, il n'eſt pas néceſſaire que la ſurface ſur laquelle on veut tracer cette ligne ſoit horiſontale : il ne l'eſt pas même qu'elle ſoit plane.

64. 2°. On décrit la méridienne par des hauteurs correſpondantes du ſoleil que l'on prend avant & après midi. Or pour prendre des haureurs correſpondantes

du soleil, il faut avoir un quart de cercle ou quelque autre instrument. On peut aussi prendre des hauteurs correspondantes avec une plaque percée attachée à un mur, comme nous l'avons dit (57) : car si du pied du stile ou d'un point plus élevé qui réponde à ce pied on décrit plusieurs circonférences concentriques, les deux momens avant & après midi auxquels les points d'ombre, ou plutôt le point de lumiere, tombera sur la même circonférence, seront ceux des hauteurs correspondantes. Il faudra marquer sur le plan horisontal sur lequel on doit tracer la méridienne, le centre de l'image du soleil dans les deux instans des hauteurs correspondantes, & tirer une ligne qui joigne les deux points que l'on aura marqués, le milieu de cette ligne sera le point cherché. Si donc le plan est bien horisontal, il n'y aura qu'à couper cette ligne en deux parties égales par une perpendiculaire, ce sera la méridienne: car les deux points marqués dans les deux instans des hauteurs correspondantes, sont sur une circonférence qui a pour centre le pied du stile. Par conséquent la ligne qui joint ces deux points est une corde de cette circonférence : ainsi une perpendiculaire qui divise cette ligne par le milieu, passe par le pied du stile. (Géom. Liv. I, art. 43), puisqu'il est le centre du cercle. Cette perpendiculaire est donc la méridienne.

65. Si on ne pouvoit aisément se servir, pour marquer les deux points de lumiere, de la plaque attachée au côté de la fenêtre, on pourroit employer le faux stile dont on se sert pour trouver la déclinaison d'un plan vertical ou incliné, & l'attacher au plan horisontal, le pied de ce stile étant trouvé on le prendroit pour centre des circonférences concentriques que l'on décriroit, & par ce moyen on traceroit une méridienne qui passeroit par le pied du faux stile (Liv. III de la Sphere, art. 2). Quand cette méridienne seroit décrite on tireroit une ligne parallele qui passeroit par le pied du vrai stile, c'est-à-dire, de la plaque attachée

au

au côté de la fenêtre, dont le trou doit servir à marquer midi sur cette parallele qui sera la méridienne cherchée.

Nous supposons ici que la déclinaison du soleil ne change pas sensiblement pendant le tems qui est entre les deux instants des hauteurs correspondantes; mais si elle ne demeure pas à peu près la même, il faut se servir de la correction expliquée dans le troisiéme Livre de la Sphère, art. 11.

66. Si on a une pendule à secondes réglée sur le mouvement moyen du soleil, on pourra tracer la méridienne avec encore plus d'exactitude, en cherchant par les hauteurs correspondantes du soleil prises avec un quart de cercle quelle heure la Pendule marque lorsqu'il est midi au soleil: car alors on pourra marquer un point d'ombre, ou plutôt de lumiere, à midi précis quelqu'un des jours qui suivent celui où l'on a pris des hauteurs correspondantes, & on tracera la méridienne comme dans la premiere méthode.

67. 3°. On peut tracer la méridienne par les étoiles fixes: il faut en choisir deux dont on connoisse l'ascension droite & la déclinaison, & qui n'aient ni la même ascension droite, parce qu'elles ne pourroient passer en même tems par un même vertical, excepté le méridien; ni la même déclinaison, car alors elles ne pourroient passer ensemble par aucun vertical; mais il faut qu'elles répondent dans le même instant à un même vertical pendant la nuit dans la saison où l'on est; ce que l'on verra aisément par le moyen d'un Globe céleste. Il est bon de les choisir toutes les deux vers le nord, de sorte que l'une soit supérieure au pole, tandis que l'autre est inférieure, afin de pouvoir déterminer avec plus de facilité le moment précis auquel elles répondent au même vertical. Il s'agit de trouver l'angle que font le méridien & le vertical auquel les deux étoiles répondent en même tems.

68. Soit le méridien HZPR, l'horison HR, l'équa- Fig. 9

Fig. 9. teur AT, le midi H, le nord R, l'orient O, les deux étoiles B & C qui sont sur le vertical ZBC, leurs déclinaisons BE; CF, la distance des ascensions droites EF. Le vertical dans lequel les deux étoiles se trouvent en même tems étant ZBC, l'angle PZB que fait ce vertical avec le méridien est celui qu'il faut trouver. Pour cela je considere que dans le triangle ZPB on connoit les deux côtés PZ & PB dont le premier est le complément de la latitude ZA, & le second est le complément de la déclinaison BE qui convient à l'étoile B. Si donc on sçavoit la valeur de l'angle ZBP, on pourroit trouver l'angle cherché PZB. Or on connoîtra l'angle ZBP par le triangle BCP, duquel on a les deux côtés BP & PC qui sont les complémens des déclinaisons des étoiles, & l'angle compris BPC qui est la différence des ascensions droites mesurée par EF. Ainsi on pourra trouver l'angle PBC.

69. Pour cela il faut concevoir qu'il y a un arc CX tiré du point C perpendiculairement sur le côté opposé PB prolongé s'il est nécessaire, qui fera le triangle CXP rectangle en X, dont on connoît l'hypotenuse CP & l'angle CPX outre l'angle droit en X. Par conséquent on trouvera le côté PX en disant : *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle* CPX, *comme la tangente de l'hypotenuse* CP *est à la tangente du segment* PX. Ce segment PX peut être ou moindre ou plus grand que le côté PB : si l'angle BPC est aigu on retranchera la plus petite de ces deux quantités de la plus grande, le reste sera l'autre segment BX : mais si l'angle BPC est obus, il faut ajouter PX à PB pour avoir le segment BX, parce que l'arc perpendiculaire CX tombe alors du côté de l'angle aigu, qui est le supplem. de l'angle obtus BPC. Le segment BX étant connu, on trouvera l'angle PBC par cette seconde analogie, *Le sinus de* BX *est au sinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* BPC *est à la tangente de l'angle* PBC *ou de son supplément.*

70. L'angle aigu qu'on trouvera par cette analogie sera la valeur de ZBP ou de son supplément : mais d'ailleurs les deux côtés PZ & PB du triangle ZPB sont donnés : par conséquent puisque l'on conçoit deux côtés & l'angle opposé à un de ces côtés, on pourra trouver l'angle BZP opposé à l'autre côté connu PB, en disant : *Le sinus* PZ *est au sinus de l'angle* ZBP, *comme le sinus de* PB *est au sinus de* BZP. Fig. 9.

Voici un exemple dans lequel nous supposons que B est une étoile qui a 59^{d} 20′ de déclinaison, & que C en a 75^{d} 13′. Ainsi les complémens PB & PC sont de 30^{d} 40′ & de 14^{d} 47′. Soit aussi l'ascension droite de B$=10^{d}$ 21′, & celle de C$=222^{d}$ 59′; ainsi la différence EF sera 212^{d} 38′ : mais comme cet arc est plus grand que 180 deg. il faut le retrancher de 360 deg. le reste 147^{d} 22′ sera la mesure de l'angle CPB, lequel étant obtus, la perpendiculaire CX tombe du côté du complément CPX, qui est de 32^{d} 38′. Cela posé, le complément de l'angle CPX sera 57^{d} 22′ : ainsi les logarith. des trois premiers termes de la premiere analogie seront 1000000, 992538, 942144, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 934682, qui est la tangente artificielle de 12^{d} 32′ : c'est la valeur du segment PX, qu'il faut ajouter à PB$=30^{d}$ 40′, la somme sera BX$=43^{d}$ 12′. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront donc le sinus de 43^{d} 12′, celui de 12^{d} 32′ & la tangente de 147^{d} 22′, ou plutôt de son supplément 32^{d} 38′, dont les logarithmes sont 983540, 933647, 980642, qui feront trouver le quatriéme nombre 930749, qui est la tangente artificielle de 11^{d} 28′ : c'est la valeur de l'angle PBC, dont le suppl. ZPB est de 168^{d} 32′, mais il ne seroit pas nécessaire de sçavoir lequel des deux est aigu.

On connoît donc trois choses dans le triangle ZPB, 1°. le côté PZ, que je suppose de 41^{d} 9′, c'est le complément de la latitude, 2°. le côté PB de 30^{d} 40′, & enfin ZPB dont le supplément est 11^{d} 28′. Ainsi les trois

F. 9. premiers termes de l'analogie pour trouver l'angle BZP de ce triangle seront le sinus de 41d 9', celui de 11d 28' & celui de 30d 40', dont les logarithmes sont 981825, 929841, 970761. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 918777, qui est le sinus artificiel de 8d 52'. Ainsi l'angle BZP, c'est-à-dire, celui que fait le méridien avec le vertical dans lequel se trouvent en même tems les deux étoiles, est de 8d 52', quelle que soit celle des deux qui soit au-dessus de l'autre.

Les deux étoiles qu'on appelle la *Ceinture de Cassiopée*, & l'*épaule de la petite Ourse* ont présentement, en 1746, la déclinaison & l'ascension droite que nous avons attribuées aux étoiles B & C, & les auront encore pendant plusieurs années.

Le tems auquel ces deux etoiles passent ensemble par le même vertical pendant la nuit, est aux mois de Septembre & d'octobre, & aux mois de Mars & d'Avril, & même avant & après : car cela arrive en deux saisons différentes ; dans l'une la ceinture de Cassiopée est supérieure à l'épaule de la petite Ourse, & dans l'autre saison c'est cette seconde étoile qui est supérieure à la premiere : mais l'angle du vertical de ces deux étoiles avec le méridien est toujours le même dans ces deux situations : c'est ce qui donne moyen de vérifier le premier calcul qu'on a fait suivant lequel c'étoit la Ceinture de Cassiopée qui étoit supérieure à l'autre dans le tems du passage par le même vertical. Dans le second que nous nous contenterons de rapporter sans y ajouter d'explication, c'est l'épaule de la petite Ourse que l'on suppose supérieure à l'autre : ainsi dans ce dernier calcul B représentera la petite Ourse, & C la Ceinture de Cassiopée : la déclinaison de B sera donc 75d 13', & celle de C 59d 20' ; ainsi les complémens PB & PC seront de 14d 47' & de 30d 40', & l'angle CPB sera toujours de 147d 22'.

Fig. 5

Premiere analogie.

992538 finus artif. de 57^d 22′=comp. de CPX
977303 tang. artif. de 30 40′=PC

1969841 fomme
1000000 finus total artificiel.

refte 969841 tang. artif. de 26^d 32′=PX
14 47 =PB

fomme 41^d 19′=BX

Seconde analogie.

965003 finus artif. de 26^d 32′=PX.
980642 tang. artif. de 32 38 =fup. de BPC.

1945645 fomme
981969 finus artif. de 41^d 19′=BX.

refte 963676 tang. artif. de 23^d 26′=ZPB fup. de PBC.

Troifiéme analogie.

959954 finus artif. de ZBP.
940682 finus artif. de 14^d 47′=PB.

1900636 fomme
981825 finus artif. de 41^d 9′=PZ.

refte 918811 finus artif. de 8^d 52′=PZB.

71. Quand l'angle BZP fera connu, on obfervera le moment auquel les deux étoiles pafferont par le même vertical. Pour cela on attachera une ficelle par un bout au-deffus du plan horifontal où l'on veut tracer une méridienne : on difpofera cette ficelle à peu près horifontalement, de façon que l'autre bout foit mobile, afin qu'on puiffe diriger la ficelle vers différens points. Après cela on y fufpendra deux plombs avec de la foie très-fine qui foit blanche, afin qu'on l'aperçoive plus fenfiblement. On fuivra enfuite les deux étoiles jufqu'à ce qu'elles foient cachées l'une &

l'autre par les deux fils de ſoie : c'eſt alors que les deux étoiles répondent à un même vertical. On fera donc marquer ſur le plan horiſontal deux points dans l'alignement des deux fils, c'eſt-à-dire, deux points qui ſoient cachés l'un & l'autre par les deux fils. On tirera une ligne droite qui paſſe par ces deux points, elle repréſentera le vertical des deux étoiles: Si donc on tire par quelque point de cette ligne droite une autre ligne qui faſſe avec la premiere un angle égal à celui du vertical des étoiles avec le méridien, ce ſera une méridienne. Si on a obſervé les étoiles avant leur paſſage par le méridien, il faudra tirer la méridienne à l'occident de la ligne qui repréſente le vertical des étoiles : ce ſera le contraire, ſi on les a obſervées après ce paſſage : cette méridienne étant tirée, on menera par le pied du ſtile une ligne qui lui ſoit parallele, ce ſera la méridienne cherchée.

72. Remarquez que l'opération ſera d'autant plus exacte que les deux plombs ſeront plus éloignés l'un de l'autre, auſſi-bien que les deux points qu'il faut marquer ſur le plan horiſontal. D'ailleurs afin d'empêcher les plombs de balancer, il eſt à propos de mettre au-deſſous de ces plombs des vaiſſeaux remplis d'eau dans laquelle ils plongent. Mais comme il eſt bon de ſçavoir à peu près l'heure à laquelle les deux étoiles paſſeront enſemble par le même vertical, afin de tout préparer à propos, on pourra le trouver par le moyen d'un Globe céleſte.

73. On peut auſſi tirer une méridienne par le moyen des étoiles ſans employer le calcul. Il faut pour cela ſuſpendre deux plombs à un fil à peu près horiſontal, comme on vient de le dire, & les diſpoſer de façon que les deux ſoient vis-à-vis de l'étoile polaire dans le tems que la grande ourſe eſt au-deſſous de cette étoile, en ſorte que les quatre étoiles qui font un quadrilatere ſoient à droite par rapport aux deux fils, & que les trois de la queue ſoient à gauche, de maniere que la

premiere de ces trois, ou la plus proche du quadrilatere, ſoit ſur le point de ſe cacher derriere les fils, comme on le voit dans la fig. 10, alors l'étoile polaire ſera dans le plan du méridien, & par conſéquent les deux fils y ſeront auſſi. La raiſon pourquoi l'étoile polaire eſt pour lors dans le plan du méridien, c'eſt que deux points qui ont la même aſcenſion droite ou une différence de 180 degrés ne peuvent répondre enſemble à un même vertical que quand ils ſont tous les deux au méridien. Or l'étoile polaire & le point B qui eſt à droite de l'étoile A ont une différence de 180 degrés en aſcenſion droite : & d'ailleurs l'étoile polaire & le point B répondent tous les deux au même vertical quand ils ſont cachés en même tems par les deux fils.

On pourroit encore ſe ſervir de l'étoile appellée la *Ceinture de Caſſiopée* pour le même effet, parce qu'elle a preſque la même aſcenſion droite que l'étoile polaire : ce qui fait que cette étoile, ou du moins un point qui en eſt près, ne peut ſe trouver dans le même vertical que l'étoile polaire, que quand l'une & l'autre répondent au même méridien ; ce point paſſe derriere les deux fils un peu avant l'étoile de la ceinture. On peut voir les aſcenſions droites & les déclinaiſons des principales étoiles dans la *Connoiſſance des Tems*, pages 82 & 83, ou dans les tables de M. Caſſini, pag. 145 & ſuiv.

Les deux fils étant dans le plan du méridien, on marquera deux points éloignés entr'eux ſur la ſurface ſoit horiſontale, ſoit inclinée, leſquels ſoient cachés par les deux fils : la ligne droite qui paſſera par ces deux points ſera une méridienne, ſi la ſurface eſt un plan. Si elle n'eſt pas un plan, la méridienne ne ſera pas une ligne droite : mais une courbe, que l'on tracera en ſe ſervant d'une regle dont le bord ſoit appliqué ſur les deux points, comme ſi la ſurface étoit un plan. Après cela on tirera du pied du ſtile une ligne parallele à

cette méridienne, ce ſera la méridienne par rapport au trou de la plaque. Si on vouloit que la premiere ligne tirée ſervît de méridienne pour le gnomon ou la plaque, il faudroit diſpoſer cette plaque de façon que le centre du trou répondît aux deux fils.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode que nous avons donnée (Liv. 4. de la Sphère, art. 43) pour décrire une ligne méridienne ſur un plan horiſontal par un ſeul point d'ombre en connoiſſant la hauteur du ſoleil, la déclinaiſon & la latitude du lieu.

74. On tracera la méridienne d'un plan vertical, comme on l'a enſeigné dans le ſeptiéme Problême art. 157 & ſuivans. Quant à la méridienne d'un plan incliné, on pourra ſe ſervir pour la tracer de la méthode précédente ou de celle de l'art. 60 du troiſiéme Livre. Les trois art. précédens 57, 58, 59, qui ſont pour trouver la déclinaiſon du plan incliné, peuvent auſſi ſervir à décrire la méridienne en faiſant l'application des trois premiers nombres de l'art. 45 du même Livre.

75. On peut facilement marquer les ſignes du Zodiaque ſur une meridienne horiſontale par la même méthode que nous avons employée pour déterminer la longueur de cette méridienne : il ſuffit pour cela de connoître la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil qui font trouver ſa hauteur méridienne : car lorſque le ſoleil eſt à l'équateur, ſa hauteur méridienne eſt égale à celle de l'équateur, ou au complément de la latitude : quand le ſoleil décline vers le pole élevé, ſa hauteur méridienne eſt égale à la ſomme de l'élévation de l'équateur & de la déclinaiſon du ſoleil,
Fig. 8. enfin lorſque le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, ſa hauteur méridienne eſt égale à la différence ou à l'excès de l'élévation de l'équateur ſur la déclinaiſon. (Liv. 3 de la Sphère art. 16). Cela poſé, dans le triangle rectangle SPM on connoît trois choſes, la hauteur du ſtile SP que l'on meſure, l'angle droit P & l'angle SMP, qui eſt la hauteur du ſoleil, parce qu'on ſuppoſe

ici qu'il s'agit d'une méridienne horifontale : ainfi on Fig. 8.
trouvera le point M de la méridienne fur lequel doit tomber l'image du foleil quand il a la déclinaifon que l'on fuppofe; on trouvera, dis-je, ce point par l'analogie fuivante : *Le finus total eft à la tangente du complément de la hauteur méridienne du foleil, comme la hauteur* SP *eft à la partie* PM *de la méridienne* depuis le pied du ftile jufqu'au point cherché. Il faudra donc prendre fur la méridienne depuis le pied du ftile une diftance égale au quatriéme terme, l'extrêmité de cette diftance fera le point où il faudra marquer le figne dont le commencement a la même déclinaifon que celle du foleil, telle qu'on l'a fuppofée dans la proportion.

76. On pourroit auffi trouver la place des Signes en la maniere fuivante fans connoître ni le pied ni la hauteur du ftile : je fuppofe que lorfque le foleil a trois degrés de déclinaifon vers le pole élevé, fon image tombe au point O, & qu'on veuille trouver le point M fur lequel elle tombera quand le foleil fera au tropique du Capricorne : il s'agit de trouver OM. On mefurera SO diftance du point S, qui eft le centre du trou de la plaque au point O, & on aura trois chofes connues dans le triangle SOM; fçavoir le côté SO, l'angle M qui eft la hauteur méridienne du soleil quand il eft à ce tropique, & enfin l'angle OSM, car il a pour mefure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels le foleil répond quand la lumiere tombe fur O & fur M. Or cet arc eft la fomme des déclinaifons 3^d & $23^d\ 28'$, parce qu'elles font de différens noms, l'une feptentrionale, l'autre méridionale : mais fi ces déclinaifons étoient du même nom; l'arc feroit égal à leur différence. On peut auffi connoître l'angle SOP qui eft la hauteur méridienne du foleil quand fon image tombe au point O. Or cet angle fera trouver l'autre SOM, qui en eft le fuppl. Par conféquent on trouvera OM en difant, *Le finus de l'angle* M *eft à* SO *comme le finus de* OSM *eft à* OM.

Fig. 8. 77. Si le plan eſt incliné ſur l'horiſon, on pourra trouver la place des Signes de la maniere ſuivante: Après avoir déterminé le pied P du ſtile, il faudra attacher un fil, comme PM qui paſſe par ce pied, & qui ſoit parallele à l'horiſon; & quand on aura trouvé ſur ce fil horiſontal les places des Signes, comme on vient de l'expliquer, il faudra marquer avec du crayon ou autrement les points des Signes ſur ce fil. Enſuite on attachera un autre fil au centre S du trou de la plaque; ce fil étant tendu & le faiſant paſſer par quelque point marqué du fil horiſontal, comme O, le point R du plan auquel il aboutira ſera la place du ſigne que le point O du fil horiſontal repréſente: car le fil SOR pouvant être regardé comme un rayon du ſoleil qui paſſe par O & par R, il eſt évident que ces deux points repréſentent le même lieu du ſoleil. Cette méthode eſt également bonne pour marquer le lieu des Signes ſur une ſurface qui ne ſeroit pas un plan.

Fig. 11. 78. Voici la maniere dont on trouve la place des Signes ſur une méridienne verticale quand on connoîtra le pied du ſtile P, & que l'horiſontale HPR eſt tirée: le point d'interſection de cette ligne avec la méridienne ſoit nommé L, il faudra concevoir une ligne SL tirée du ſommet S du ſtile à ce point L, laquelle quoique oblique au plan eſt cependant perpendiculaire à la méridienne verticale, puiſqu'elle eſt dans le plan horiſontal que l'on conçoit paſſer par le ſommet S. Ayant meſuré cette ligne SL, on connoîtra trois choſes dans le triangle rectangle SLM, dont le côté SM eſt le rayon du ſoleil, ſçavoir la perpendiculaire SL, l'angle droit L & l'angle LSM qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil, puiſqu'il eſt égal à l'angle oppoſé au ſommet VSX que fait le rayon avec le plan horiſontal. On pourra donc trouver la partie LM de la méridienne par cette analogie, dans laquelle on conſidére la perpendiculaire SL comme ſinus total, & le point S comme centre, auquel cas la partie LM devient la tangen-

te de l'angle LSM : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur méridienne du soleil, comme la perpendiculaire* SL *est à la partie* LM dont l'extrêmité M est le lieu du Signe duquel le soleil occupe le commencement lorsque son rayon tombe au point M. Fig. 11.

79. On peut aussi trouver la place des Signes sur une méridienne verticale sans connoître le pied du stile, & sans avoir tiré l'horisontale : Soit la méridienne verticale CM, le rayon du soleil SO lorsque sa déclinaison est de trois degrés vers le pole abbaissé ; il s'agit de trouver le point M sur lequel tombera l'image du soleil lorsqu'il sera au tropique de l'Ecrevisse. Je considére qu'on peut connoître trois choses dans le triangle OSM, sçavoir le côté SO qui est la distance du sommet du stile au point O, l'angle M qui est la distance du soleil au zenith, ou le complément de l'angle LSM, à cause du triangle rectangle SLM, c'est-à-dire, le complément de la hauteur du soleil sur l'horison ; enfin l'angle OSM, qui a pour mesure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels on suppose le soleil quand son image tombe en O & quand elle tombe sur le point M. Cet arc est ici la somme des déclinaisons 3^{d} & $23^{d}\,28'$, parce qu'elles sont de différens noms. Mais si elles étoient de même nom, c'est-à-dire, ou toutes deux septentrionales ou toutes deux méridionales, l'arc compris entre les deux lieux du soleil seroit la différence de ces deux déclinaisons. On pourra donc dire, *Le sinus de l'angle* M *est au côté* SO, *comme le sinus de l'angle* OSM *est au côté* OM.

Après ce que nous venons de dire, on connoîtra facilement les angles LSO & LOS du triangle rectangle SLO. Cela posé, il seroit plus aisé de chercher d'abord le côté SL par cette analogie dans laquelle on considére SO comme sinus total, & SL comme le sinus de l'angle LOS, *Le sinus total est à* SO, *comme le sinus de l'angle* LOS *est à* SL. On cherchera ensuite LO qui est la tan-

gente de l'angle LSO en prenant SL pour rayon dans le même triangle SLO, & le point S pour centre. Voici l'analogie, *Le sinus total est à* SL, *comme la tangente de l'angle* LSO *est à* LO. Ces deux lignes SL & LO étant trouvées, elle serviront pour déterminer la place de tous les Signes, par exemple, le point M que l'on suppose être le lieu de l'Ecrevisse. Il faudra faire cette analogie semblable à la précédente, & fondée sur le triangle rectangle SLM, *Le sinus total est à* SL, *comme la tangente de l'angle* LSM *est à* LM. On retranchera ensuite LO de LM, le reste sera OM.

80. Il faut remarquer qu'il y a dix Signes que l'on place deux à deux sur la meridienne, parce que les commencemens de ces deux Signes ont la même déclinaison. Voici l'ordre dans lequel on place les douze Signes, le Capricorne ♑, le Verseau ♒ & le Sagittaire ♐, les Poissons ♓ & le Scorpion ♏, le Belier ♈ & la Balance ♎, le Taureau ♉ & la Vierge ♍, les Gémeaux ♊ & le Lion ♌, & enfin l'Ecrevisse ♋.

Déclinaison du complément de chacun de ces Signes.

	Déclinaison mérid.		
Pour le Capricorne	23^d	$28'$	$20''$
pour le verseau & le Sagittaire	20	10	40
pour les Poissons & le Scorpion	11	29	12
pour le Belier & la Balance	0	0	0

	Déclinaison septen.		
Pour le Taureau & la Vierge	11^d	$29'$	$12''$
Pour les Gemeaux & le Lion	20	10	40
pour l'Ecrevisse	23	28	20

On met les signes ascendans à l'occident de la méridienne, sçavoir le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Belier, le Taureau & les Gemeaux : & on

place les ſix autres à l'orient de la même ligne. On peut auſſi mettre le Capricorne & l'Ecreviſſe aux deux extrêmités de la méridienne, comme on le voit dans la figure 11. Mais cela ſuppoſe que cette ligne n'eſt pas prolongée au-delà de l'étendue déterminée par la diſtance qu'il y a d'un tropique à l'autre. Par cette diſpoſition des Signes autour de la méridienne, on voit que le côté occidental de cette ligne repréſentera la moitié du Zodiaque qui contient les Signes aſcendans, & que le côté oriental déſigne l'autre moitié. On pourra auſſi mettre les Signes aſcendants au côté oriental, & les autres au côté occidental : mais il paroît qu'il vaut mieux les diſpoſer comme nous avons dit d'abord, parce que comme le ſoleil parcourt les ſignes aſcendans pendant les ſix premiers mois de l'année, & paſſe enſuite aux ſignes deſcendans, il paroîtra aller du côté occidental de la méridienne au côté oriental : ce qui eſt conforme au mouvement annuel du ſoleil qui eſt d'occident en orient.

81. On peut marquer auſſi le premier de chaque mois ſur la méridienne en cherchant la déclinaiſon du ſoleil par le midi de chacun de ces jours. On la trouvera dans la Table des déclinaiſons que nous ajouterons à la fin de ce Livre. On pourra par le même moyen marquer le point de la méridienne ſur lequel doit tomber la lumiere du ſoleil tous les autres jours de l'année.

Lorſque la hauteur du ſtile d'une méridienne horiſontale eſt conſidérable, comme de 20 à 30 pieds, ou même beaucoup plus grande, on marque les degrés des Signes par de petites perpendiculaires à la méridienne que l'on trace à droite ou à gauche de cette ligne, & on en tire d'autres du côté oppoſé pour marquer les tangentes de la diſtance méridienne du zenith au ſoleil, en ſuppoſant le ſinus total de 1000 parties : on prend la hauteur du ſtile pour le ſinus total & ſon ſommet pour centre ; ainſi la méridienne priſe depuis le pied du

ſtile juſqu'au point auquel la lumiere du ſoleil tombe chaque jour de l'année eſt la tangente de la diſtance du ſoleil au zenith à ce jour. On peut voir tout cela exécuté par M. de Caſſini avec beaucoup de ſoin & d'exactitude dans une grande Salle de l'Obſervatoire Royal de Paris.

82. Remarquez que ſi la méridienne verticale eſt trop éloignée ou trop près du ſtile, l'erreur qui en viendra ſera plus conſidérable en Hyver qu'en Eté. Suppoſons, par exemple, que ſur un plan qui décline vers l'orient la méridienne ſoit trop éloignée du ſtile de la grandeur d'un pouce, il faut imaginer une autre ligne verticale qui ſoit tirée à un pouce de la méridienne du côté du ſtile: cette verticale ſera la véritable méridienne: ainſi quand la lumiere du ſoleil tombera ſur elle, il ſera midi. Or la lumiere ſera plus long-tems à parcourir l'eſpace entre ces deux lignes en Hyver qu'en Eté, parce que le rayon de lumiere pris depuis le plan juſqu'au trou de la plaque, qui eſt le centre autour duquel le rayon tourne, eſt plus court au ſolſtice d'Hyver que dans les autres ſaiſons: c'eſt pourquoi ſi, par exemple, il y a une minute entre les deux inſtans auquels la lumiere tombe ſur les deux lignes en Hyver, il y aura moins d'une minute en Eſté.

83. Il ſuit de là que ſi on veut tracer une méridienne verticale en prenant un point de lumiere à un inſtant que l'on croit être celui de midi, il vaut mieux la décrire en Hyver qu'en Eté: car ſi, par exemple, on a marqué ce point une minute plus tard que l'inſtant du midi, comme la lumiere fait moins de chemin ſur le plan en Hyver qu'en Eſté, il eſt facile de voir que la verticale, qui paſſera par ce point ſera moins éloignée du lieu de la véritable méridienne que ſi l'opération avoit été faite en Eſté.

84. Il ſemble d'abord que ce devroit être le contraire pour la méridienne horiſontale, parce que le rayon de lumiere pris du trou de la plaque juſqu'au

plan, est plus long en Hyver qu'en Esté: mais comme la méridienne horisontale doit être tirée du pied du stile, & que le point de lumiere en est plus près en Esté qu'en Hyver, s'il y avoit quelque erreur dans le tems où l'on détermine ce point en Eté, la ligne que l'on tireroit s'écarteroit beaucoup de la véritable méridienne vers la fin, à cause de la divergence de ces deux lignes, qui partent l'une de l'autre du pied du stile. C'est pourquoi il vaut mieux tracer une méridienne horisontale en Hyver qu'en Esté, lorsqu'on se sert de la lumiere du soleil pour déterminer un des points de cette ligne.

De la Méridienne du tems moyen.

85. On distingue deux sortes de tems, le vrai & le moyen. Pour concevoir la différence qu'il y a entre l'un & l'autre, il faut remarquer que les jours naturels ne sont pas égaux entr'eux. (On entend par jour naturel la durée de la révolution apparente du soleil d'orient en occident.) Or ce qui fait que les jours naturels ne sont pas égaux, c'est que le soleil n'avance pas également tous les jours vers l'orient par rapport à l'équateur: plus il avance plus le jour est long, parce qu'il est plus long-tems à revenir au méridien. Il y a deux causes de l'inégalité de ce mouvement apparent du soleil rapporté à l'équateur; je dis rapporté à l'équateur; car quoique le soleil soit mû sur l'écliptique, il faut toujours le rapporter à un point de l'équinoctiale qui est déterminé par le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, puisque ce point est l'interfection de ce cercle avec l'équinoctiale. La premiere des deux causes est que le mouvement apparent du soleil sur l'écliptique n'est pas toujours le même: il a plus de vîtesse vers le perigée, & moins vers l'apogée. La seconde cause est l'obliquité de l'écliptique: car quand bien même le soleil parcourroit tous les jours des parties égales de ce cercle, il n'avanceroit pas néanmoins également par

rapport à l'équateur, parce que tous les degrés de l'écliptique ne répondent pas chacun à un degré de l'équateur.

86. Cela posé; le tems vrai, que l'on nomme aussi *apparent*, est mesuré par le mouvement apparent du soleil d'orient en occident. Le tems moyen est celui que l'on concoit s'écouler toujours également & d'une maniere uniforme. Pour déterminer ce tems on imagine un astre qui répondroit toujours à l'équateur, & parcourroit ce cercle d'un mouvement uniforme vers l'orient dans le même tems que le soleil fait le jour de l'écliptique. La révolution apparente de cet astre d'orient en occident feroit un jour naturel du tems moyen, & son mouvement vers l'orient seroit égal à celui qu'on appelle le mouvement moyen du soleil, sçavoir 59′ 8″ par jour. Ainsi afin qu'une Pendule soit reglée sur le moyen mouvement du soleil, il faut que l'aiguille des heures fasse deux fois le tour du Cadran dans le même tems que cet astre supposé feroit sa révolution d'orient en occident. Une Pendule reglée en cette maniere est la mesure du tems moyen.

87. Si on compare l'astre supposé avec le soleil rapporté à l'équateur, il sera quelquefoit plus avancé vers l'orient que le soleil, & quelquefois moins, à cause de l'inégalité du mouvement du soleil. Or l'arc de l'équinoctiale compris entre l'astre & le lieu du soleil rapporté à ce cercle; cet arc, dis-je, réduit en parties de tems, sçavoir des minutes & des secondes est l'*équation de l'horloge*, que l'on appelle l'*équation solaire*, & l'*équation du tems*.

88. Elle marque l'espace de tems entre les heures du tems moyen & celles du tems vrai; par exemple, entre midi du tems moyen & midi du tems vrai: le tems moyen précede le tems vrai lorsque le soleil est plus avancé vers l'orient que l'astre supposé, ou ce qui revient au même, lorsque cet astre est à l'occident du soleil, parce qu'alors l'astre supposé parvient plutôt au méridien

méridien que le soleil. Ce sera le contraire si l'astre est plus avancé que le soleil vers l'orient.

89. Il y a quatre momens dans l'année auxquels le tems moyen & le tems vrai concourent l'un avec l'autre : c'est quand l'équation est nulle, & que par conséquent l'astre supposé & le soleil rapporté à l'équateur répondent au même point de ce cercle. Cela arrive vers le 15 Avril, le 16 Juin, le 30 Août & le 23 Décembre.

90. Puisque le tems moyen précede quelquefois le tems vrai, & qu'il le suit quelquefois, on voit par-là que la méridienne du tems moyen doit passer de côté & d'autre de celle du tems vrai, & qu'elle doit serpenter autour de cette ligne : aussi a-t-elle à peu près la figure d'un 8 de chifre coupé en quatre points par la méridienne du tems vrai, qui est toujours une ligne droite quand elle est tracée sur un plan : ces quatre points d'intersection des deux méridiennes sont pour les quatre momens de l'année auxquels les deux tems concourent.

91. Il paroît par cette figure de la méridienne du tems moyen que la lumiere du soleil passe deux fois dans un jour sur cette ligne courbe, une fois sur une branche, une autre fois sur la branche opposée. Or il n'y a qu'une de ces deux branches qui marque le midi moyen pour un certain tems de l'année, & l'autre branche le marque pour une autre saison.

92. La méridienne du tems moyen étant faite pour montrer le midi de ce tems, il paroît que si une Pendule est réglée sur le moyen mouvement du soleil, & que dans un jour de l'année elle marque midi lorsque la lumiere du soleil tombe sur la branche convenable de cette méridienne, il sera midi à cette Pendule tous les autres jours de l'année, quand la lumiere du soleil tombera sur la partie de la même méridienne qui répondra à la saison. Ainsi on pourra régler une pendule immédiatement sur la méridienne du tems moyen, sans

le secours de l'équation solaire, qui cause souvent quelque embarras à ceux qui ne conçoivent pas bien la différence qu'il y a entre les deux tems : & c'est en cela que consiste l'usage de cette méridienne.

93. La méthode de tracer la méridienne du tems moyen est la même pour toutes sortes de plans : nous allons l'expliquer en peu de mots, parce qu'elle est fort facile à entendre. Il faut d'abord décrire la méridienne du tems vrai. 2°. On cherchera ensuite sur cette ligne droite les points auxquels répondent les degrés des Signes du Zodiaque de 15 en 15, ou de six en six, ou même de trois en trois pour plus grande exactitude. 3°. Après cela on menera par ces points des perpendiculaires à la méridienne : elles représenteront les paralleles qne le soleil décrit quand il répond aux degrés de l'écliptique que ces points désignent, ou du moins ces perpendiculaires ne différent pas sensiblement des lignes courbes qui représentent les paralleles, à cause qu'elles doivent être fort courtes, car il ne faut les prolonger qu'environ jusqu'à la distance nécessaire pour qu'elles soient coupées de part & d'autre de la méridienne par les lignes horaires de $11^{h\frac{3}{4}}$ & de midi un quart. 4°. On tirera ces deux lignes horaires par la méthode de l'art. 26. du 1er Livre pour les plans horisontaux, par celles des art. 232 & 247 du second Livre pour les plans verticaux, & enfin par celles des art. 39 & 49 du troisieme Livre pour les plans inclinés. 5°. Il faudra concevoir que les deux segmens de chaque perpendiculaire, dont l'un est contenu entre la ligne de $11^{h\frac{3}{4}}$ & la méridienne, & l'autre entre la méridienne & la ligne de midi un quart, sont divisés chacun en autant de parties égales qu'il y a de secondes entre midi & $11^{h\frac{3}{4}}$, ou entre midi & midi un quart; c'est-à-dire, en 900 parties, parce qu'il y a 900 secondes dans 15 min. ou dans un quart d'heure. 6°. On prendra sur chaque perpendiculaire de côté & d'autre de la méridienne autant de 900 parties qu'il y a de

es dans l'équation du jour auquel le ſoleil décrira
allele qui répond à la perpendiculaire : mais com-
ſoleil décrit le parallele à deux jours différens, il
ſi deux équations : on marquera donc le nombre
ties qui eſt égal à celui des ſecondes d'une équa-
ır la perpendiculaire d'un côté de la méridienne :
ırquera auſſi de l'autre côté le nombre des par-
ui eſt égal à celui des ſecondes de l'autre équa-
Quand le midi moyen doit précéder le midi vrai,
ırque entre la méridienne & la ligne de $11^{h}\frac{3}{4}$, le
re des parties déterminé par l'équation, ou plutôt
nt qui eſt le terme de ces parties : & lorſque le
rai précede l'autre, on marque le point entre la
enne & la ligne horaire de midi un quart. 7°.
l tous ces points ſont marqués ſur les perpendi-
es, on les joint les uns aux autres par des traits
us enſemble font une courbe qui eſt la méridienne
ns moyen.

Tout ce que nous venons de dire s'entendra ai-
t par la fig. 12. La ligne droite AM eſt la méri-
du tems vrai, les deux lignes BF & GE ſont les
horaires de $11^{h}\frac{3}{4}$ & de midi un quart : les li-
erpendiculaires à la méridienne du tems vrai,
BG & FE ſont celles ſur leſquelles il faut mar-
s lignes par leſquelles doit paſſer la ligne courbe
MO, qui eſt la méridienne du tems moyen.

Pour exécuter la ſeconde regle de cette méthode
e ſervir de l'analogie marquée à l'art. 75 ou 78,
poſe qu'on connoît la déclinaiſon du ſoleil. Or
ne Table dans laquelle on a mis 1°. les degrés
nes de trois en trois ; 2°. la déclinaiſon du ſoleil
il répond à ces degrés ; 3°. l'équation du tems
able aux mêmes degrés.

 TABLE de la déclinaiſon & de l'équation du tems convenables aux degrés de l'Ecliptique pris de trois en trois

♈ Le Bélier	Déclinai. ſeptentr. D.	M.	Equation additive. M.	S.	♋ L'Ecreviſſe.	Déclinai. ſeptentr. D.	M.	Equ[illegible] add[illegible] M.
3	1 +	12	6	45	3	23	26	1
6	2	23	5	49	6	23	20	2
9	3 —	34	4	51	9	23	10	3
12	4	45	3	53	12	22 +	56	3
15	5	55	2	57	15	22 +	38	4
18	7	4	2	3	18	22 +	16	4
21	8 —	12	1	12	21	21 +	50	5
24	9 —	19	0 ſouſt.	22	24	21	20	5
27	10	25	0	27	27	20	47	5
30	11	29	1	8	30	20 +	11	5
♉ Le Taureau.			Equation ſouſtract.		♌ Le Lion.			Equ[illegible] addi[illegible]
3	12 +	32	1	47	3	19	31	5
6	13 —	32	2	22	6	18	48	5
9	14	31	2	52	9	18	2	5
12	15 —	27	3	21	12	17	13	5
15	16 —	21	3	40	15	16 —	21	5
18	17	13	3	53	18	15 —	27	4
21	18	2	4	3	21	14	31	4
24	18	48	4	8	24	13 —	32	3
27	19	31	4	2	27	12 +	32	2
30	20 +	11	3	56	30	11	29	2
♊ Les Gémeaux.			Equation ſouſtract.		♍ La Vierge.			E[illegible]
3	20 +	47	3	46	3	10	25	1
6	21	20	3	27	6	9 —	19	0[illegible]
9	21 +	50	3	4	9	8 —	12	0
12	22 +	16	2	37	12	7	4	1
15	22 +	38	2	6	15	5	55	2
18	22 +	56	1	32	18	4	45	3
21	23	10	0	56	21	3 —	34	4
24	23	20	0 addit	18	24	2	23	5
27	23	26	0	22	27	1 +	12	6
30	23 —	28	1	3	30	0	0	7

♎ [B]alance.	Déclinaiſ méridion. D.	M	Equation ſouſtract M.	S	♑ Le Capricorn	Déclinaiſ. méridion. D.	M.	Equation additive M.	S
3	1 +	12	8	44	3	23	26	0	28
6	2	23	9	41	6	23	20	1	57
9	3 −	34	10	38	9	23	10	3	2
12	4	45	11	34	12	22 +	56	4	47
15	5	55	12	28	15	22 +	38	6	9
18	7	4	13	16	18	22 +	16	7	27
21	8 −	12	13	58	21	21 +	50	8	38
24	9 −	19	14	35	24	21	20	9	46
27	10	25	15	5	27	20	47	10	46
30	11	29	15	33	30	20 +	11	11	41
♏ [Sc]orpion.			Equation ſouſtract		♒ Le Verſeau			Equation additive.	
3	12 +	32	15	54	3	19	31	12	29
6	13 −	32	16	7	6	18	48	13	11
9	14	31	16	12	9	18	2	13	46
12	15 −	27	16	11	12	17	13	14	15
15	16 −	21	16	2	15	16 −	21	14	34
18	17	13	15	45	18	15 −	27	14	46
21	18	2	15	23	21	14	31	14	52
24	18	48	14	53	24	13 −	32	14	53
27	19	31	14	14	27	12 +	32	14	45
30	20 +	11	13	27	30	11	29	14	30
♐ [Sa]gitaire.			Equation ſouſtract.		♓ Les Poiſſons			Equation additive.	
3	20	47	12	31	3	10	25	14	7
6	21	20	11	32	6	9 −	19	13	40
9	21 +	50	10	30	9	8 −	12	13	11
12	22 −	16	9	21	12	7	4	12	38
15	22 +	38	8	3	15	5	55	12	0
18	22 +	56	6	43	18	4	45	11	16
21	23	10	5	23	21	3 −	34	10	2
24	23	20	4	0	24	2	23	9	29
27	23	26	2	33	27	1 +	12	8	35
30	23 −	28	1	1	30	0	0	7	42

Lorsque les déclinaisons marquées dans cette T
sont plus grandes que les déclinaisons véritable
soleil d'environ 15″ ou plus, jusqu'à 30″, on a mis
gne +. Lorsqu'elles sont moindres de la même qua
on a mis −. Ainsi le signe + qui est vis-à-vis du
degré du Belier fait connoître que la déclinaison
quée $1^d\ 12'$ est plus grande que celle du soleil de
de 15 secondes : & le signe − qui est à côté du v
unieme degré du même Signe, montre que la décl
son marquée est moindre que celle qu'a réelleme
soleil quand il est à ce degré.

Quand les équations sont additives, il faut les a
ter au tems vrai pour avoir le tems moyen : c'e
contraire quand elles sont soustractives. Lors donc
le soleil répond au troisieme degré du Belier, il
ajouter $6^m\ 45''$ au tems vrai pour avoir le tems moy
c'est pourquoi, s'il est midi au soleil, il est déja 1
$6^m\ 45^s$ au tems moyen.

96. Par rapport à la sixieme regle de la métho
on la réduira en pratique à l'aide des lignes des pa
égales du compas de proportion : voici comme il
dra faire : ces lignes des parties égales ne conte
pas 900 parties, mais seulement 200, on choisira
partie aliquote de 900, qui soit contenue dans 2
par exemple 180, qui est le cinquieme de 900 : ens
on prendra avec un compas ordinaire la longueur
segment d'une perpendiculaire compris entre la m
dienne & la ligne horaire de midi un quart, ou de c
heures trois quarts, & on ouvrira le compas de p
portion, en sorte que la distance des points 180
180 marqués sur les deux branches de ce compas,
égale à cette longueur : on conservera cette ouvertu
puis on cherchera le cinquieme des parties de l'éq
tion qui convient au degré par lequel passe cette p
pendiculaire. Supposons, par exemple, que l'équa
soit de $11^m\ 41^s$ ou de 701^s, on cherchera le 5me d
nombre, c'est 140, & on prendra avec le com

ordinaire la diſtance entre les points 140 & 140 ſur le compas de proportion ; cette diſtance ſera celle qu'il y a entre la méridienne du tems vrai & le point par où doit paſſer celle du tems moyen ; ainſi en mettant une des pointes du compas ordinaire, dont on retient l'ouverture égale à la diſtance entre les points 140 & 140 du compas de proportion, en mettant, dis-je, cette pointe ſur l'interſection de la perpendiculaire & de la méridienne du tems vrai, & appliquant l'autre pointe ſur cette perpendiculaire, elle marquera le point cherché de la méridienne du tems moyen.

97. Si le ſegment de la perpendiculaire entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, étoit trop grand pour être contenu entre les points 180 & 180, quelque ouverture qu'on donnât au compas de proportion, on pourroit tirer une autre ligne horaire qui coupât en deux également tous les ſegmens compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart : dans ce cas on feroit par rapport à la moitié du ſegment ce que nous avons dit pour le ſegment entier : on ouvriroit donc le compas de proportion juſqu'à ce que la diſtance des points 180 & 180 fût égale à cette moitié ; & ſi le cinquieme de l'équation étoit 140ſ, on prendroit la diſtance des points 140 & 140 ; qu'il faudroit en ce cas porter deux fois ſur la perpendiculaire, afin de marquer ſur cette ligne le point par lequel doit paſſer la méridienne du tems moyen.

98. Ire REMARQUE. On obſervera que pour une plus grande exactitude il ſeroit à propos de décrire des arcs de Signes, au lieu des perpendiculaires qui repréſentent les paralleles voiſins du tropique du Capricorne, à cauſe que les arcs des Signes s'écartent un peu ſenſiblement des perpendiculaires de ces endroits-là, & que d'ailleurs les équations convenables à ces paralleles ſont aſſez conſidérables, au lieu qu'elles ſont fort petites pour les paralleles voiſins du tropique du Cancer. Cette précaution devient plus néceſſaire, quand

la hauteur du ſtile eſt grande, comme de douze à quinze pieds, ou davantage.

99. IIme REMARQUE. Les deux lignes horaires qu'on tire déſignent des momens éloignés du midi vrai ſeulement d'un quart d'heure, parce que l'équation du ſoleil n'eſt que d'environ un quart d'heure, ſoit en avance ſoit en retard par rapport au midi vrai dans le tems qu'elle eſt la plus grande, ſçavoir vers le 11 Février & le premier Novembre. Le midi moyen avance ſur le vrai de 14^m 53 ſec. vers le 11 Février, & il retarde de 16^m 12 ſec. vers le premier Novembre.

100. IIIme REMARQUE. Quand dans la cinquieme & la ſixieme regle de la méthode nous avons parlé de la diviſion des perpendiculaires en parties égales, cela ſuppoſe que la lumiere du ſoleil parcourt ſur le plan des eſpaces ſenſiblement égaux dans des tems égaux, ce qui eſt vrai au moins à l'égard des plans horiſontaux & des verticaux ou inclinés non déclinans : mais quand les plans ſont déclinans, les eſpaces parcourus en tems égaux deviennent ſenſiblement inégaux; c'eſt pourquoi il faut alors tirer des lignes horaires au moins de cinq minutes en cinq minutes, & diviſer l'eſpace entre deux lignes horaires en 300 parties égales, à cauſe des trois cents ſecondes que contiennent les cinq minutes.

M. de Fouchy de l'Académie des Sciences, qui eſt l'Inventeur de la méridienne du tems moyen, a bien voulu me communiquer un mémoire ſur cette matiere, dont j'ai profité. On n'a pas beaucoup fait juſqu'à préſent de ces méridiennes. Il s'en trouve quelques-unes à Paris, entre leſquelles on peut voir celle de M. le Marquis de Bonnelle, qui eſt exécutée avec tout le ſoin poſſible. Elle eſt en partie horiſontale & en partie verticale, parce que la Salle où elle eſt tracée n'eſt pas aſſez grande pour la décrire horiſontalement dans toute ſon étendue. On y a tiré des lignes horaires de cinq minutes en cinq minutes autour de la méridienne du tems vrai, & toutes ces lignes ſont gravées ſur du mar-

bre. Je ne crois pas qu'il y ait nulle part rien de plus parfait dans ce genre : c'eſt M. de Parcieux de la Société Royale de Montpellier, qui en eſt l'Auteur : il vient de tracer auſſi ſur un des murs du vieux Louvre du côté de la Seine une méridienne du tems vrai avec pluſieurs lignes horaires aux deux côtés. Afin de faire un ouvrage qui répondit à la ſolidité du mur ſur lequel il travailloit, il a fait ſceller trois cylindres de cuivre ſur leſquels il a fait marquer trois points qui ſont à égale diſtance du centre du trou du gnomon : cette diſtance eſt preſque de 814 lignes, & celle de chacun de ces points au pied du ſtile eſt égale à la hauteur du ſtile, laquelle eſt de $575\frac{1}{2}$ lignes, ou de quatre pieds moins une demie ligne. Ces trois cylindres ou plutôt les trois points qui y ſont marqués dont deux ſont ſur la verticale du plan & le troiſieme ſur l'horiſontale, ſerviront à remettre le gnomon dans ſa ſituation, en cas qu'il vienne à être dérangé.

Des arcs, des Signes et des Arcs diurnes.

101. Les arcs des Signes ſont des lignes tracées ſur un Cadran qui repréſentent les paralleles que le ſoleil décrit les jours qu'il entre dans chaque Signe du Zodiaque. Les arcs diurnes ſont auſſi des lignes tracées ſur un Cadran qui repréſentent les paralleles que le ſoleil parcourt lorſqu'il ſe leve à une certaine heure, comme à 4 heures, à 5 heures, à 6 heures, &c. Nous ne parlerons de ces arcs que par rapport aux plans verticaux : mais il ſeroit facile de faire l'application de ce que nous en dirons aux plans horiſontaux & même aux plans inclinés.

102. Tous les paralleles à l'équateur étant de petits cercles, les lignes qui les repréſentent ſur un plan ſont néceſſairement courbes (Liv. II, art. 5). Ainſi tous les arcs des Signes, excepté l'équinoctiale, ſont des

lignes courbes. Pour concevoir de quel côté elles présentent leur convexité, il faut imaginer une petite boule ou Sphere avec ses différens cercles, attachée à l'axe d'un Cadran, laquelle ait le même axe, & dont le méridien soit dans le plan du méridien céleste. Si le soleil répond au tropique du Capricorne de cette Sphere, lequel est le plus éloigné du centre du Cadran, que je suppose dans la partie septentrionale de la terre, & tourné ou directement ou obliquement vers le midi, les rayons qui traverseront le centre de la Sphere (il faut la concevoir transparente) passeront par l'autre tropique, & formeront deux cones opposés au sommet dont les bases seront les deux tropiques de la Sphere, & le sommet commun en sera le centre. Si on conçoit ces rayons prolongés jusqu'au plan, ils formeront la courbe qui représentera le tropique du Capricorne du ciel, ou plutôt une partie de ce cercle, sçavoir celle qui est supérieure. Or il n'est pas difficile de concevoir que la courbe formée par les rayons qui viennent de la partie supérieure du tropique du Capricorne du petit globe, & qui passe par la partie inférieure du tropique du Cancer, présente sa convexité à la ligne équinoctiale qui est au-dessous, Il faut dire la même chose de toutes les courbes qui représentent des paralleles qui sont placés entre l'équateur & le pole méridional. On verra de la même maniere que la courbe qui représente le tropique du Cancer ou quelqu'autre parallele de la partie septentrionale, tourne sa convexité vers la même ligne équinoctiale. Il paroît par-là que les courbes qui sont entre le centre du Cadran & la ligne équinoctiale présentent leur convexité vers le centre, & que les autres qui sont au-dessous de cette ligne, tournent leur convexité vers le même point.

Fig. 13. 103. Quand on veut tracer les arcs des Signes sur un Cadran, il faut faire attacher à l'axe une plaque percée, ensorte que le centre S du trou soit exactement au milieu de la grosseur de l'axe. Or cette plaque

ne doit pas être à l'extrémité de l'axe, il faudroit pour cela qu'il fût trop court : pour ſçavoir donc à quel point doit répondre le centre du trou, ou, ce qui revient au même, quelle doit être la longueur de la partie CS de l'axe CX, il faut prendre un point vers le bas de la méridienne par lequel on veut faire paſſer celui des arcs des Signes qui doit être au-deſſous de tous les autres, qui eſt l'arc du tropique du Cancer. Suppoſons que ce point eſt I, il faut imaginer un rayon qui parte du ſoleil lorſqu'il répond au tropique du Cancer, on aura le triangle CSI à réſoudre pour trouver le côté CS. Or dans ce triangle on connoît 1°. le côté CI dont je ſuppoſe qu'on a meſuré la longueur, 2°. l'angle SCI qui eſt le complément de la hauteur du pole (51), 3°. l'angle CSI qui eſt de 113^{d} 28′, comme nous le prouverons (104), d'où l'on conclura la valeur de l'angle CIS : ainſi il n'y aura qu'à faire la proportion ſuivante, *Le ſinus de* 66^{d} 32′ *ſupplément de* 113^{d} 28′ *eſt au côté* CI, *comme le ſinus de l'angle* CIS *eſt au côté* CS.

Cela poſé, afin de tracer les courbes qui repréſentent les paralleles, il faut marquer ſur les lignes horaires les différents points par leſquels elles doivent paſſer. Or nous avons déja expliqué (78) la méthode de trouver ces points ſur la méridienne, puiſque ce ſont les mêmes que ceux qui déſignent les degrés de l'écliptique par leſquels paſſent les paralleles que l'on veut repréſenter.

104. Les points des différentes lignes horaires par leſquels doit paſſer un arc de Signe, ſont ceux auxquels ſe terminent ſucceſſivement le rayon du ſoleil qui paſſe par le centre du trou de la plaque attachée à l'axe, lorſque cet Aſtre parcourt le parallele repréſenté par l'arc. Il s'agit donc de trouver les points des lignes horaires auxquels aboutit ce rayon. Or on trouvera ces points par le moyen du triangle formé 1°. par la partie de l'axe compriſe entre le centre du Cadran & le centre du trou, 2°. par le rayon du ſoleil, 3°. par la

ligne horaire prise depuis le centre du Cadran jusqu'au rayon du soleil. S'il s'agit, par exemple, de la ligne de deux heures, ce triangle sera CSF, dont les trois côtés sont CS, SF & CF. Or dans ce triangle on connoît le côté CS, que l'on trouve par l'art. 103. On connoît aussi l'angle CSF qui est droit si le soleil est à l'équateur : car chaque point de l'axe du Cadran pouvant être considéré comme le centre de l'équateur, les rayons du soleil qui tombent sur cet axe, lequel est une partie de celui du monde, lui sont perpendiculaires, parce que ces rayons sont alors dans le plan de ce cercle. Or si l'angle CSF est droit quand le soleil est à l'équateur ; lorsque cet astre déclinera vers le pole élevé sur l'horison, l'angle CSF surpassera l'angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : & quand le soleil déclinera vers le pole abbaissé, l'angle CSF sera moindre qu'un angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : ainsi on aura l'angle CSF en ajoutant la déclinaison du soleil à 90^{d}, ou en la retranchant selon que le soleil déclinera vers le pole supérieur ou vers le pole inférieur. Enfin on connoîtra l'angle SCF par l'analogie suivante, tirée de la Trigonométrie sphérique, dont le second terme est le sinus du complément d'un arc qui est tantôt la différence, tantôt la somme de la différence des longitudes & de la distance du soleil au méridien. *Le sinus total est au sinus du complément de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, comme la tangente du complément de la hauteur du pole sur le plan, est à la tangente du complément de l'angle formé par l'axe & la ligne horaire.*

105. On déterminera le second terme de cette analogie par la regle suivante : Quand la ligne horaire dont il s'agit est du même côté que la soustilaire par rapport à la méridienne, on prend la différence des deux quantités marquées ci-dessus qui sont la différence des longitudes & la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, mais lorsque la ligne horaire n'est pas du même côté que

la fouftilaire, il faut prendre la fomme de ces deux quan- Fig.
tités. Or quand le Cadran décline vers l'orient, la fouftilaire fe trouve parmi les lignes horaires du matin ; & quand il décline vers l'occident, la fouftilaire eft entre les lignes horaires du foir.

Voici un exemple dans lequel on fuppofe un Cadran déclinant vers l'occident de 40 degrés fitué à la latitude de Paris, laquelle eft de 40^d $51'$. La différence des longitudes fera 48^d $6'$, & la hauteur du pole fur le plan fera 30^d $16'$. S'il s'agit donc de trouver l'angle SCF pour la ligne de deux heures après midi, comme la diftance du foleil au méridien à cette heure eft 30 degrés, & qu'il faut prendre la différence des deux quantités 48^d $6'$ & 30^d, on aura 18^d $6'$, dont le complément eft 71^d $54'$: c'eft le finus de ce complément qui fera le fecond terme de la proportion : ainfi les logarithmes des trois premiers termes feront 1000000, 997796, 1023391, qui feront trouver le quatrieme nombre 1021187, qui eft le logarithme de la tangente de 58^d $27'$, complément de 31^d $33'$: ainfi l'angle SCF eft alors de 31^d $33'$.

106. On peut trouver le même angle par la Trigonométrie rectiligne en employant une analogie fondée fur le triangle CS2 qu'il faut imaginer, lequel eft rectangle en S, parce que, comme on fuppofe que le côté S2 aboutit à la ligne EBN, qui eft l'équinoctiale par rapport au point S, ce côté eft dans la direction d'un rayon qui viendroit de l'équateur, & par conféquent il eft perpendiculaire à l'axe. Dans ce triangle CS2 on peut aifément connoître le rapport des deux côtés C2 & CS. Pour cet effet il faut confidérer les deux autres triangles rectangles CB2 & CSB qui ont le côté commun CB lequel peut être pris pour rayon ou finus total dans l'un & l'autre triangle. Or fi on prend le côté CB pour rayon, & le point C pour centre dans le premier triangle CB2 rectangle en B, l'hypotenufe C2 fera la fécante de l'angle BC2 compris entre la fouftilaire CB

13. & la ligne horaire C2. On trouvera cet angle par l'article 237 du ſecond Livre ; il eſt ici de $9^{d}\ 21'$: & ſi on prend le même côté CB oppoſé à l'angle droit S dans le ſecond triangle CSB, le côté CS ſera le ſinus de l'angle oppoſé CBS complément de l'angle SCB hauteur du pole ſur le plan, qui dans notre exemple eſt de $30^{d}\ 16'$. Ainſi dans le triangle CS2 rectangle en S, on pourra avoir les deux côtés C2 & CS exprimés en parties égales à celles du rayon, puiſque le premier eſt la ſécante de $9^{d}\ 21'$, & le ſecond eſt le ſinus du complément de $30^{d}\ 16'$. Par conſéquent on pourra trouver l'angle C2S du triangle CS2 par l'analogie ſuiv. *La ſécante* C2 *de l'angle compris entre la ſouſtilaire & la ligne horaire, eſt au ſinus total qui eſt le ſinus de l'angle droit* S, *comme le ſinus* CS *du complément de la hauteur du pole, eſt au ſinus de l'angle oppoſé* C2S *complément de l'angle cherché* SC2 *ou* SCF.

Les logarithmes des trois premiers termes ſont dans notre exemple, 1000581, 1000000, 993636, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 993055, qui eſt le ſinus artificiel de $58^{d}\ 27'$, complément de l'angle $31^{d}\ 33'$.

Si les Tables dont on ſe ſert ne contiennent pas les logarithmes des ſécantes, il faut prendre la ſécante naturelle & le rayon comme on les trouve dans ces Tables, & retrancher des chiffres de la fin pour qu'il ne reſte que des ſommes qui ſoient dans la Table des logarithmes des nombres naturels : dans notre exemple on ôtera les deux derniers chifres de la ſécante 101346 & du rayon 100000, on aura les reſtes $1013\frac{1}{2}$ & 1000 dont on cherchera les logarithmes parmi ceux des nombres naturels, on trouvera 300580 & 300000 : ainſi les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie précédente ſeront 300580, 300000 & 993636 qui feront trouver le quatrieme logarithme 993056 : c'eſt le ſinus artificiel de $58^{d}\ 27'$.

107. Lorſqu'on connoît l'angle SCF que fait l'axe

ec chacune des lignes horaires, on trouve aisément Fig. 13.
côté CF, qui est la distance depuis le centre du Ca-
an jusqu'au point de la ligne horaire par où doit paf-
l'arc de Signe qu'on veut tracer : car dans le trian-
CSF on connoît les deux angles en C & en S, &
plus le côté CS que l'on détermine par l'analogie
rquée ci-dessus (103) : supposons que le côté CS
ntienne 1000 parties égales de l'échelle, dont on se
t, & qu'on veuille marquer les points des lignes ho-
res par où doit passer l'arc qui représente le tropique
i est du côté du pole abbaissé sous l'horison : comme
déclinaison du soleil, qu'on suppose à ce tropique est
rs du côté de ce pole, l'angle CSF qui est toujours le
me pour tous les points d'un même arc sera égal (104)
a différence entre la mesure d'un angle droit & la dé-
naison du soleil, qui est pour lors de 23 deg. 28′ :
si cet angle CSF sera de 66 deg. 32′, auquel il faut
uter SCF, que nous avons trouvé dans notre exem-
de $31^d\ 33'$, la somme sera $98^d\ 5'$, qu'il faudra ôter
180^d, le reste $81^d\ 55'$, sera l'angle CFS : après quoi
fera la proportion suivante pour trouver le côté
: *Le sinus de l'angle* CFS *est au côté* CS, *comme le*
us de l'angle CSF *est au côté* CF, que l'on trou-
ra de $926\frac{1}{2}$ parties égales à celles de CS pour la
ne de deux heures. Voici le calcul par les loga-
hmes.

300000 logarith. de 1000
996251 sinus artif. de $66^d\ 32'$.

1296251 somme
999566 sinus artif. de $81^d\ 55'$.

296685 logarith. de $926\frac{1}{2}$.

On trouvera par la même méthode qu'en supposant
ujours la même latitude, la même déclinaison du
eil vers le pole abbaissé, & la même déclinaison

Fig. 13. du plan, le côté CF sera de 1906 parties pour la ligne de 9 heures du matin, de 1347 pour celle de 10 heures, de 1046 pour celle de 11 heures, de 963 pour celle de midi, de 936 pour celle d'une heure après midi, de 924 pour celle de 3 heures, de 925 pour celle de 4^h, de 931 pour celle de 5^h, de 948 pour celle de 6^h, & de 1000 pour celle de 7 heures.

Nous n'avons point eu d'égard à l'augmentation que cause dans la déclinaison septentrionale du soleil, la réfraction qui fait paroître les astres plus élevés qu'ils ne sont, ni à la diminution qu'elle produit dans la déclinaison méridionale : l'une & l'autre peuvent être négligées ici sans erreur sensible, sur-tout la premiere. Toutes les deux sont d'autant moindres que le pole est moins élevé sur l'horison.

108. Le point de la soustilaire par lequel doit passer un arc de Signe est le plus facile à trouver, parce que l'angle SCF est la hauteur du pole sur le plan. C'est ce point qui est le sommet de la courbure des arcs des Signes : car la soustilaire étant la méridienne du plan, & le méridien qui la forme en coupant le plan étant le méridien du plan, le soleil s'éleve toujours sur le plan jusqu'à ce qu'il soit arrivé à ce méridien, après quoi il s'abbaisse dans la même proportion qu'il s'étoit élevé, c'est pourquoi l'ombre de l'axe augmente après le passage par ce méridien de la même maniere qu'elle avoit diminué avant. Or si on suppose que l'axe a seulement la longueur marquée par CS, la trace de l'extrémité de cette ombre sera l'arc de Signe qui représente le parallele que le soleil décrit à ce jour. Il faut juger de la soustilaire des plans verticaux ou inclinés, comme de la méridienne sur les horisontaux.

109. Si le centre du Cadran n'est pas sur le plan à cause de sa trop grande distance de l'horisontale & de l'équinoctiale, on pourra néanmoins trouver les points des lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe. Pour cet effet on se servira d'une horisontale que l'on prendra

prendra pour le terme duquel on commencera à compter les distances jusqu'aux points qui déterminent un arc de Signe; & alors il faudra chercher par le calcul les parties des lignes horaires comprises entre le centre du Cadran & le point par lequel doit passer l'arc de Signe: on se servira pour cela de la méthode que nous venons d'expliquer. On cherchera aussi les parties des mêmes lignes horaires comprises entre le centre & l'horisontale: enfin on retranchera le nombre de ces secondes parties de celui des premieres, les restes seront les segmens des lignes horaires comprises entre l'horisontale & les points par lesquels doit passer l'arc d'un Signe. Fig.

110. Pour trouver aisément les parties des lignes horaires contenues entre le centre & l'horisontale, il faut regarder la partie CL de la méridienne, comme sinus total qui ait le point C pour centre; auquel cas les parties cherchées des lignes horaires sont les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne. Si donc on tire une ligne horisontale de maniere que la partie C*l* de la méridienne ne contienne que 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, les lignes horaires prises jusqu'à l'horisontale contiendront autant de parties que le marqueront les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne en retranchant les deux derniers chifres de ces sécantes.

111. Pour faire mieux entendre ce que nous venons de dire, nous allons proposer un exemple. Supposons qu'un plan de midi situé à la latitude de 48^d 51' décline vers l'occident de 70 degrés, & qu'on veuille marquer sur la ligne de 2 heures le point par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne. Je cherche d'abord par quel point de la méridienne doit passer l'horisontale, afin que la ligne C*l* ne contienne que 1000 parties. Je suppose que le rayon équinoctial BS soit pris de 1500 parties, on trouvera le côté CS du triangle rectangle CSB de 1461 parties, parce qu'en considerant BS comme rayon dont le

Fig. 13. centre soit B, le côté CS devient le sinus de CBS, complément de la hauteur du pole SCB, laquelle étant ici de 13 deg. l'angle CBS est de 77 deg. dont le sinus est de 97437, duquel ôtant les deux derniers chifres il reste 974, à quoi il faut ajouter la moitié 487, à cause que le rayon BS contient 1000 plus 500, qui est la moitié de 1000. Connoissant CS, on trouvera CL par le triangle CLS, qui est rectangle en L, parce que le côté SL étant dans le plan horisontal qui passe par le point S, il faut qu'il soit perpendiculaire à la méridienne CM. Dans ce triangle CLS on connoît donc l'angle droit L, le côté CS & de plus l'angle SCL, qui est le complément de la hauteur du pole sur l'horison (51) : ainsi on dira : *Le sinus total est au côté* CS, *comme le sinus de l'angle* CSL *qui est égal à la hauteur du pole , est au côté opposé* CL, que l'on trouvera de 1100 : par conséquent si on retranche 100 parties de CL depuis le point L, lereste C*l* sera de 1000 parties : ainsi il faut mener par le point *l* une horisontale *hr*.

112. Ayant le point D de la ligne de deux heures par lequel passe la ligne horisontale *hr*, je cherche ensuite la partie CF de cette ligne horaire, que je trouve de 1346 parties égales à celles de CS ou de BS par la méthode de l'art. 107. Après cela je cherche aussi le segment CD, qui est la sécante de l'angle DC*l* formé par la ligne de 2 heures avec la méridienne que je trouve de 26ᵈ 51′ par l'art. 240 du second Livre : CD est, dis-je, la sécante de l'angle DC*l* en prenant C*l* pour rayon, & le point C pour centre. Cette sécante est 112083, dont ôtant les deux derniers chifres, il reste 1121 pour la ligne CD. Après cela je retranche CD de CF, c'est-à-dire, 1121 de 1346, le reste 225 est DF : je connoîtrai donc le point F de la ligne de 2 heures par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne ♑ F ♑.

113. On peut aussi se servir d'une équinoctiale pour

le terme dont on commence à compter les distances Fig. 1
jusqu'aux arcs des Signes. Pour cet effet on cherchera d'abord la grandeur de CB, puis on prendra un segment C*b* qui ne coutienne que 1000 parties, ou du moins un autre nombre qui soit composé des aliquotes de 1000, comme 1200 ou 1500 : ensuite on tirera par le point *b* l'équinoctiale *ebn* que l'on prendra pour terme des distances jusqu'aux arcs, & pour lors en considérant C*b* comme rayon, les segmens des lignes horaires depuis le centre C jusqu'à l'équinoctiale *ebn* seront les sécantes des angles que font ces lignes horaires, avec la soustilaire, que l'on cherchera par l'art. 237 du second Livre. Ainsi on trouvera ces segmens des lignes horaires : on les comparera avec les lignes CF en faisant la soustraction, & les restes seront les distances cherchées.

114. Les arcs diurnes, c'est-à-dire, les lignes que la lumiere du soleil parcourt les jours qu'il se leve à certaines heures, comme à 4, à 5, à 6 heures, &c. se tracent par la même méthode que les arcs des Signes : c'est pourquoi il ne nous reste plus qu'à montrer comment on trouve la déclinaison du soleil quand il se leve à une heure marquée, par exemple, à 4 heures sur un lieu dont la latitude est connue. Il s'agit ici du lever apparent qui précéde le lever véritable, d'autant plus que le soleil est plus près des tropiques, & que la latitude du lieu est plus grande. L'intervalle entre l'un & l'autre lever est de plus de 4 miuutes à la latitude de Paris vers les solstices. Il faut donc avoir égard ici à la réfraction, qui est la cause de la différence entre les deux levers.

115. C'est par la Trigonométrie sphérique qu'on Fig.
trouve le lever apparent du soleil : nous en allons expliquer la méthode. Soit le méridien HZPR, qui passe par le zenith Z & par le pole P : soit aussi l'horison HR, l'équateur AT, le soleil S dans le tems qu'il paroît se lever, quoiqu'il soit encore réellement au-dessous de

Fig. 14. l'horiſon. Il faut concevoir l'arc ZS du vertical qui paſſe par le ſoleil, & l'arc PS du cercle horaire ou du cercle de déclinaiſon auquel le ſoleil ſe trouve: on aura le triangle ſphérique ZPS dont on connoît trois choſes, ſçavoir, 1°. l'arc PZ qui eſt le complément de la latitude AZ, 2°. l'arc ZS qui comprend le quart de cercle ZO, plus le petit arc OS qui meſure la quantité dont le ſoleil eſt au-deſſous de l'horiſon: cet arc OS eſt de 32′ 20″. On peut négliger les ſecondes, & alors l'arc ZS eſt de 90^{d} 32′. Enfin l'angle horaire ZPS eſt connu, parce qu'il contient autant de fois 15 deg. qu'il y a d'heures dans le moment du lever apparent du ſoleil & midi. Il s'agit de trouver PS qui eſt le compl. de la déclinaiſon SD quand le ſoleil eſt du côté du pole élevé: mais lorſqu'il eſt du côté du pole abbaiſſé ſous l'horiſon, la déclinaiſon eſt l'excès de PS ſur 90 degrés. Pour cet effet, il faut de l'angle PZS oppoſé au côté cherché PS prolongé s'il eſt néceſſaire, il faut, dis-je, tirer l'arc perpendiculaire ZX d'un grand cercle : ſi l'angle horaire ZPS eſt aigu, l'arc ZX tombera du côté de cet angle : mais ſi l'angle ZPS eſt obtus, l'arc ZX tombera du côté oppoſé à cet angle, c'eſt-à-dire, du côté du ſupplément de ZPS. Dans l'un & dans l'autre cas il faudra faire l'analogie ſuivante pour trouver le ſegment PX qui eſt un côté du triangle rectangle ZXP, dont PZ eſt l'hypotenuſe, *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle* ZPX, *comme la tangente de l'hypotenuſe* PZ *eſt à la tangente du ſegment* PX. Ce ſegment eſt de même eſpéce que l'hypotenuſe PZ; & par conſéquent il contient toujours moins de 90 degrés.

116. Quand on aura trouvé ce ſegment PX il faudra chercher l'autre ſegment SX par cetre ſeconde analogie, *Le ſinus du complément de* ZP *eſt au ſinus du complément de* ZS, *comme le ſinus du complément de* PX *eſt au ſinus du complément de* SX. Ce côté SX eſt toujours plus grand que 90^{d} (Liv. 4. de la Sph. art. 17 & 18),

parce que l'hypotenuse ZS est plus prande & le côté ZX plus petit qu'un quart de cercle. Si l'angle ZPS est aigu, on ajoutera PX SX, la somme sera PS, de laquelle on retranchera 90 degrés, le reste sera la déclinaison du soleil vers le pole abbaissé : mais si l'angle ZPS est obtus, on retranchera PX de SX, le reste sera PS qu'il faudra ôter de 90 deg. & le nouveau reste sera la déclinaison du soleil vers le pole élevé. Fig. 1

Il pourroit arriver que l'angle ZPS étant obtus, le reste PS fût un peu plus grand que 90^{d}, pour lors il faudroit ôter 90^{d} de PS, le petit reste seroit la déclinaison du soleil vers le pole abbaissé.

117. Pour sçavoir, par exemple, quelle doit être la déclinaison du soleil quand il se leve à 4 heures à la latitude de $48^{d}\ 51'$, on remarquera d'abord que l'angle ZPS dans ce cas est de 120 degrés & que par conséquent l'arc perpendiculaire ZX tombe du côté de l'angle aigu, qui est le supplément de 120 degrés. Or le complément de cet angle aigu est 30^{d}, & l'hypotenuse PZ est de $41^{d}\ 9'$, complément de la latitude $48^{d}\ 51'$. Ainsi les trois premiers termes de la premiere analogie seront le sinus total, le sinus de 30^{d}, & la tangente de $41^{d}\ 9'$, dont les logarithmes sont 1000000, 969897 & 994146. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, il reste 964043, qui est la tangente artificielle de $23^{d}\ 36'$; c'est la valeur de PX. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront le sinus de $48^{d}\ 51'$, complément de ZP, le sinus de $32'\ 20''$ complément de ZS, & celui de $66^{d}\ 24'$ complément de PX. Or les logarithmes de ces sinus sont 987679, 797337, 996207, qui feront trouver le quatriéme logarithme 805865 qui est le cosinus artificiel de $89^{d}\ 20'\ 40''$: mais il faut prendre le supplément $90^{d}\ 39'\ 20''$ pour le segment SX, parce que ce segment est plus grand que 90^{d}. On retranchera ensuite PX de SX, on aura le reste $67^{d}\ 3'\ 20''$, qu'il faudra ôter de 90^{d}, le nouveau reste sera $22^{d}\ 56'\ 40''$: c'est la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 4 heures.

Fig. 14. 118. On se servira des mêmes analogies afin de trouver la déclinaison qu'il devroit avoir pour se lever à 8 heures; mais il faudra alors ajouter PX=23^d 36$'$ a SX=90^d 39$'$ 20$''$, la somme sera PS=114^d 15$'$ 20$''$, & retrancher 90^d de cette somme, le reste 24^d 15$'$ 20$''$ est la déclinaison que le soleil devroit avoir afin qu'il se levât à 8 heures: ce qui fait connoître qu'il ne peut jamais se lever si tard à la latitude de 48^d 51$'$.

119. Si on veut trouver la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 6^h, il faut faire attention que le triangle ZPS est alors rectangle en P, & que l'arc vertical ZS en est l'hypotenuse : c'est pourquoi on trouvera PS par la seule analogie suivante, *Le cosinus de* PZ *est au sinus total, comme le cosinus de l'hypotenuse* ZS *est au cosinus de* PS. Ce côté PS est toujours plus grand que 90 degrés, parce que l'hypotenuse ZS du triangle rectangle ZPS étant plus grande & le côté PZ plus petit qu'un quart de cercle, il faut que l'autre côté PS soit plus grand que 90^d (Liv. 4. de la Sphère, art. 18). En supposant la même latitude de 48^d 51$'$ les trois premiers termes de cette analogie sont le sinus de 48^d 51$'$, complément de PZ, le sinus total & le sinus de 32$'$ 20$''$, complément de ZS. Or les logarithmes de ces trois termes sont 987679, 1000000, 797337, qui feront trouver le quatriéme nombre 809658 cosinus artificiel de 89^d 17$'$, dont il faut prendre le supplément 90^d 43$'$ pour la valeur du côté PS, parce que ce côté doit être plus grand que 90 deg. Par conséquent la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 6 heures est 43$'$, c'est-à-dire, l'excès de 90^d 43$'$ sur un quart de cercle : cette déclinaison est du côté du pole abaissé. L'analogie marquée ci-dessus est la même que la suivante. *Le sinus de la hauteur du pole est au sinus total, comme le sinus du complément de l'arc vertical compris entre le zenith & le lieu apparent du soleil est au lieu de la déclinaison du soleil.*

120. S'il n'y avoit point de réfraction, le soleil se leveroit à six heures lorsqu'il décrit l'équateur, c'est-à-

dire, quand il n'a point de déclinaiſon, parce que ce cercle étant coupé en deux parties égales par l'horiſon, ce ſeroit alors que le jour ſeroit égal à la nuit. Si on veut trouver quelle ſeroit ſa déclinaiſon lorſqu'il ſe leveroit à quelque autre heure, par exemple à 4 heures, en ſuppoſant qu'il n'y a point de réfraction, on pourra le trouver par le triangle CDS rectangle en D, dont le côté CD eſt l'arc de l'équateur, qui meſure l'angle horaire CPS entre le cercle PC de 6^h & le cercle PSD de 4^h, & l'angle SCD=ACH eſt l'élévation de l'équateur AT ſur l'horiſon HR. On cherche le côté DS qui eſt la déclinaiſon du ſoleil quand il ſe leve au point S: on le trouvera par cette analogie, *Le ſinus total eſt au ſinus de l'arc* CD *meſure de l'angle horaire* CPD, *comme la tangente de l'élévation* SCD *de l'équateur eſt à la tangente de l'arc* SD, qui eſt la déclinaiſon cherchée. En ſuppoſant toujours la latitude de 48^d $51'$, on trouvera qu'afin que le ſoleil ſe levât à 4^h, il faudroit que ſa déclinaiſon fût de 23^d $36'$. Les termes de cette analogie ſont les mêmes que les termes de celle qui eſt à l'art. 115. Fig.

DE L'ANNEAU ASTRONOMIQUE.

De tous les Inſtrumens portatifs dont on ſe ſert pour connoître l'heure au ſoleil, l'Anneau aſtronomique eſt le plus commode, le plus exact, & en même tems très-ſimple. Nous en allons donner la deſcription, après quoi nous en expoſerons l'uſage & la démonſtration.

121. L'Anneau aſtronomique eſt compoſé de deux cercles concentriques de cuivre, ou d'argent ou de quelque autre métail, dont l'intérieur ABCD eſt attaché à l'extérieur SAMC par deux pivots A & C autour deſquels il tourne afin qu'il puiſſe être diſpoſé dans une ſituation perpendiculaire au cercle extérieur: ces deux pivots paſſent par des points diamétralement oppoſés de l'un & de l'autre cercle. Ces deux cer- Fig.

16. cles étant dans la ſituation convenable, l'extérieur repréſente le méridien, & l'autre l'équateur. Leur grandeur n'eſt point déterminée, l'extérieur peut avoir depuis deux pouces de diametre juſqu'à ſix, & méme davantage.

122. On diviſe en 24 parties égales la ſurface qui eſt ſur l'épaiſſeur du cercle intérieur, & qui eſt en dedans de ce cercle, & on marque ſur une des moitiés aux points de diviſions toutes les heures depuis une juſqu'à douze: on fait de même ſur l'autre moitié. De plus on partage également la largeur de cette ſurface par une circonférence que l'on y grave, & que nous appellerons dans la ſuite la *circonférence équinoctiale.*

123. Pour ce qui eſt du cercle extérieur, 1°. on y marque les degrés de latitude, en commençant par les deux pivots A & C qui ſont au point d'interſection des deux cercles: la latitude ſeptentrionale eſt marquée ſur un quart de ce cercle, & la méridionale ſur le quart de cercle oppoſé. 2°. On attache au méridien un pendant qui eſt mobile, afin qu'on le puiſſe faire gliſſer ſur le degré de la latitude du lieu dans lequel on ſe trouve, quand on veut connoître l'heure avec cet Inſtrument: par exemple, ſi on veut connoître l'heure à Paris, il faut mettre le milieu du pendant à peu près au 49me degré de latitude: & le pendant étant dans cette ſituation répond au zenith du lieu.

124. Il y a au-dedans du méridien une regle SM attachée par les deux extrêmités, de maniere qu'elle puiſſe tourner ſur ces extrêmités comme ſur deux pivots qui ſont éloignés d'un quart de cercle des deux pivots A & C du cercle intérieur. On a fait une fente au milieu & ſelon la longueur de cette regle dans laquelle on a mis une petite piéce percée par le milieu: cette piéce eſt mobile afin qu'elle puiſſe gliſſer le long de la fente. On l'appelle pour cette raiſon *Curſeur.* La regle étant ainſi diſpoſée la fente ou plutôt la ligne que l'on conçoit traverſer la regle par le milieu, ſelon la longueur, re-

présente l'axe de l'équateur & du monde, dont les deux poles sont S & M. Fig. 16.

125. On a marqué d'un côté de cette regle les degrés des Signes de dix en dix, ou même de cinq en cinq. Or voici comment on les a marqués. Les commencemens d'*Aries* & de *Libra* répondent à une ligne gravée sur le milieu de la regle considérée selon la longueur : cette ligne est par conséquent dane le plan du cercle intérieur qui est à l'équateur. Cela posé, il faut concevoir que d'un point comme A de la circonférence équinoctiale on tire une perpendiculaire AP à cette ligne, & que du même point il y a d'autres lignes tirées dans le plan du méridien qui fassent avec la perpendiculaire des angles égaux à la déclinaison des différens points de l'écliptique que l'on veut marquer sur la regle : par exemple, si on veut représenter les degrés de dix en dix, on concevra une ligne tirée du point A, qui fasse avec la perpendiculaire AP un angle égal à la déclinaison du point d'*Aries*, qui est à la fin du dixieme degré, & de celui qui termine le vingtieme degré de *Virgo*; ensuite une autre ligne qui fasse avec la perpendiculaire un angle égal à la déclinaison du point qui termine le vingtieme degré d'*Aries* & de celui qui termine le dixieme degré de *Virgo*; ainsi de suite jusqu'à la fin du trentieme degré de *Gemini*, ou le commencement du *Cancer*. Il en faut tirer de même de l'autre côté de la perpendiculaire pour les six autres Signes du zodiaque.

126. Il n'est pas difficile de trouver les points de la regle auxquels doivent aboutir toutes ces lignes : car comme on sçait la déclinaison de tous les degrés de l'écliptique, on connoîtra par conséquent l'angle que fait chaque ligne avec la perpendiculaire : ainsi on sçaura aussi combien de parties contient la tangente de cet angle. Or si on prend la perpendiculaire pour rayon, cette tangente est la distance de l'extrémité P de la perpendiculaire jusqu'au point où aboutit la ligne qui est

16. l'autre côté de l'angle : laquelle distance se prend, comme on voit, sur la regle. Ainsi en connoissant le nombre des parties de la perpendiculaire, on trouvera quelle doit être cette distance.

127. Supposons que le rayon ou la perpendiculaire qui aboutit au point P est de 450 parties égales à celles d'une échelle : s'il s'agit de trouver sur la regle la distance de ce point P à celui où l'on doit marquer la fin d'*Aries* & le commencement de *Virgo* d'un côté, ou la fin de *Libra* & le commencement de *Pisces* de l'autre côté de la perpendiculaire ; la déclinaison de ces points de l'écliptique étant de 11^d 29′, comme il paroît par la Table page 284, la tangente sera de 203 en prenant le rayon de 1000 parties : on fera donc la proportion, 1000. 203: :450. X, dont le quatrieme terme est environ 91. Ainsi il faut que le point dont on cherche la distance au point P en soit éloigné de 91 parties égales à celles de l'échelle. Après avoir marqué sur un côté de la regle les divisions qui désignent les degrés de l'écliptique, on marque de l'autre les jours des mois auxquels le soleil répond à ces degrés.

Ce que nous venons de dire de la construction de l'Anneau astronomique suffit pour entendre l'usage qu'on en fait.

128. Voici comment on trouve l'heure qu'il est avec cet Instrument. 1°. On fait glisser le pendant attaché au cercle extérieur jusqu'à ce que le milieu réponde à la latitude ou à la hauteur du pole du lieu où l'on est. 2°. On met le curseur à peu près sur le degré du Signe auquel répond pour lors le soleil, soit qu'on regarde le côté de la regle où les Signes sont marqués, soit qu'on regarde celui où sont écrits les noms des mois, ou au moins les lettres initiales de ces mois. 3°. On dispose le cercle intérieur de façon qu'il soit perpendiculaire à l'autre qui doit représenter le méridien. 4°. On met un doigt dans l'anneau attaché au pendant pour soutenir l'Instrument en l'air, & on dirige vers le so-

leil une des faces de la regle qui contient le curſeur. 5°. Enfin on tourne le méridien ſuſpendu librement par l'anneau que l'on tient, on tourne, dis-je, ce cercle de façon que le rayon de lumiere tombe préciſément ſur la circonférence équinoctiale : le point ou tombera le rayon déſignera l'heure.

129. Pour entendre la raiſon de l'uſage de cet Inſtrument, il faut ſuppoſer d'abord que le ſoleil eſt à l'équateur céleſte, & que le petit trou du curſeur eſt au milieu de la regle dans le plan & au centre du cercle intérieur. Si l'épaiſſeur de ce cercle n'interceptoit pas la lumiere du ſoleil, le rayon qui paſſeroit par le trou du curſeur tombant ſur la circonférence équinoctiale montreroit l'heure, puiſque le rayon du ſoleil étant pour lors dans le plan du cercle intérieur, ce cercle ſeroit parallele à l'équateur céleſte ; & par conſéquent le cercle intérieur joint avec le curſeur, dont le trou eſt au centre, ſeroit une eſpece de Cadran équinoctial. Si on conçoit à préſent que le ſoleil décline vers un des poles, & que le curſeur & tout l'inſtrument demeure dans la même ſituation, alors le rayon ne tombera plus ſur la circonférence équinoctiale : il s'en écartera en faiſant avec le plan du cercle intérieur un angle égal à la déclinaiſon du ſoleil : mais ſi on éloigne du centre le curſeur d'une quantité égale à la déclinaiſon du ſoleil, il eſt évident que le rayon du ſoleil tombera encore ſur la circonférence équinoctiale, & y marquera l'heure.

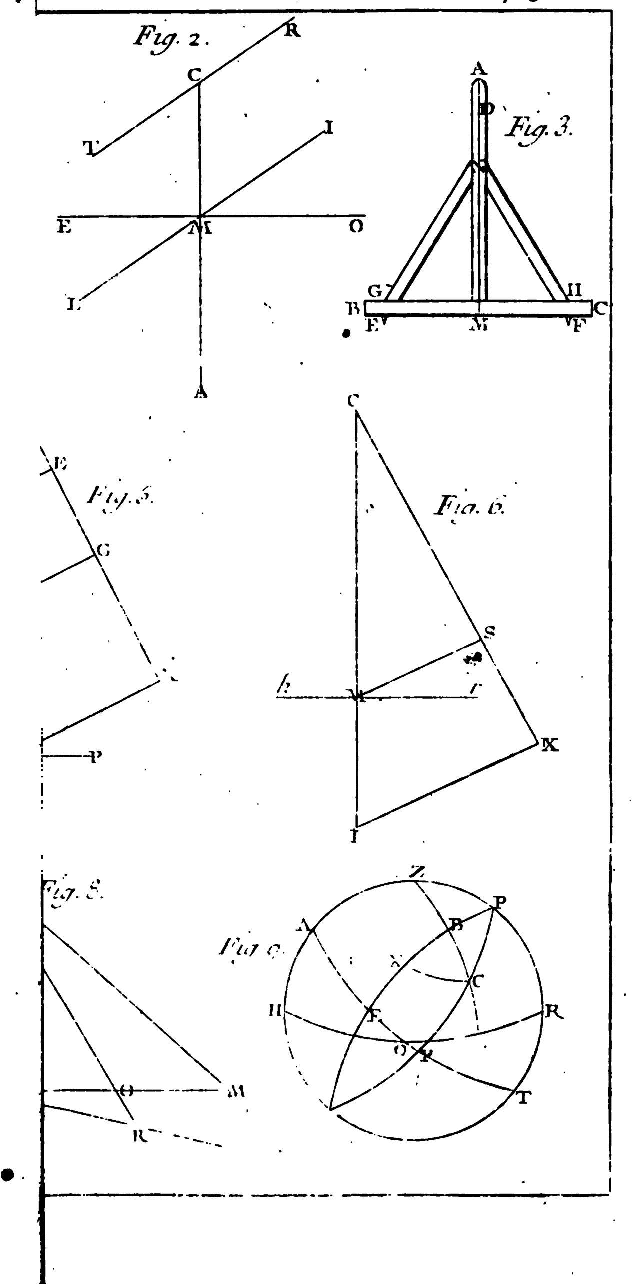
130. On voit par ce que nous venons de dire, qu'à chacun des équinoxes, il y a deux ou trois jours pendant leſquels on ne peut trouver l'heure avec cet Inſtrument, parce que l'épaiſſeur du cercle intérieur empêche le rayon du ſoleil de parvenir juſqu'au trou du curſeur. Par la même raiſon le cercle extérieur qui ſert de méridien empêche tous les jours que l'on ne puiſſe voir l'heure vers midi.

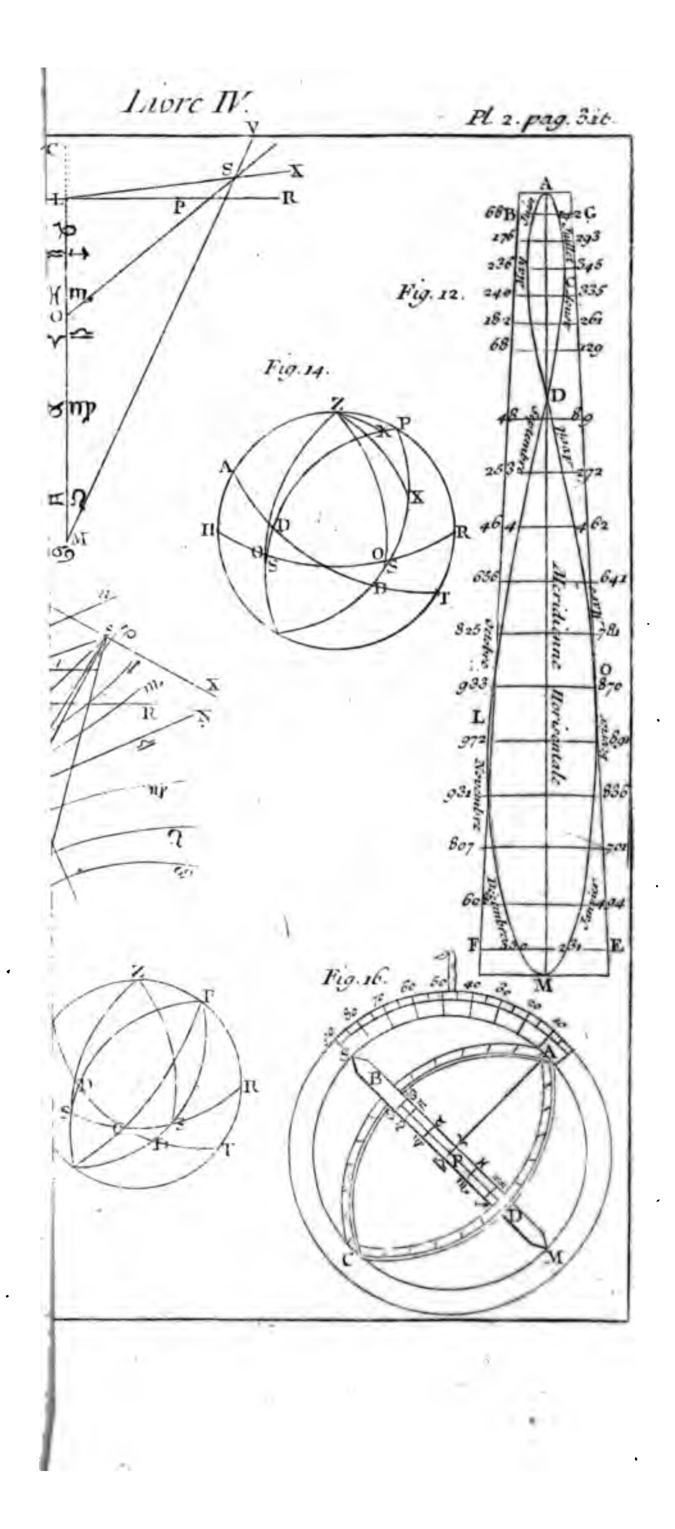
Explication des Tables ſuivantes.

Nous avons jugé à propos d'ajouter des Tables, non-ſeulement pour épargner la peine du calcul dans les cas qui y ſont contenus, mais auſſi pour raſſurer les Commençans dans les calculs qu'ils auront faits pour d'autres cas : car il leur arrive ſouvent d'être dans le doute lors même que leurs opérations ſont bien faites. Or ils pourront ſe ſervir de ces Tables pour connoître s'ils ont bien calculé, en comparant le reſultat de leurs calculs avec les Tables, pourvû qu'elles contiennent les cas qui approchent de ceux que leurs opérations ſuppoſent. Nous donnerons ſix ſortes de Tables ; les premieres montreront les déclinaiſons du ſoleil pour tous les jours de l'année ; il y en aura quatre de cette ſorte. La ſuivante contiendra les angles horaires du Cadran horiſontal. La 6me ſera pour les angles que fait le vertical du ſoleil avec le méridien. Les trois autres contiendront l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, la hauteur du pole ſur le plan, & la différence des longitudes ou des méridiens. Mais il faut auparavant en donner l'explication.

De la Table de la déclinaiſon du Soleil.

131. Nous avons ſuppoſé dans pluſieurs Problêmes qu'on connoît la déclinaiſon du ſoleil pour toutes les heures du jour. On donne dans l'Aſtronomie la méthode de trouver cette déclinaiſon : mais comme elle ſuppoſe qu'on ſçait le lieu du ſoleil ſur l'écliptique, & qu'on ne peut trouver ce lieu que par des calculs qui dépendent d'une connoiſſance aſſez profonde de l'Aſtronomie, nous allons donner quatre Tables qui pourront ſervir pendant 20 ou 30 ans à connoître aiſément ſans erreur ſenſible la déclinaiſon du ſoleil à toutes les heures. Elles ſont priſes des *Ephemerides*, de M. de la Caille de l'Académie des Sciences de Paris. Ces quatre Tables ſont pour quatre années, ſçavoir, la


Fig. 2.
R
C
T
I
E
M
O
L
A
A
D
Fig. 3.
G
H
B
C
E
M
F
C
E
Fig. 5.
G
P
Fig. 6.
S
h
M
r
X
I
Fig. 8.
O
M
R
Z
P
B
A
C
H
R
T



Livre IV.
Pl. 2. pag. 316.
Fig. 12.
Fig. 14.
Fig. 16.
Meridienne Horizontale
Septembre
Octobre
Novembre
Decembre
Janvier

premiere Table pour la premiere année après une bissextile ; la seconde Table pour la seconde année après la bissextile ; la troisieme pour la troisieme année : enfin la 4me pour l'année bissextile. Ces quatre Tables ont été calculées en supposant l'inclinaison de l'écliptique avec l'équateur de 23d 28′ 20″, telle à peu près qu'on l'a trouvée par des observations nouvelles & certaines. La premiere de ces Tables est prise des *Ephemerides*, année 1753, la seconde est prise de 1754, la troisieme de 1751, enfin la quatrieme de 1752. Elles marquent toutes les déclinaisons du soleil quand il est midi à Paris.

132. Pour connoître par le moyen de ces Tables la déclinaison du soleil pour un jour de l'année, il faut considérer si cette chose est bissextile, & si elle ne l'est pas, il faut voir la quantieme elle est, c'est-à-dire, ou la premiere, ou la seconde, ou la troisieme après la derniere bissextile. Tout cela est facile à trouver, parce que l'année bissextile arrive de 4 ans en 4 ans, par exemple, en 1748, 52, 56, 60, 64, &c. ainsi si je veux sçavoir la déclinaison du soleil pour le premier Avril 1749, lorsqu'il sera midi à Paris, je fais attention que cette année est la premiere après la bissextile : c'est pourquoi je cherche cette déclinaison dans la premiere Table au premier d'Avril, & je trouve que c'est 4d 43′. De même si je veux sçavoir la déclinaison du soleil le 15 Juillet 1752, quand il sera midi à Paris, je remarque que cette année est bissextile, & qu'il faut par conséquent chercher cette déclinaison à la quatrieme Table au 15 de Juillet : je trouve que c'est 21d 28′.

133. Si on veut connoître la déclinaison pour une autre heure que midi, il faut prendre une partie proportionnelle de la différence qui se trouve entre les déclinaisons du midi qui précede, & du midi qui suit immédiatement cette heure, proportionnelle, dis-je, au tems qui s'est écoulé depuis le midi précédent, &

ajouter cette partie à la déclinaiſon telle qu'elle étoit pour lors, quand la déclinaiſon va en augmentant ; ou retrancher cette partie quand la déclinaiſon diminue, la ſomme ou la différence ſera la déclinaiſon du ſoleil à l'heure propoſée. Si je veux connoître la déclinaiſon du ſoleil à huit heures du matin au méridien de Paris le 15 Juillet 1752, je cherche la différence des deux déclinaiſons du 14 & du 15 marquées dans la quatrieme Table entre leſquelles ſe trouve la déclinaiſon de l'heure propoſée ; je trouve que c'eſt environ 10′. Or la partie proportionnelle de 10′, qui répond à 20^h qui ſe trouvent depuis le midi précédent juſqu'à 8^h du matin eſt à peu près 8′ : je retranche donc 8′ de 21^d 38′ marqués pour le 14, parce que la déclinaiſon va en diminuant, le reſte 21^d 30′ eſt la déclinaiſon du 15 à 8 heures du matin au méridien de Paris.

134. Pour trouver la partie proportionnelle de la différence des déclinaiſons, on peut faire l'analogie ſuivante : 24 *heures ſont au nombre des heures écoulées depuis le midi précédent, comme la différence des déclinaiſons des deux midis eſt à la partie cherchée de cette différence.* Dans notre exemple cette proportion ſe réduit à ces termes, 24^h. 20^h : : 10′ x.

135. Quoique ces Tables ne ſoient faites que pour le méridien de Paris, néanmoins on peut les regarder comme faites pour le méridien de toutes les villes de France à cauſe que la différence des méridiens n'eſt pas aſſez conſidérable pour cauſer une erreur ſenſible dans la déclinaiſon du ſoleil. On pourroit auſſi ſe ſervir des mêmes Tables pour les autres lieux de la terre, quoique fort éloignées de Paris en longitude, pourvû qu'on eût égard à la différence des méridiens.

DE LA TABLE DES ANGLES HORAIRES du Cadran horiſontal.

136. Cette Table n'eſt autre choſe qu'une eſpece de Catalogue des angles horaires du Cadran horiſon-

tal, c'est-à-dire, des angles qui font les différentes lignes horaires de ce Cadran avec la méridienne; elle comprend dix degrés de latitude dont chacun est partagé en six parties égales, comme on l'a marqué au haut de chaque page de la Table : par exemple, on a marqué au haut de la premiere page les six parties égales du quarante-quatrieme degré de latitude, en mettant 43^d $10'$, 43^d $20'$, 43^d $30'$, 43^d $40'$, 43^d $50'$, 44^d $0'$.

137. On a placé sous chacune de ces latitudes une colomne verticale qui contient les angles horaires de quart d'heure en quart d'heure depuis midi. On a aussi posé deux autres colomnes verticales à chaque page, une à gauche, l'autre à droite : la premiere à gauche contient les heures, les demies & les quarts depuis midi jusqu'à 6^h du matin, en allant de haut en bas. La seconde, qui est à la droite de la page, contient aussi les heures, les demies & les quarts depuis midi jusqu'à 6^h du soir. Les heures sont marquées en chifres Romains, les quarts sont désignés par 15, c'est-à-dire, 15 minutes, les demies par 30, & les trois quarts par 45. Cela posé, on trouvera facilement les angles horaires de chaque latitude marquée dans la Table : par exemple, si je veux connoître quel est l'angle horaire que fait la ligne de dix heures & demie avec la mérid. à 43^d $20'$ de latitude, je cherche dans la colomne des heures à gauche les 30 min. qui sont au-dessus de dix heures, & je regarde quel est l'angle qui est dans le même rang horisontal sous 43^d $20'$, je trouve 15^d $52'$, c'est la valeur de l'angle horaire formé par la mérid. avec la ligne horaire de 10 heures 30^m à la latitude de 43^d $20'$. Si on veut sçavoir quel est l'angle que fait la ligne de $1^h\frac{1}{2}$ après midi avec la méridienne à la même latitude de 43^d $20'$ on cherchera 30 min. dans la colomne à droite au-dessous d'une heure, & on regardera dans le rang horisontal de ces 30 min. l'angle qui est sous 43^d $20'$, on trouvera 15^d $52'$, c'est l'angle que l'on demande.

138. On remarquera que cet angle est le même que

celui de 10^h 30^m, ce qui doit être ainſi : car dans les Cadrans horiſontaux les angles horaires du matin ſont égaux à ceux du ſoir, lorſque les heures qui répondent à ces angles ſont également éloignées de midi, les unes avant & les autres après. On peut voir à préſent pourquoi les heures vont en diminuant de haut en bas dans la colomne qui eſt à gauche, au lieu qu'elles vont en augmentant dans la colomne à droite : car comme il étoit néceſſaire que les heures qui ſont dans le même rang horiſontal à gauche & à droite fuſſent également éloignées de midi, que l'on ſuppoſe au haut de l'une & de l'autre colomne, les heures ont dû aller en diminuant dans la premiere & en augmentant dans la ſeconde.

139. On n'a étendu cette Table que juſqu'à ſix heures ſoit du matin ſoit du ſoir : mais ſi on veut avoir un angle horaire de quelque heure qui précéde la ſixieme du matin, ou qui ſoit après la ſixieme du ſoir, il eſt facile de le trouver par cette Table.

Je ſuppoſe, par exemple, qu'on veuille trouver l'angle horaire de 5 heures du matin, il faut chercher l'angle horaire de 5 heures du ſoir, le ſupplément de cet angle ſera l'angle qu'on veut connoître. Pareillement ſi on veut avoir la ligne horaire de 7 heures du ſoir, on cherchera l'angle de 7 heures du matin, le ſupplément de cet angle ſera l'angle dont il s'agit. La raiſon de cela eſt que c'eſt la mème ligne prolongée qui eſt la ligne horaire de 5 heures du ſoir, & celle de 5 heures du matin. Or cela étant, il faut qu'un des angles ſoit le ſupplément de l'autre, en ſuppoſant qu'on prend toujours les angles du côté de l'équinoctiale.

De la Table de l'angle du vertical du Soleil avec le méridien.

140. Pour trouver la déclinaiſon d'un plan par la méthode du Vme Problême art. 121, qui eſt la plus avantageuſe entre celles qui ſont générales, il faut chercher

cher deux angles, celui du vertical du ſoleil avec le plan, & celui du même vertical avec le méridien. Ces deux angles étant connus, on retranche l'un & l'autre, ou bien on les ajoute enſemble; la différence ou la ſomme eſt la déclinaiſon du plan. Or de ces deux angles, c'eſt celui du vertical du ſoleil avec le méridien qui eſt le plus difficile à trouver. La Table que nous donnons pourra ſervir à cet effet depuis le 48me degré de latitude juſqu'au 50me, & depuis 15^{d} 20′ de la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé juſqu'au tropique voiſin, pourvû qu'on ait trouvé la hauteur du ſoleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre. Chaque page de cette Table contient ſept colomnes, dont la premiere eſt composée des hauteurs du ſoleil de 20′ en 20′ depuis 38^{d} 20′ juſqu'au 49me degré, & les ſix autres contiennent les angles correſpondans du vertical du ſoleil avec le méridien, ſelon les différentes déclinaiſons du ſoleil qui ſont marquées au-deſſus des ſix colomnes de 20′ en 20′. Ces angles ſont ceux qui regardent l'équateur, & non pas leur ſupplément qui ſont tournés vers le pole élevé. Si on veut donc connoître l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien lorſque le ſoleil eſt au 43me degré de hauteur ſur l'horiſon d'un lieu qui a 48^{d} de latitude, & qu'il décline de 16^{d} 20′ vers le pole élevé, on cherchera ſous le 48me deg. cet angle vis-à-vis du 43me degré de hauteur dans la colomne au haut de laquelle il y a 16^{d} 20′, & on trouvera 62^{d} 33′, c'eſt l'angle cherché qui regarde l'équateur.

141. Dans la derniere page de cette Table on a marqué les degrés de déclinaiſon du ſoleil de 14′ en 14′ pour la plus grande préciſion, parce que le ſoleil eſt alors plus long-tems à changer d'une minute de déclinaiſon: car il a ſenſiblement la même déclinaiſon pluſieurs jours de ſuite aux ſolſtices, & dans les tems qui en approchent il ne change que d'environ une ou deux minutes par jour, au lieu que vers les équinoxes il

change environ de 24′ de déclinaison par jour.

142. On peut se servir de la même Table pour trouver l'angle du vertical du soleil avec le méridien pour les degrés intermédiaires, soit de la latitude, soit de la hauteur du soleil, soit de sa déclinaison: par exemple, la latitude d'un lieu étant de 49^d & la hauteur du soleil étant de 45^d, si on veut trouver l'angle du vertical du soleil avec le méridien quand sa déclinaison est de 20^d 10′, on prendra la différence entre les deux angles qui répondent à 45^d de hauteur, dont l'un est sous 20^d, & l'autre sous 20^d 20′ de déclinaison, ce sont 65^d 36′ & 66^d 20′ qui diffèrent de 44′, dont il faut prendre la moitié 22′, parce que 10′ sont la moitié de la différence entre 20^d & 20^d 20′. Par conséquent en ajoutant cette moitié à 65^d 36′, la somme 65^d 58′ est l'angle cherché. On pourroit se servir pour trouver cet angle d'une proportion semblable à celle dont nous avons parlé dans l'explication des Tables de la déclinaison du soleil.

Cette Table a été calculée par la méthode de l'art. 124 du second Livre. M. de Targe Maître de Mathématiques, qui les enseigne avec succès, a bien voulu s'en donner la peine. Il a aussi fait la Table de la différence des longitudes qui est à la fin.

143. Afin qu'on sçache à peu près le tems auquel il faut marquer les points d'ombre pour qu'on puisse faire usage de cette Table, nous allons indiquer les heures pour les cas extrêmes qu'elle contient, & on pourra juger par-là à peu près des heures qui conviennent aux autres cas.

Latitude 48^d, *Déclinaison du Soleil* 15^d 20′.

Haut. du Sol. 38^d 20′: à 8^h 44^m avant midi, & à 3^h 16^m apr. midi.
49^d, à 10^h avant midi, & à 2^h apr. midi.

C'est-à-dire, que la latitude étant de 48^d, & la déclinaison du soleil de 15^d 20′, le soleil est élevé de 38^d 20′ sur l'horison à 8^h 44^m du matin & à 3^h 16^m après midi: & il est élevé de 49^d à 10^h du matin & à 2^h après midi.

Le soleil est donc 1^h 16^m à parvenir d'une hauteu à l'autre, soit avant soit après midi.

Latitude 48^d, *Déclinaison du Soleil* 23^d $28'$.

Haut. 38^d $20'$: à 8^h 8^m avant midi, & à 3^h 52^m apr. midi.
du Sol. 49^d: à 9^h 13^m avant midi, & à 2^h 47^m apr. midi.

Le soleil est donc 1^h 5^m à parvenir d'une hauteur à l'autre, soit avant soit après midi.

Latitude 50^d, *Déclinaison du Soleil* 15^d $20'$.

Haut. 38^d $20'$: à 8^h 49^m avant midi, & à 3^h 11^m apr. midi.
du Sol. 49^d: à 10^h 12^m avant midi, & à 1^h 48^m apr. midi.

Le soleil est donc 1^h 23^m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi.

Latitude 50^d, *Déclinaison du Soleil* 23^d $28'$.

Haut. 38^d $20'$: à 8^h 9^m avant midi, & à 3^h 51^m apr. midi.
du Sol. 49^d: à 9^h 19^m avant midi, & à 2^h 41^m apr. midi.

Le soleil est donc 1^h 10^m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi. Ces calculs ont été faits par la méthode des art. 135 & suivans, du second Livre.

Des Tables qui contiennent les trois angles fondamentaux des Cadrans.

145. Les trois dernieres Tables servent à connoître les trois angles qu'on peut appeller fondamentaux pour la construction des Cadrans, sçavoir l'angle de la soustilaire avec la méridienne, celui de l'axe avec la soustilaire, on l'appelle la hauteur du pole sur le plan, & enfin la différence des longitudes ou des méridiens. Elles s'étendent toutes les trois depuis le premier degré de la déclinaison du plan jusqu'au 64me. Les deux premieres ne contiennent chacune que trois pages : mais la derniere en contient sept, parce que les angles de la différence des longitudes étant plus différens entr'eux que ceux des deux premieres Tables, il étoit à propos de diviser les 64 degrés de déclinaison en par-

ties plus petites. Par la raiſon oppoſée on trouvera dans chacune de ces trois Tables une page, ſoit la premiere ſoit la derniere, dans laquelle les degrés de déclinaiſon ſeront moins diviſés que dans les autres, parce que les angles qui répondent à ces degrés de déclinaiſon ſont moins différens entr'eux que ceux qui répondent aux degrés de déclinaiſon qui ſont dans les autres pages. Dans chaque page de ces Tables il y a ſept colomnes, dont la premiere, ou celle qui eſt à gauche, contient les degrés de déclinaiſon du plan, & les ſix autres renferment les angles propres à chaque Table pour pluſieurs degrés de latitude; ce ſont le 45me, le 46me, le 47me, le 48me, le 49me & le 50me, comme on les voit marqués au haut des ſix colomnes. Ainſi ces Tables pourront être d'uſage preſque pour toute la latitude que renferme la France. On pourra ſe ſervir de ces Tables pour trouver les angles intermédiaires, ſoit de la déclinaiſon du plan, ſoit de la latitude, comme nous l'avons dit touchant les autres Tables. Pour calculer ces Tables on a employé les analogies renfermées dans le Xme, le XIme & le XIIme Problême de la ſeconde ſection du ſecond Livre.

TABLES

DE

GNOMONIQUE.

TABLE I. de la déclin. du Sol. à midi au Mérid. de Paris pour les 1res ann. après les Bissextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclin. méridio. D.	M.	*Fevrier.* Déclin. méridio D.	M	*Mars.* Déclin méridio D.	M	*Avril.* Déclin. septentr. D.	M.	*Mai.* Déclin. septentr. D.	M.	*Juin.* Déclin. septentr. D.	M.
1	22	59	16	58	7	24	4	43	15	12	22	7
2	22	54	16	40	7	1	5	6	15	30	22	15
3	22	48	16	23	6	38	5	29	15	48	22	25
4	22	41	16	5	6	15	5	52	16	5	22	30
5	22	35	15	46	5	52	6	14	16	22	22	36
6	22	27	15	28	5	29	6	37	16	39	22	43
7	22	20	15	9	5	5	6	59	16	56	22	49
8	22	12	14	50	4	42	7	22	17	12	22	54
9	22	3	14	31	4	19	7	44	17	28	22	59
10	21	54	14	11	3	55	8	6	17	44	23	4
11	21	45	13	52	3	[illegible]	8	28	17	59	23	8
12	21	35	13	32	3	[illegible]	8	50	18	14	23	12
13	21	24	13	11	2	44	9	12	18	29	23	15
14	21	14	12	51	2	21	9	34	18	44	23	19
15	21	3	12	30	1	57	9	55	18	58	23	21
16	20	51	12	10	1	33	10	16	19	12	23	23
17	20	39	11	49	1	10	10	37	19	25	23	25
18	20	27	11	27	0	46	10	58	19	39	23	27
19	20	14	11	6	0	22	11	19	19	52	23	28
					septentr.							
20	20	1	10	45	0	1	11	40	20	4	23	28
21	19	48	10	23	0	25	12	0	20	16	23	28
22	19	34	10	1	0	49	12	20	20	28	23	28
23	19	20	9	39	1	12	12	40	20	40	23	27
24	19	6	9	17	1	36	13	0	20	51	23	26
25	18	51	8	55	1	59	13	20	21	2	23	25
26	18	36	8	32	2	23	13	39	21	12	23	23
27	18	20	8	10	2	46	13	58	21	22	23	21
28	18	4	7	47	3	9	14	17	21	32	23	18
29	17	48			3	33	14	36	21	42	23	15
30	17	32			3	56	14	54	21	51	23	11
31	17	15			4	20			21	59		

TABLE I. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 1res. ann. après les Bissextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

	Juillet		*Août.*		*Septemb.*		*Octobre*		*Novemb.*		*Décemb.*	
	Déclin. septentr		Déclin. septentr		Déclin septentr.		Déclin méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.	
Jours du mois	*D.*	*M.*	*D.*	*M*	*D.*	*M.*	*D.*	*M*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	7	17	58	8	10	3	20	14	36	21	55
2	23	3	17	43	7	49	3	44	14	53	22	4
3	22	58	17	27	7	27	4	7	15	13	22	12
4	22	53	17	11	7	4	4	30	15	32	22	20
5	22	48	16	55	6	42	4	53	15	50	22	28
6	22	42	16	38	6	20	5	16	16	8	22	35
7	22	35	16	22	5	57	5	39	16	26	22	42
8	22	29	16	5	5	34	6	2	16	44	22	48
9	22	21	15	48	5	12	6	25	17	1	22	54
10	22	14	15	30	4	49	6	48	17	18	22	59
11	22	6	15	12	4	26	7	11	17	34	23	4
12	21	58	14	54	4	3	7	34	17	51	23	9
13	21	49	14	38	3	40	7	56	18	7	23	13
14	21	40	14	17	3	17	8	18	18	23	23	16
15	21	31	13	59	2	54	8	41	18	38	23	20
16	21	21	13	40	2	31	9	3	18	53	23	22
17	21	11	13	21	2	7	9	25	19	8	23	24
18	21	0	13	1	1	44	9	47	19	22	23	26
19	20	50	12	42	1	21	10	9	19	36	23	27
20	20	38	12	22	0	57	10	30	19	50	23	28
21	20	27	12	2	0	34	10	52	20	3	23	28
22	20	15	11	42	0	11	11	13	20	16	23	28
					méridio.							
23	20	3	11	21	0	13	11	34	20	28	23	27
24	19	50	11	1	0	36	11	55	20	41	23	26
25	19	37	10	40	1	0	12	16	20	53	23	25
26	19	24	10	19	1	23	12	36	21	4	23	23
27	19	11	9	58	1	47	12	57	21	15	23	20
28	18	57	9	37	2	10	13	17	21	25	23	17
29	18	43	9	15	2	34	13	37	21	35	23	14
30	18	28	8	54	2	57	13	57	21	45	23	10
31	18	13	8	32			14	16			23	5

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2des. ann. après les bissext. telles que 1746, 1750, 1754, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclin. méridio.		*Février.* Déclin. méridio.		*Mars.* Déclin. méridio.		*Avril.* Déclin. septentr.		*Mai.* Déclin. septentr.		*Juin.* Déclin. septentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	0	17	2	7	30	4	37	15	8	22	5
2	22	55	16	45	7	7	5	0	15	26	22	13
3	22	49	16	27	6	44	5	23	15	43	22	21
4	22	43	16	9	6	21	5	46	16	1	22	28
5	22	36	15	51	5	58	6	9	16	18	22	35
6	22	29	15	32	5	34	6	31	16	35	22	41
7	22	22	15	14	5	11	6	54	16	52	22	47
8	22	14	14	55	4	48	7	16	17	8	22	53
9	22	5	14	36	4	24	7	39	17	24	22	58
10	21	56	14	16	4	1	8	1	17	40	23	3
11	21	47	13	56	3	37	8	23	17	56	23	7
12	21	37	13	36	3	14	8	45	18	11	23	11
13	21	27	13	16	2	50	9	7	18	26	23	15
14	21	16	12	56	2	27	9	28	18	40	23	18
15	21	5	12	35	2	3	9	50	18	55	23	21
16	20	54	12	15	1	39	10	11	19	9	23	23
17	20	42	11	54	1	16	10	32	19	22	23	25
18	20	30	11	33	0	52	10	53	19	36	23	26
19	20	18	11	11	0	28	11	14	19	48	23	27
20	20	5	10	50	0	4	11	35	20	1	23	28
					septentr.							
21	19	51	10	28	0	19	11	55	20	13	23	28
22	19	38	10	6	0	43	12	15	20	25	23	28
23	19	24	9	44	1	7	12	35	20	37	23	28
24	19	9	9	22	1	30	12	55	20	48	23	27
25	18	54	9	0	1	54	13	15	20	59	23	25
26	18	39	8	38	2	17	13	34	21	10	23	24
27	18	24	8	15	2	41	13	53	21	20	23	21
28	18	8	7	52	3	4	14	12	21	30	23	19
29	17	52			3	27	14	31	21	39	23	16
30	17	36			3	51	14	50	21	48	23	12
31	17	19			4	14			21	57		

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2des ann. après les bissext. telles que 1746, 1750, 1754, &c.

Jours du mois	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre		Novemb.		Décemb.	
	Déclin septentr		Déclin. septentr.		Déclin septentr.		Déclin méridio		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	8	18	2	8	16	3	15	14	31	21	52
2	23	4	17	47	7	54	3	38	14	50	22	2
3	22	59	17	31	7	32	4	1	15	9	22	10
4	22	54	17	15	7	10	4	25	15	28	22	18
5	22	49	16	59	6	47	4	48	15	46	22	26
6	22	43	16	43	6	25	5	11	16	4	22	33
7	22	37	16	26	6	3	5	34	16	22	22	40
8	22	30	16	9	5	40	5	57	16	40	22	47
9	22	23	15	52	5	17	6	20	16	57	22	53
10	22	16	15	34	4	55	6	53	17	14	22	58
11	22	8	15	17	4	32	7	5	17	31	23	3
12	22	0	14	59	4	9	7	28	17	47	23	8
13	21	51	14	40	3	46	7	51	18	3	23	12
14	21	42	14	22	3	23	8	13	18	19	23	16
15	21	33	14	3	3	0	8	35	18	34	23	19
16	21	23	13	44	2	36	8	58	18	49	23	22
17	21	13	13	25	2	13	9	20	19	4	23	24
18	21	3	13	6	1	50	9	42	19	19	23	26
19	20	52	12	46	1	26	10	3	19	33	23	27
20	20	41	12	27	1	3	10	25	19	46	23	28
21	20	30	12	7	0	40	10	47	20	0	23	28
22	20	18	11	47	0	16	11	8	20	13	23	28
					méridio							
23	20	6	11	26	0	7	11	29	20	25	23	28
24	19	53	11	6	0	31	11	50	20	38	23	27
25	19	40	10	45	0	54	12	11	20	50	23	25
26	19	27	10	24	1	18	12	32	21	1	23	23
27	19	14	10	3	1	41	12	52	21	12	23	21
28	19	0	9	42	2	4	13	12	21	23	23	18
29	18	46	9	21	2	28	13	32	21	33	23	15
30	18	32	8	59	2	51	13	52	21	43	23	11
31	18	17	8	38			14	12			23	6

TABLE III. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les bissext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

Jours du mois.	*Janvier.*		*Février.*		*Mars.*		*Avril.*		*Mai.*		*Juin.*	
	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	2	17	7	7	36	4	31	15	3	22	3
2	22	57	16	49	7	13	4	54	15	21	22	11
3	22	51	16	32	6	50	5	17	15	39	22	19
4	22	45	16	14	6	27	5	40	15	56	22	26
5	22	38	15	56	6	4	6	3	16	13	22	33
6	22	31	15	37	5	41	6	25	16	31	22	40
7	22	24	15	19	5	17	6	48	16	47	22	46
8	22	16	15	0	4	54	7	10	17	4	22	51
9	22	7	14	41	4	31	7	33	17	20	22	57
10	21	59	14	21	4	7	7	55	17	36	23	2
11	21	50	14	2	3	44	8	17	17	51	23	6
12	21	40	13	42	3	20	8	39	18	7	23	10
13	21	30	13	22	2	57	9	1	18	22	23	14
14	21	19	13	2	2	33	9	23	18	36	23	17
15	21	9	12	41	2	9	9	44	18	51	23	20
16	20	57	12	20	1	46	10	5	19	5	23	22
17	20	46	11	59	1	22	10	27	19	18	23	24
18	20	33	11	38	0	58	10	48	19	32	23	26
19	20	21	11	17	0	35	11	8	19	45	23	27
20	20	8	10	56	0	11	11	29	19	58	23	28
					septentr.							
21	19	55	10	34	0	13	11	50	20	10	23	28
22	19	42	10	12	0	36	12	10	20	22	23	28
23	19	27	9	50	1	0	12	30	20	34	23	28
24	19	13	9	28	1	24	12	50	20	45	23	27
25	18	59	9	6	1	47	13	10	20	56	23	26
26	18	43	8	44	2	11	13	29	21	7	23	24
27	18	28	8	21	2	34	13	48	21	17	23	22
28	18	12	7	59	2	58	14	7	21	27	23	19
29	17	56			3	21	14	26	21	37	23	18
30	17	40			3	44	14	44	21	46	23	13
31	17	23			4	8			21	55		

TABLE III. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les Bissext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

Jours du mois.	*Juillet.*		*Août.*		*Septemb.*		*Octobre.*		*Novemb*		*Décemb.*	
	Déclin. septentr.		Déclin septentr		Déclin. septentr.		Déclin. méridio.		Declin. méridio		Déclin. méridio.	
	D.	*M.*	*D.*	*M*	*D.*	*M.*	*D.*	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M*
1	23	9	18	6	8	22	3	8	14	26	21	50
2	23	5	17	51	8	0	3	32	14	45	21	59
3	23	1	17	35	7	38	3	55	15	4	22	8
4	22	56	17	20	7	16	4	18	15	23	22	16
5	22	50	17	3	6	54	4	41	15	41	22	24
6	22	45	16	47	6	31	5	5	15	59	22	31
7	22	39	16	31	6	9	5	28	16	17	22	38
8	22	32	16	14	5	46	5	51	16	35	22	45
9	22	25	15	56	5	24	6	14	16	52	22	51
10	22	18	15	39	5	1	6	36	17	9	22	57
11	22	10	15	21	4	38	6	59	17	26	23	2
12	22	2	15	3	4	15	7	22	17	42	23	7
13	21	54	14	45	3	52	7	44	17	59	23	11
14	21	45	14	27	3	29	8	7	18	14	23	15
15	21	36	14	8	3	6	8	29	18	30	23	18
16	21	26	13	50	2	43	8	52	18	45	23	21
17	21	16	13	30	2	19	9	14	19	0	23	22
18	21	6	13	11	1	56	9	36	19	15	23	25
19	20	55	12	52	1	33	9	57	19	29	23	27
20	20	44	12	32	1	9	10	19	19	42	23	28
21	20	33	12	12	0	46	10	41	19	56	23	28
22	20	21	11	52	0	23	11	2	20	9	23	28
					méridio.							
23	20	9	11	32	0	1	11	23	20	22	23	28
24	19	57	11	11	0	24	11	44	20	34	23	27
25	19	44	10	51	0	48	12	5	20	46	23	26
26	19	31	10	30	1	11	12	26	20	58	23	24
27	19	18	10	9	1	35	12	46	21	9	23	21
28	19	4	9	48	1	58	13	7	21	20	23	19
29	18	50	9	26	2	21	13	27	21	30	23	15
30	18	36	9	5	2	45	13	47	21	40	23	12
31	18	21	8	43			14	6			23	8

TABLE IV. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

Jours du mois.	*Janvier.*		*Février.*		*Mars*		*Avril.*		*Mai.*		*Juin.*	
	Déclin. méridio.		Déclin méridio		Déclin méridio		Déclin. septentr		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	3	17	11	7	19	4	48	15	17	22	9
2	22	58	16	54	6	56	5	11	15	34	22	17
3	22	52	16	36	6	33	5	34	15	52	22	24
4	22	46	16	18	6	10	5	57	16	9	22	31
5	22	40	16	0	5	46	6	20	16	26	22	38
6	22	33	15	42	5	23	6	42	16	43	22	44
7	22	25	15	23	5	0	7	5	17	0	22	50
8	22	18	15	5	4	36	7	27	17	16	22	55
9	22	10	14	45	4	13	7	50	17	32	23	0
10	22	1	14	26	3	49	8	12	17	48	23	5
11	21	52	14	7	3	26	8	34	18	3	23	9
12	21	42	13	47	3	2	8	56	18	18	23	13
13	21	32	13	27	2	39	9	17	18	33	23	16
14	21	22	13	6	2	15	9	39	18	47	23	19
15	21	11	12	46	1	51	10	0	19	1	23	22
16	21	0	12	25	1	28	10	22	19	15	23	24
17	20	48	12	5	1	4	10	43	19	29	23	26
18	20	36	11	43	0	40	11	3	19	42	23	27
19	20	24	11	22	0	17	11	24	19	55	23	28
					septentr.							
20	20	11	11	1	0	7	11	45	20	7	23	28
21	19	58	10	39	0	31	12	5	20	19	23	28
22	19	45	10	18	0	54	12	25	20	31	23	28
23	19	31	9	56	1	18	12	45	20	43	23	27
24	19	17	9	34	1	42	13	5	20	54	23	26
25	19	2	9	11	2	5	13	24	21	4	23	24
26	18	47	8	49	2	29	13	44	21	15	23	22
27	18	32	8	27	2	52	14	3	21	25	23	20
28	18	16	8	4	3	15	14	21	21	35	23	17
29	18	0	7	41	3	39	14	40	21	44	23	14
30	17	44			4	2	14	58	21	53	23	10
31	17	28			4	25			22	1		

TABLE IV. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

Jours du mois.	*Juillet.*		*Aout.*		*Septemb.*		*Octobre*		*Novemb.*		*Decemb*	
	Déclin. septentr		Déclin septentr		Déclin. septentr		Déclin méridio.		Déclin. méridio		Déclin. méridio.	
	D.	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M*	*D.*	*M*
1	23	6	17	55	8	5	3	26	14	40	21	57
2	23	2	17	39	7	43	3	49	14	59	22	6
3	22	57	17	23	7	21	4	13	15	18	22	14
4	22	52	17	8	6	59	4	36	15	37	22	22
5	22	46	16	51	6	37	4	59	15	55	22	30
6	22	40	16	35	6	14	5	22	16	13	22	37
7	22	34	16	18	5	52	5	45	16	30	22	43
8	22	27	16	0	5	29	6	8	16	48	22	50
9	22	20	15	43	5	6	6	31	17	5	22	55
10	22	12	15	26	4	44	6	54	17	22	23	1
11	22	4	15	8	4	21	7	16	17	39	23	5
12	21	56	14	50	3	58	7	39	17	55	23	10
13	21	47	14	31	3	35	8	2	18	11	23	14
14	21	38	14	13	3	11	8	24	18	26	23	17
15	21	28	13	54	2	48	8	46	18	42	23	20
16	21	19	13	35	2	25	9	8	18	57	23	23
17	21	8	13	16	2	2	9	30	19	11	23	25
18	20	58	12	56	1	38	9	52	19	25	23	26
19	20	47	12	37	1	15	10	14	19	39	23	28
20	20	36	12	17	0	52	10	36	19	53	23	28
21	20	24	11	57	0	28	10	57	20	6	23	28
22	20	12	11	37	0	5	11	18	20	19	23	28
					méridio							
23	20	0	11	16	0	19	11	39	20	31	23	27
24	19	47	10	56	0	42	12	0	20	44	23	26
25	19	34	10	35	1	5	12	21	20	55	23	24
26	19	21	10	14	1	29	12	41	21	6	23	22
27	19	7	9	53	1	52	13	2	21	17	23	19
28	18	53	9	32	2	16	13	22	21	28	23	16
29	18	39	9	10	2	39	13	42	21	38	23	13
30	18	25	8	49	3	3	14	2	21	48	23	9
31	18	10	8	27			14	21			23	4

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 43d10'	43.20.	43.30.	43.40.	43.50.	44. 0.	Heures du soir.
45.	2 34	2 35	2 35	2 35	2 36	2 36	15.
30.	5 9	5 10	5 11	5 12	5 13	5 14	30.
15.	7 45	7 46	7 48	7 49	7 51	7 52	45.
XI.	10 23	10 25	10 27	10 29	10 31	10 33	I.
45.	13 4	13 7	13 9	13 12	13 14	13 16	15.
30.	15 49	15 52	15 55	15 58	16 0	16 3	30.
15.	18 39	18 42	18 45	18 48	18 51	18 55	45.
X.	21 33	21 37	21 41	21 44	21 48	21 51	II.
45.	24 34	24 38	24 42	24 46	24 50	24 54	15.
30.	27 42	27 46	27 51	27 55	27 59	28 4	30.
15.	30 58	31 3	31 7	31 12	31 16	31 21	45.
IX.	34 23	34 28	34 33	34 38	34 42	34 47	III.
45.	37 58	38 3	38 8	38 13	38 18	38 23	15.
30.	41 43	41 49	41 54	41 59	42 4	42 9	30.
15.	45 41	45 46	45 51	45 56	46 2	46 7	45.
VIII.	49 50	49 56	50 1	50 6	50 11	50 16	IV.
45.	54 13	54 18	54 23	54 28	54 33	54 38	15.
30.	58 48	58 53	58 58	59 2	59 7	59 12	30.
15.	63 37	63 41	63 45	63 49	63 53	63 57	45.
VII.	68 37	68 40	68 44	68 47	68 51	68 54	V.
45.	73 47	73 50	73 53	73 56	73 59	74 1	15.
30.	79 7	79 8	79 10	79 12	79 14	79 16	30.
15.	84 32	84 33	84 34	84 35	84 36	84 37	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 44d 10′	44.20.	44.30.	44.40.	44.50.	45. 0.	Heures du soir.
45.	2 37	2 37	2 38	2 38	2 39	2 39	15.
30.	5 15	5 15	5 16	5 17	5 18	5 19	30.
15.	7 53	7 55	7 56	7 58	7 59	8 0	45.
XI.	10 35	10 36	10 38	10 40	10 42	10 44	I.
45.	13 18	13 21	13 23	13 25	13 28	13 30	15.
30.	16 6	16 9	16 11	16 14	16 17	16 20	30.
15.	18 58	19 1	19 4	19 7	19 10	19 13	45.
X.	21 55	21 58	22 2	22 6	22 9	22 13	II.
45.	24 58	25 2	25 6	25 10	25 14	25 17	15.
30.	28 8	28 12	28 16	28 21	28 25	28 29	30.
15.	31 26	31 30	31 35	31 39	31 44	31 48	45.
IX.	34 52	34 57	35 2	35 6	35 11	35 16	III.
45.	38 28	38 33	38 38	38 43	38 48	38 53	15.
30.	42 15	42 20	42 25	42 30	42 35	42 40	30.
15.	46 12	46 17	46 22	46 27	46 32	46 37	45.
VIII.	50 21	50 26	50 31	50 36	50 41	50 46	IV.
45.	54 43	54 47	54 52	54 57	55 2	55 7	15.
30.	59 16	59 21	59 25	59 30	59 34	59 38	30.
15.	64 2	64 6	64 10	64 14	64 18	64 21	45.
VII.	68 58	69 1	69 5	69 8	69 12	69 15	V.
45.	74 4	74 7	74 9	74 12	74 15	74 17	15.
30.	79 18	79 20	79 22	79 24	79 25	79 27	30.
15.	84 38	84 39	84 39	84 40	84 41	84 42	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.*						Heures du soir.
	45. 10	45. 20.	45. 30.	45. 40.	45. 50.	46. 0.	
45.	2 40	2 40	2 41	2 41	2 42	2 42	15.
30.	5 20	5 21	5 22	5 23	5 24	5 25	30.
15.	8 2	8 3	8 5	8 6	8 7	8 9	45.
XI.	10 46	10 47	10 49	10 51	10 53	10 55	I.
45.	13 32	13 34	13 37	13 39	13 41	13 43	15.
30.	16 22	16 25	16 28	16 30	16 33	16 36	30.
15.	19 17	19 20	19 23	19 26	19 29	19 32	45.
X.	22 16	22 20	22 23	22 26	22 30	22 33	II.
45.	25 21	25 25	25 29	25 33	25 37	25 40	15.
30.	28 33	28 37	28 42	28 46	28 50	28 54	30.
15.	31 53	31 57	32 2	32 6	32 10	32 15	45.
IX.	35 21	35 25	35 30	35 35	35 39	35 44	III.
45.	38 58	39 3	39 7	39 12	39 17	39 22	15.
30.	42 45	42 50	42 55	42 59	43 4	43 9	30.
15.	46 42	46 47	46 52	46 57	47 2	47 7	45.
VIII.	50 51	50 56	51 1	51 5	51 10	51 15	IV.
45.	55 11	55 16	55 20	55 25	55 30	55 34	15.
30.	59 43	59 47	59 51	59 56	60 0	60 4	30.
15.	64 25	64 29	64 33	64 37	64 41	64 44	45.
VII.	69 18	69 21	69 25	69 28	69 31	69 34	V.
45.	74 20	74 23	74 25	74 28	74 30	74 33	15.
30.	79 29	79 31	79 33	79 34	79 36	79 38	30.
15.	84 43	84 44	84 45	84 46	84 47	84 48	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.*						Heures du soir.
	46.10.	46.20.	46.30.	46.40.	46.50.	47. 0.	
45.	2 42	2 43	2 43	2 44	2 44	2 45	15.
30.	5 25	5 26	5 27	5 28	5 29	5 30	30.
15.	8 10	8 11	8 13	8 14	8 15	8 17	45.
XI.	10 56	10 58	11 0	11 2	11 4	11 5	I.
45.	13 46	13 48	13 50	13 52	13 54	13 57	15.
30.	16 38	16 41	16 43	16 46	16 49	16 51	30.
15.	19 35	19 38	19 41	19 44	19 47	19 50	45.
X.	22 37	22 49	22 43	22 47	22 50	22 54	II.
45.	25 44	25 48	25 52	25 55	25 59	26 3	15.
30.	28 58	29 2	29 6	29 10	29 14	29 18	30.
15.	32 19	32 23	32 28	32 32	32 36	32 41	45.
IX.	35 48	35 53	35 57	36 2	36 6	36 11	III.
45.	39 26	39 31	39 36	39 40	39 45	39 50	15.
30.	43 14	43 19	43 23	43 28	43 33	43 38	30.
15.	47 12	47 16	47 21	47 26	47 30	47 35	45.
VIII.	51 20	51 24	51 29	51 34	51 38	51 43	IV.
45.	55 39	55 43	55 47	55 52	55 56	56 1	15.
30.	60 8	60 12	60 16	60 20	60 25	60 29	30.
15.	64 48	64 52	64 55	64 59	65 3	65 6	45.
VII.	69 37	69 41	69 44	69 47	69 50	69 53	V.
45.	74 35	74 38	74 40	74 42	74 45	74 47	15.
30.	79 39	79 41	79 43	79 44	79 46	79 48	30.
15.	84 49	84 49	84 50	84 51	84 52	84 53	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou Latitude.						Heures du soir.
	47.10.	47.20.	47.30.	47.40.	47.50.	48. 0.	
45.	2 45	2 46	2 46	2 46	2 47	2 47	15.
30.	5 31	5 32	5 33	5 34	5 34	5 35	30.
15.	8 18	8 19	8 21	8 22	8 23	8 24	45.
XI.	11 7	11 9	11 11	11 12	11 14	11 16	I.
45.	13 59	14 1	14 3	14 5	14 7	14 10	15.
30.	16 54	16 56	16 59	17 2	17 4	17 7	30.
15.	19 53	19 56	19 59	20 2	20 5	20 8	45.
X.	22 57	23 0	23 4	23 7	23 10	23 13	II.
45.	26 6	26 10	26 14	26 17	26 21	26 24	15.
30.	29 22	29 26	29 30	29 34	29 38	29 42	30.
15.	32 45	32 49	32 53	32 57	33 2	33 6	45.
IX.	36 15	36 20	36 24	36 28	36 33	36 37	III.
45.	39 54	39 59	40 3	40 8	40 12	40 17	15.
30.	43 42	43 47	43 51	43 56	44 1	44 5	30.
15.	47 40	47 44	47 49	47 54	47 58	48 3	45.
VIII.	51 47	51 52	51 56	52 1	52 5	52 9	IV.
45.	56 5	56 9	56 13	56 18	56 22	56 26	15.
30.	60 33	60 36	60 40	60 44	60 48	60 52	30.
15.	65 10	65 13	65 17	65 20	65 24	65 27	45.
VII.	69 56	69 59	70 2	70 5	70 8	70 10	V.
45.	74 50	74 52	74 54	74 57	74 59	75 1	15.
30.	79 50	79 51	79 53	79 54	79 56	79 57	30.
15.	84 54	84 54	84 55	84 56	84 57	84 58	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 48.10.	48.20.	48.30.	48.40.	48.50.	49. 0.	Heures du ſoir.
45.	2 48	2 48	2 49	2 49	2 50	2 50	15.
30.	5 36	5 37	5 38	5 39	5 40	5 40	30.
15.	8 26	8 27	8 28	8 30	8 31	8 32	45.
XI.	11 17	11 19	11 21	11 23	11 24	11 26	I.
45.	14 12	14 14	14 16	14 18	14 20	14 22	15.
30.	17 9	17 12	17 14	17 17	17 19	17 22	30.
15.	20 11	20 13	20 16	20 19	20 22	20 25	45.
X.	23 17	23 20	23 23	23 26	23 30	23 33	II.
45.	26 28	26 32	26 35	26 39	26 42	26 46	15.
30.	29 46	29 49	29 53	29 57	30 1	30 35	30.
15.	33 10	33 14	33 18	33 22	33 26	33 30	45.
IX.	36 41	36 46	36 50	36 54	36 58	37 3	III.
45.	40 21	40 26	40 30	40 34	40 39	40 43	15.
30.	44 10	44 14	44 18	44 23	44 27	44 32	30.
15.	48 7	48 11	48 16	48 20	48 25	48 29	45.
VIII.	52 14	52 18	52 22	52 27	52 31	52 35	IV.
45.	56 30	56 34	56 38	56 42	56 46	56 50	15.
30.	60 56	61 0	61 3	61 7	61 11	61 15	30.
15.	65 30	65 34	65 37	65 40	65 44	65 47	45.
VII.	70 13	70 16	70 19	70 22	70 25	70 27	V.
45.	75 3	75 5	75 8	75 10	75 12	75 14	15.
30.	79 59	80 0	80 2	80 3	80 5	80 6	30.
15.	84 58	84 59	85 0	85 1	85 2	85 2	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.*						Heures du ſoir.
	49.10.	49.20.	49.30.	49.40.	49.50.	50. 0.	
45.	2 50	2 51	2 51	2 52	2 52	2 52	15.
30.	5 41	5 42	5 43	5 44	5 45	5 45	30.
15.	8 34	8 35	8 36	8 37	8 39	8 40	45.
XI.	11 28	11 29	11 31	11 33	11 34	11 36	I.
45.	14 24	14 26	14 28	14 31	14 33	14 35	15.
30.	17 24	17 27	17 29	17 31	17 34	17 36	30.
15.	20 28	20 31	20 33	20 36	20 39	20 42	45.
X.	23 36	23 39	23 42	23 45	23 48	23 52	II.
45.	26 49	26 53	26 56	27 0	27 3	27 6	15.
30.	30 8	30 12	30 16	30 20	30 23	30 27	30.
15.	33 34	33 38	33 42	33 46	33 50	33 54	45.
IX.	37 7	37 11	37 15	37 19	37 23	37 27	III.
45.	40 47	40 51	40 56	41 0	41 4	41 8	15.
30.	44 36	44 40	44 44	44 49	44 53	44 57	30.
15.	48 33	48 38	48 42	48 46	48 50	48 54	45.
VIII.	52 39	52 43	52 48	52 52	52 56	53 0	IV.
45.	56 54	56 58	57 2	57 6	57 10	57 14	15.
30.	61 18	61 22	61 25	61 29	61 33	61 36	30.
15.	65 50	65 53	65 57	66 0	66 3	66 6	45.
VII.	70 30	70 33	70 35	70 38	70 41	70 43	V.
45.	75 16	75 18	75 21	75 23	75 25	75 27	15.
30.	80 8	80 9	80 11	80 12	80 14	80 15	30.
15.	85 3	85 4	85 5	85 5	85 6	85 7	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 50. 10.	50.20.	50.30.	50.40.	50.50.	51. 0.	Heures du ſoir.
45.	2 53	2 53	2 54	2 54	2 55	2 55	15.
30.	5 46	5 47	5 48	5 49	5 50	5 51	30.
15.	8 41	8 42	8 44	8 45	8 46	8 47	45.
XI.	11 38	11 39	11 41	11 43	11 44	11 46	I.
45.	14 37	14 39	14 41	14 43	14 45	14 47	15.
30.	17 39	17 41	17 44	17 46	17 48	17 51	30.
15.	20 45	20 47	20 50	20 53	20 55	20 58	45.
X.	23 55	23 58	24 1	24 4	24 7	24 10	II.
45.	27 10	27 13	27 17	27 20	27 23	27 27	15.
30.	30 31	30 34	30 38	30 41	30 45	30 49	30.
15.	33 58	34 1	34 5	34 9	34 13	34 17	45.
IX.	37 31	37 35	37 39	37 43	37 47	37 51	III.
45.	41 12	41 17	41 21	41 25	41 29	41 33	15.
30.	45 1	45 6	45 10	45 14	45 18	45 22	30.
15.	48 58	49 3	49 7	49 11	49 15	49 19	45.
VIII.	53 4	53 8	53 12	53 16	53 29	53 24	IV.
45.	57 18	57 21	57 25	57 29	57 33	57 36	15.
30.	61 40	61 43	61 46	61 50	61 53	61 57	30.
15.	66 9	66 12	66 15	66 18	66 21	66 24	45.
VII.	70 46	70 49	70 51	70 54	70 56	70 59	V.
45.	75 29	75 31	75 33	75 35	75 37	75 39	15.
30.	80 16	80 18	80 19	80 21	80 22	80 23	30.
15.	85 7	85 8	85 9	85 10	85 10	85 11	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou Latitude.*						Heures du soir.
	51.10.	51.20.	51.30.	51.40.	51.50.	52. 0.	
45.	2 55	2 56	2 56	2 57	2 57	2 57	15.
30.	5 51	5 52	5 53	5 54	5 55	5 55	30.
15.	8 48	8 50	8 51	8 52	8 53	8 55	45.
XI.	11 47	11 49	11 51	11 52	11 54	11 55	I.
45.	14 49	14 51	14 53	14 55	14 57	14 59	15.
30.	17 53	17 55	17 58	18 0	18 2	18 5	30.
15.	21 1	21 4	21 6	21 9	21 12	21 14	45.
X.	24 13	24 16	24 19	24 22	24 25	24 28	II.
45.	27 30	27 33	27 36	27 40	27 43	27 46	15.
30.	30 52	30 56	30 59	31 3	31 6	31 10	30.
15.	34 20	34 24	34 28	34 32	34 35	34 38	45.
IX.	37 55	37 59	38 3	38 7	38 11	38 14	III.
45.	41 37	41 41	41 45	41 49	41 53	41 57	15.
30.	45 26	45 30	45 34	45 38	45 42	45 46	30.
15.	49 23	49 27	49 31	49 55	46 39	46 42	45.
VIII.	53 27	53 31	53 35	53 39	53 43	53 46	IV.
45.	57 40	57 44	57 47	57 51	57 54	57 57	15.
30.	62 0	62 3	62 7	62 10	62 13	62 16	30.
15.	66 27	66 30	66 33	66 36	66 39	66 42	45.
VII.	71 1	71 4	71 6	71 9	71 11	71 13	V.
45.	75 41	75 43	75 44	75 46	75 48	75 50	15.
30.	80 25	80 26	80 27	80 28	80 30	80 31	30.
15.	85 12	85 12	85 13	85 14	85 14	85 15	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou Latitude.						Heures du soir.
	52.10.	52.20.	52.30.	52.40.	52.50.	53. 0.	
45.	2 58	2 58	2 59	2 59	2 59	3 0	15.
30.	5 56	5 57	5 58	5 59	5 59	6 0	30.
35.	8 56	8 57	8 58	8 59	9 0	9 2	45.
XI.	11 57	11 59	12 0	12 2	12 3	12 5	I.
45.	15 1	15 2	15 4	15 6	15 8	15 10	15.
30.	18 7	18 9	18 12	18 14	18 16	18 18	30.
15.	21 17	21 19	21 22	21 25	21 27	21 30	45.
X.	24 31	24 34	24 37	24 40	24 42	24 45	II.
45.	27 49	27 53	27 56	27 59	28 2	28 5	15.
30.	31 13	31 17	31 20	31 23	31 27	31 30	30.
15.	34 43	34 46	34 50	34 53	34 57	35 0	45.
IX.	38 18	38 22	38 26	38 29	38 33	38 37	III.
45.	42 0	42 4	42 8	42 12	42 16	42 19	15.
30.	45 50	45 54	45 57	46 1	46 5	46 9	30.
15.	49 46	49 50	49 54	49 58	50 1	50 5	45.
VIII.	53 50	53 54	53 57	54 0	54 5	54 8	IV.
45.	58 1	58 5	58 8	58 12	58 15	58 18	15.
30.	62 20	62 23	62 26	62 29	62 32	62 35	30.
15.	66 45	66 47	66 50	66 53	66 56	66 58	45.
VII.	71 16	71 18	71 20	71 23	71 25	71 27	V.
45.	75 52	75 54	75 56	75 57	75 59	76 1	15.
30.	80 32	80 34	80 35	80 36	80 37	80 38	30.
15.	85 15	85 16	85 17	85 17	85 18	85 19	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 48 d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	15d. 20′	15d. 40′	16d. 0′	16d. 20′	16d. 40′	17d. 0′
38d. 20′	68. . 0.	68. 40.	69. 20.	69. 58.	70. 38.	71. 16.
38. 40.	67. 30.	68. 10.	68. 50.	69. 30.	70. . 8.	70. 48.
39. . 0.	67. . 0.	67. 40.	68. 20.	69. . 0.	69. 38.	70. 18.
39. 20.	66. 28.	67. . 8.	67. 50.	68. 30.	69. . 9.	69. 48.
39. 40.	65. 58.	66. 38.	67. 18.	67. 58.	68. 38.	69. 18.
40. . 0.	65. 24.	66. . 6.	66. 47.	67. 28.	68. . 8.	68. 48.
40. 20.	64. 52.	65. 34.	66. 16.	66. 56.	67. 38.	68. 18.
40. 40.	64. 20.	65. . 2.	65. 44.	66. 26.	67. . 6.	67. 47.
41. . 0.	63. 48.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 34.	67. 16.
41. 20.	63. 14.	63. 56.	64. 38.	65. 20.	66. . 2.	66. 44.
41. 40.	62. 40.	63. 22.	64. . 6.	64. 48.	65. 30.	66. 12.
42. . 0.	62. . 4.	62. 48.	63. 32.	64. 14.	64. 58.	65. 40.
42. 20.	61. 30.	62. 14.	62. 58.	63. 42.	64. 24.	65. . 8.
42. 40.	60. 54.	61. 40.	62. 24.	63. . 8.	63. 52.	64. 34.
43. . 0.	60. 18.	61. . 4.	61. 48.	62. 33.	63. 16.	64. . 0.
43. 20.	59. 42.	60. 28.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.
43. 40.	59. . 6.	59. 52.	60. 37.	61. 22.	62. . 8.	62. 52.
44. . 0.	58. 28.	59. 14.	60. . 0.	60. 46.	61. 32.	62. 17.
44. 20.	57. 50.	58. 36.	59. 24.	60. 10.	60. 56.	61. 42.
44. 40.	57. 10.	57. 58.	58. 46.	59. 33.	60. 20.	61. . 6.
45. . 0.	56. 31.	57. 20.	58. . 8.	58. 55.	59. 42.	60. 29.
45. 20.	55. 50.	56. 40.	57. 28.	58. 17.	59. . 4.	59. 52.
45. 40.	55. 10.	56. . 0.	56. 49.	57. 38.	58. 26.	59. 14.
46. . 0.	54. 28.	55. 18.	56. . 8.	56. 58.	57. 47.	58. 36.
46. 20.	53. 46.	54. 37.	55. 28.	56. 18.	57. . 8.	57. 56.
46. 40.	53. . 2.	53. 54.	54. 46.	55. 37.	56. 28.	57. 17.
47. . 0.	52. 18.	53. 12.	54. . 4.	54. 55.	55. 46.	56. 36.
47. 20.	51. 33.	52. 26.	53. 20.	54. 12.	55. . 4.	55. 56.
47. 40.	50. 46.	51. 42.	52. 36.	53. 29.	54. 22.	55. 14.
48. . 0.	50. . 0.	50. 56.	51. 50.	52. 44.	53. 38.	54. 31.
48. 20.	49. 12.	50. . 8.	51. . 4.	52. 54.	52. 54.	53. 48.
48. 40.	48. 22.	49. 20.	50. 17.	51. 13.	52. . 8.	53. 13.
49. . 0.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du soleil	17d. 20′	17d. 40′	18d. 0′	18d. 20′	18d. 40′	19d. 0′
38d. 20′	71. 54.	72. 32.	73. 10.	73. 48.	74. 26.	75. . 4.
38. 40.	71. 26.	72. . 4.	72. 42.	73. 20.	73. 58.	74. 36.
39. . 0.	70. 56.	71. 36.	72. 14.	72. 52.	73. 30.	74. . 8.
39. 20.	70. 28.	71. . 6.	71. 46.	72. 24.	73. . 2.	73. 40.
39. 40.	69. 58.	70. 38.	71. 16.	71. 56.	72. 34.	73. 18.
40. . 0.	69. 28.	70. . 8.	70. 48.	71. 26.	72. . 6.	72. 44.
40. 20.	68. 58.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 36.	72. 16.
40. 40.	68. 28.	69. . 8.	69. 48.	70. 28.	71. . 8.	71. 46.
41. . 0.	67. 56.	68. 38.	69. 18	69. 58.	70. 38.	71. 18.
41. 20.	67. 26.	68. . 6.	68. 48.	69. 28.	70. . 8.	70. 48.
41. 40.	66. 54.	67. 36.	68. 16.	68. 58.	69. 38.	70. 18.
42. . 0.	66. 22.	67. . 4.	67. 46.	68. 26.	69. . 8.	69. 48.
42. 20.	65. 50.	66. 32.	67. 14.	67. 58.	68. 36.	69. 18.
42. 40.	65. 17.	66. . 0	66. 40.	67. 26.	68 . 6.	68. 46.
43. . 0.	64. 44.	65. 27.	66. 10.	66. 52.	67. 34.	68. 16.
43. 20.	64. 10.	64. 54.	65. 36.	66. 20.	67. . 1.	67. 44.
43. 40.	63. 36.	64. 20.	65. . 4.	65. 46.	66. 30.	67. 12.
44. . 0.	63. . 1.	63. 46.	64. 30.	65. 14.	65. 56.	66. 40.
44. 20.	62. 26.	63. 12.	63. 56.	64. 40.	65. 24.	66. . 7.
44. 40.	61. 52.	62. 38.	63. 21.	64. . 6.	64. 50.	65. 34.
45. . 0.	61. 16.	62. . 0.	62. 46.	63. 32.	64. 16.	65. . 0.
45. 20.	60. 38.	61. 24.	62. 10.	62. 56.	63. 42.	64. 26.
45. 40.	60. . 2.	60. 48.	61. 34.	62. 20.	63. . 6.	63. 52.
46. . 0.	59. 24.	60. 11.	60. 58.	61. 44.	62. 31.	63. 16.
46. 20.	58. 46.	59. 34.	60. 21.	61. . 8.	61. 54.	62. 41.
46. 40.	58. . 6.	58. 55.	59. 43.	60. 31.	61. 18.	62. . 5.
47. . 0.	57. 26.	58. 16.	59. . 4.	59. 53.	60. 41.	61. 28.
47. 20.	56. 46.	57. 36.	58. 26.	59. 15.	60. . 3.	60. 52.
47. 40.	56. . 5.	56. 56.	57. 46.	58. 36.	59. 25.	60. 13.
48. . 0.	55. 23.	56. 14.	57. . 6.	57. 56.	58. 46.	59. 35.
48. 20.	54. 40.	55. 32.	56. 24.	57. 15.	58. . 6	58. 56.
48. 40.	53. 56	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57 24.	58. 16.
49. . 0.	53. 12.	54. . 6.	55. . 0.	55. 52.	56. 44	57 35.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil	19d.20'	19d.40'	20d. 0'	20d.20'	20d.40'	21d. 0'
38d.20'	75. 40.	76. 18.	76. 54.	77. 32	78. . 8.	78. 44.
38. 40.	75. 14.	75. 50.	76. 28.	77. . 4.	77. 42.	78. 18.
39. . 0.	74. 46.	75. 24	76. . 2.	76. 38	77. 16.	77. 52.
39. 20.	74. 18.	74. 56.	75. 34.	76. 12.	76. 48	77. 26
39. 40.	73. 50.	74. 28.	75. . 6.	75. 44.	76. 22.	77. . 0.
40. . 0	73. 22.	74. . 2.	74. 40.	75. 18.	75. 54.	76. 32.
40. 20.	72. 54.	73. 32.	74. 12.	74. 50.	75. 28.	76. . 6.
40. 40.	72. 26.	73. . 4	73. 44	74. 22.	75. . 0.	75. 38.
41. . 0.	71. 56.	72. 36.	73. 16.	73. 54	74. 32.	75. 10.
41. 20.	71. 28	62. . 8.	72. 46.	73. 26.	74. . 4.	74. 44
41. 40.	70. 58.	71. 38.	72. 18.	72. 57.	73. 36.	74. 15.
42. . 0.	70. 28.	71. . 8.	71. 48.	72. 28.	73. . 8.	73. 46.
42. 20.	69. 58	70. 38.	71. 19.	71. 59.	72. 39.	73. 18.
42. 40.	69. 28.	70. . 8	70. 49.	71. 30.	72. 10.	72. 52.
43. . 0.	68. 57	69. 38.	70. 20.	71. . 0.	75. 40.	72. 20.
43. 20.	68. 26.	69. . 8.	69. 48.	70. 30.	71. 10.	71. 51.
43. 40.	67. 54	68. 36.	69. 18.	70. . 0.	70. 40.	71. 22.
44. . 0.	63. 22	68. . 4.	68. 47.	69. 28.	70. 10.	70. 52.
44. 20.	66. 50	67. 33	68. 16	68. 58.	69. 39.	70. 21.
44. 44	66. 18.	67. . 0.	67. 44.	78. 26.	69. . 8.	69. 50.
45. . 0	65. 44	66. 28.	67. 11.	67. 54.	68. 36	69. 19.
45. 20.	65. 10.	65. 54.	66. 38.	67. 22.	68. . 4.	68. 48.
45. 40.	64. 36.	65. 21.	66. . 5.	66. 49.	67. 32.	68. 16.
46. . 0	64. . 2	64. 53.	65. 32.	66. 16.	67. . 0.	67. 44.
46. 20.	63. 27.	64. 12.	64. 58.	65. 42	66. 26.	67. 10.
46. 40.	62. 51.	63. 38.	64. 23.	65. . 4.	65. 58.	66. 38.
47. . 0.	62. 15.	63. . 2	63. 48.	64. 34.	65. 19	66. . 4.
47. 20.	61. 38	62. 26.	63. 12.	63. 58.	64. 44.	65. 30.
47. 40	61. . 2.	61. 48.	62. 36.	63. 23.	64. 10.	64. 56.
48. . 0	60. 24.	61. 12	62. . 0.	62. 46.	63. 34.	64. 20.
48. 20	59. 45.	60. 34	61. 22.	62. 10.	62. 58.	63. 54
48. 40.	59. . 6.	59. 56.	60. 44.	61. 32.	62. 21.	63. . 8.
49. . 0	58. 26.	59. 16.	60. . 6.	60. 55.	61. 44.	62. 32.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil	21d.20′	21d.40′	22d. 0′	22d.20′	22d.40′	23d. 0′
38d.20′	79. 20.	79. 56	80. 32.	81. . 8.	81. 46.	82. 18.
38. 40.	78. 54.	79. 30.	80. . 6.	80. 42.	81. 18.	81. 54.
39. . 0.	78. 28.	79. 6.	79. 40.	80. 18.	80. 54.	81. 30.
39. 20.	78. . 2.	78. 40.	79. 16.	79. 52.	80. 28.	81. . 4.
39. 40.	77. 36.	78. 14.	78. 52.	79. 26.	80. . 4.	80. 40.
40. . 0.	77. 10.	77. 46	78. 24.	79. . 0.	79. 38.	80. 14.
40. 20.	76. 44.	77. 20.	77. 58.	78. 34.	79. 12	79. 48.
40. 40.	76. 16.	76. 54.	77. 32.	78. . 8	78. 46	79. 22.
41. . 0.	75. 48.	76. 26.	77. . 4.	77. 42.	78. 20	78. 56.
41. 20.	75. 22.	76. . 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 30.
41. 40.	74. 54	75. 32.	76. 10.	76. 48.	77. 26.	78. . 4.
42. . 0.	74. 26.	75. . 4.	75. 43.	76. 22.	77. . 0.	77. 38.
42. 20.	73. 58.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 32.	77. 11.
42. 40.	73. 29	74. . 8.	74. 48.	75. 26.	76. . 6.	76. 44.
43. . 0.	73. . 0.	73. 40	74. 20.	74. 58.	75. 38.	76. 16.
43. 20.	72. 32.	73. 12.	73. 51.	74. 30.	75. 10.	75. 50.
43. 40.	72. . 2.	72. 42	73. 22.	70. . 2.	74. 42.	75. 22.
44. . 0.	71. 32.	72. 12.	72. 54.	73. 34.	74. 14.	74. 53.
44. 20.	71. . 1.	71. 43.	72. 24.	73. . 4.	73. 44.	74. 24.
44. 40.	70. 32.	71. 13.	71. 54.	72. 36.	73. 16.	73. 56.
45. . 0.	70. . 0.	70. 42.	71. 24.	72. . 6.	72. 46.	73. 27.
45. 20.	69. 30.	70. 12.	70. 54.	71. 35.	72. 16.	72. 58.
45. 40.	68. 58.	69. 40.	70. 23.	71. . 5.	71. 46.	72. 28.
46. . 0.	68. 26.	69. 10.	69. 52.	70. 34.	71. 16.	71. 58.
46. 20.	67. 54.	68. 38.	69. 20.	70. . 4.	70. 46.	71. 28.
46. 40.	67. 22	68. . 6.	68. 49.	69. 32.	70. 15.	70. 58.
47. . 0.	66. 48.	67. 32.	68. 16.	69. . 0.	69. 44.	70. 26.
47. 20.	66. 15.	67. . 0.	67. 44.	68. 28.	69. 12.	69. 54.
47. 40.	65. 40.	66. 26.	67. 10.	67. 56.	68. 40.	69. 24.
48. . 0.	65. . 6.	65. 52.	66. 37.	67. 22.	68. . 6.	68. 51.
48. 20.	64. 31.	65. 18.	66. . 4.	66. 48.	67. 34.	68. 18.
48. 40.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 14.	67. . 0.	67. 46.
49. . 0.	63. 20.	64. . 6.	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67. 12.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole en latitu . . . . 49 d.

Declinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil	15 d. 20'	15 d. 40'	16 d. 0'	16 d. 20'	16 d. 40.	17 d. 0'
38 d. 20'	66. 42.	67. 22.	68. . 2.	68. 42.	69. 22.	70. . 2.
38. 40.	66. 10.	66. 50.	67. 31	68. 12.	68. 52.	69. 32.
39. . 0.	65. 36.	66. 18.	66. 59.	67. 40.	68. 20.	69. . 1.
39. 20.	65. . 4.	65. 46.	66. 27.	67. 8.	67. 50.	68. 30.
39. 40.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 36.	67. 18.	67. 58.
40. . 0.	63. 58.	64. 40.	65. 22.	66. 4.	66. 46.	67. 26.
40. 20.	63. 24.	64. 16.	64. 48.	65. 36.	66. [illegible]3.	66. 54.
40. 40.	62. 48.	63. 32.	64. 15.	64. 58.	65. 40.	66. 22.
41. . 0	62. 14.	62. 58.	63. 41.	64. 24.	65. 7.	65. 50.
41. 20.	61. 38.	62. 22.	63. . 6.	63. 50.	64. 34.	65. 16.
41. 40.	61. . 2	61. 48.	62. 32.	63. 16.	64. 0.	64. 42.
42. . 0.	60. 26.	61. 12.	61. 56.	62. 40.	63. 24.	64. . 8.
42. 20.	59. 50.	60. 35.	61. 20.	62. 6.	62. 50.	63. 34.
42. 40.	59. 12.	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 14.	62. 59.
43. . 0.	58. 34.	59. 20.	60. . 6.	60. 52.	61. 38.	62. 24.
43. 20.	57. 54.	58. 42.	59. 30.	60. 16.	61. 2.	61. 48.
43. 4 .	57. 16.	58. . 4.	58. 52.	59. 38.	60. 25.	61. 12.
44. . 0.	56. 36.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 54.	60. 34.
44. 20.	55. 56.	56. 44.	57. 34.	58. 22.	59. 10.	59. 56.
44. 40.	55. 14.	56. . 4.	56. 54.	57. 42.	58. 30.	59. 18.
45. . 0.	54. 32.	55. 22	56. 12.	57. 2.	57. 50.	58. 40.
45. 20.	53. 48.	54. 40.	55. 30.	56. 21.	57. . 1.	58. . 0.
45. 40.	53. . 4.	53. 57.	54. 48.	55. 40.	56. 30.	57. 20.
46. . 0.	52. 20.	53. 14.	54. . 6.	54. 58.	55. 48.	56. 40.
46. 20	51. 34.	52. 28.	53. 22.	54. 14.	55. . 6.	55. 58.
46. 40.	50. 48.	51. 43.	52. 38.	53. 30.	54. 24.	55. 16.
47. . 0.	50. . 0.	50. 56.	51. 52.	52. 46.	53. 40.	54. 32.
47. 20.	49. 12.	50. . 8.	51. . 5.	52. 0.	52. 54.	53. 48.
47. 40	48. 22.	49. 20.	50. 18.	51. 14.	52. . 8.	53. . 4.
48. . 0.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.
48. 20.	46. 40.	47. 40.	48. 38.	49. 38.	50. 34.	51. 30.
48. 40.	45. 46.	46. 48.	47. 48.	48. 47.	49. 46.	50. 42.
49. . 0.	44. 50.	45. 54.	47. 56.	47. 56.	48. 56.	49. 54.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . . 49 d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	17d.20′	17d.40′	18d. 0′	18d.20′	18d.40′	19d. 0′
38d.20′	70. 42.	71. 20.	72. . 0.	72. 38.	73. 17.	73. 56.
38. 40.	70. 12.	70. 51.	71. 30.	72. 10.	72. 48.	73. 26.
39. . 0.	69. 41.	74. 20.	71. . 0.	71. 40.	72. 18.	72. 58.
39. 20.	69. 10.	69. 50.	70. 30.	71. 10.	71. 50.	72. 28.
39. 40.	68. 40.	69. 20.	70. . 0.	70. 40.	71. 20.	71. 59.
40. . 0.	68. . 8.	68. 48.	69. 30.	74. 10.	70. 50.	71. 29.
40. 20.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 38.	70. 19.	71. . 0.
40. 40.	67. . 4.	67. 46.	68. 26.	69. . 8.	69. 48.	70. 28.
41. . 0.	66. 32.	67. 14.	67. 56.	68. 36.	69. 18.	69. 58.
41. 20.	65. 58.	66. 42.	67. 24.	68. . 4.	68. 46.	69. 28.
41. 40.	65. 26.	66. . 8.	66. 50.	67. 32.	68. 14.	68. 56.
42. . 0.	64. 52.	65. 35.	66. 18.	67. . 0.	67. 42.	68. 24.
42. 20.	64. . 9.	65. . 2.	65. 46.	66. 28.	67. 12.	67. 54.
42. 40.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 54.	66. 36.	67. 20.
43. . 0.	63. . 8.	63. 52.	64. 38.	65. 20.	66. . 4.	66. 46.
43. 20.	62. 32.	63. 18.	64. . 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.
43. 40.	61. 56.	62. 42.	63. 28.	64. 12.	64. 56.	65. 40.
44. . 0.	61. 20.	62. . 6.	62. 52.	63. 36.	64. 22.	65. . 6.
44. 20.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. . 2.	63. 46.	64. 32.
44. 40.	60. . 6.	60. 52.	61. 40.	62. 26.	63. 12.	63. 56.
45. . 0.	59. 28.	60. 15.	61. . 2.	61. 48.	62. 34.	63. 22.
45. 20.	58. 48.	59. 36.	60. 24.	61. 12.	61. 58.	62. 44.
45. 40.	58. 20.	58. 58.	59. 46.	60. 34.	61. 22.	62. . 8.
46. . 0.	57. 30.	58. 18.	59. . 8.	59. 56.	60. 44.	61. 32.
46. 20.	56. 48.	57. 38.	58. 28.	59. 17.	60. . 6.	61. 54.
46. 40.	56. . 6.	56. 58.	57. 48.	58. 38.	59. 26.	60. 16.
47. . 0.	55. 24.	56. 16.	57. . 7.	57. 57.	58. 47.	59. 36.
47. 20.	54. 42.	55. 34.	56. 26.	57. 16.	58. . 6.	58. 56.
47. 40.	53. 57.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 26.	58. 16.
48. . 0.	53. 12.	54. . 6.	55. . 0.	55. 52.	56. 44.	57. 36.
48. 20.	52. 26.	53. 22.	54. 16.	55. . 8.	56. . 2.	56. 54.
48. 40.	51. 40.	52. 36.	53. 30.	54. 24.	55. 18.	56. 11.
49. . 0.	50. 52.	51. 48.	52. 44.	53. 40.	54. 34.	55. 28.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou latitude . . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteu. du Solei	19d.20.	19d.40′	20d. 0′	20d.20′	20d.40′	21d. 0′
38d.20′	74. 34.	75. 12.	75. 50.	76. 26.	77. 4.	77. 42.
38. 40.	74. 5.	74. 44.	75. 21.	76. 0.	76. 36.	77. 14.
39. 0.	73. 36.	74. 14.	74. 53.	75. 32.	76. 9.	76. 46.
39. 20.	73. 8.	73. 46.	74. 24.	75. 3.	75. 42.	76. 20.
39. 40.	72. 38.	73. 18.	73. 56.	74. 34.	75. 14.	75. 52.
40. 0.	72. 8.	72. 48.	73. 28.	74. 6.	74. 45.	75. 24.
40. 20.	71. 38.	72. 18.	72. 58.	73. 38.	74. 16.	74. 56.
40. 40.	71. 10.	71. 50.	72. 28.	73. 8.	73. 48.	74. 26.
41. 0.	70. 38.	71. 19.	72. 0.	72. 38.	73. 18.	73. 58.
41. 20.	70. 8.	70. 48.	71. 29.	72. 10.	72. 50.	73. 28.
41. 40.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 40.	72. 20.	73. 0.
42. 0	68. 6.	69. 47.	70. 28.	71. 8.	71. 50.	72. 30.
42. 20.	68. 36.	69. 17.	69. 58.	70. 40.	71. 20.	72. 0.
42. 40.	68. 2.	68. 44.	69. 26.	70. 8.	70. 48.	71. 30.
43. 0.	67. 30.	68. 12.	68. 54.	69. 36.	70. 18.	70. 59.
43. 20.	66. 58.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46.	70. 28.
43. 40.	66. 24.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.
44. 0.	65. 50.	66. 34.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.
44. 20.	65. 16.	66. 0.	66. 44.	67. 28.	68. 10.	68. 54.
44. 40.	64. 42.	65. 26.	66. 10.	66. 54.	67. 38.	68. 20.
45. 0.	64. 6.	64. 52.	65. 36.	63. 20.	67. 4.	67. 48.
45. 20.	63. 30.	64. 16.	65. 2.	65. 46.	66. 31.	67. 14.
45. 40.	62. 54.	63. 40.	64. 26.	65. 12.	65. 56.	66. 41.
46. 0.	62. 18.	63. 4.	63. 50.	66. 36.	65. 22.	66. 6.
46. 20.	61. 41.	62. 28.	63. 14.	64. 1.	64. 47.	65. 32.
46. 40.	61. 4.	61. 50.	62. 40.	63. 25.	64. 12.	64. 58.
47. 0.	60. 24.	61. 13.	62. 0.	62. 48.	63. 36.	64. 22.
47. 20.	59. 46.	60. 34.	61. 23.	62. 11.	62. 58.	63. 46.
47. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 46.	61. 34.	62. 22.	63. 9.
48. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	61. 55.	61. 44.	62. 32.
48. 20.	57. 45.	58. 36.	59. 26.	60. 16.	61. 6.	61. 54.
48. 40.	57. 4.	57. 54.	58. 46.	59. 36.	60. 26.	61. 14.
49. 0.	56. 20.	57. 13.	58. 4.	58. 56.	59. 46.	60. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	21d.20′	21d.40′	22d. 0′	22d.20′	22d.40′	23d. 0′
38d.20′	78. 18.	78. 56.	69. 32.	80. 8.	80. 45.	81. 21.
38. 40.	77. 52.	78. 28.	79. 6.	79. 42.	80. 19.	80. 56.
39. 0.	77. 24.	78. 2.	78. 38.	79. 16.	79. 52.	80. 30.
39. 20.	76. 57.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	69. 26.	80. 4.
39. 40.	76. 30.	77. 8.	77. 45.	78. 22.	69. 0.	79. 37.
40. 0.	76. 2.	76. 20.	77. 18.	77. 56.	78. 33.	79. 10.
40. 20.	75. 34.	76. 12.	76. 50.	77. 28.	68. 6.	78. 44.
40. 40.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.	77. 38.	78. 16.
41. 0.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 34.	77. 12.	77. 50.
41. 20.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44.	77. 22.
41. 40.	73. 40.	74. 18.	74. 58.	75. 35.	76. 16.	76. 54.
42. 0.	73. 10.	73. 50.	74. 30.	75. 8.	75. 48.	76. 26.
42. 20.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 41.	75. 20.	76. 0.
42. 40.	72. 10.	72. 50.	73. 31.	74. 10.	74. 50.	75. 30.
43. 0.	71. 40.	72. 21.	73. 1.	73. 42.	74. 22.	75. 2.
43. 20.	71. 10.	71. 50.	72. 32.	73. 12.	73. 52.	74. 32.
43. 40.	70. 38.	71. 20.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 4.
44. 0.	70. 8.	70. 48.	71. 30.	72. 12.	72. 53.	73. 34.
44. 20.	69. 36.	70. 18.	71. 0.	71. 42.	72. 22.	73. 4.
44. 40.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.	71. 52.	72. 34.
45. 0.	68. 31.	69. 14.	69. 56.	70. 40.	71. 22.	72. 4.
45. 20.	67. 58.	68. 42.	69. 25.	70. 8.	70. 50.	71. 32.
45. 40.	67. 25.	68. 9.	68. 52.	69. 46.	70. 18.	71. 2.
46. 0.	66. 52.	67. 36.	68. 20.	69. 4.	69. 46.	70. 30.
46. 20.	66. 18.	67. 2.	67. 46.	68. 30.	69. 14.	69. 58.
46. 40.	65. 42.	66. 28.	67. 12.	67. 58.	68. 42.	69. 26.
47. 0.	65. 8.	65. 54.	66. 39.	67. 24.	68. 8.	68. 52.
47. 20.	64. 32.	65. 18.	66. 4.	66. 50.	67. 34.	68. 20.
47. 40.	63. 56.	64. 43.	65. 30.	66. 15.	67. 0.	67. 56.
48. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67. 12.
48. 20.	62. 42.	63. 30.	64. 18.	65. 4	65. 5[illegible]	66. 38.
48. 40.	62. 4.	62. 53.	63. 40.	64. 28	65. 16.	66. 2.
49. 0.	61. 26.	62. 1[illegible]	63. 4.	63. 50.	64. 40.	65. 26.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 50d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil	15d.20′	15d.40′	16d. 0′	16d.20′	16d.40′	17d. 0′
38d.20′	65. 18.	66. 0.	66. 42.	67. 22.	68. 4.	68. 45.
38. 40.	64. 44.	65. 26.	66. 8.	66. 50.	67. 32.	68. 13.
39. . 0.	64. 10.	64. 53.	65. 36.	66. 18.	67. 0.	67. 40.
39. 20.	63. 36.	64. 18.	65. 2.	65. 44.	66. 26.	67. 8.
39. 40.	63. 0.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 52.	66. 35.
40. . 0.	62. 26.	63. 10.	63. 52.	64. 36.	65. 20.	66. 2.
40. 20.	61. 50.	62. 34.	63. 18.	64. 2.	64. 48.	65. 28.
40. 40.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.	64. 10.	64. 54.
41. . 0.	60. 36.	61. 22.	62. 6.	62. 52.	63. 36.	64. 20.
41. 20.	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 0.	63. 44.
41. 40.	59. . 20.	60. 7.	60. 54.	61. 39.	62. 24.	63. 8.
42. . 0.	58. 42.	59. 29.	60. 16.	61. 2.	61. 48.	62. 32.
42. 20.	58. 2.	58. 50.	59. 38.	60. 24.	61. 10.	61. 56.
42. 40.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 46.	60. 34.	61. 20.
43. . 0.	56. 42.	57. 32.	58. 20.	59. 8.	59. 55.	60. 42.
43. 20.	56. 2.	56. 52.	57. 40.	58. 28.	69. 16.	60. 4.
43. 40.	55. 20.	56. 10.	57. 0.	57. 48.	58. 38.	59. 26.
44. . 0.	54. 38.	55. 28.	56. 18.	57. 8.	57. 56.	58. 46.
44. 20.	53. 54.	54. 46.	55. 36.	56. 26.	57. 16.	58. 6.
44. 40.	53. 10.	54. 2.	54. 54.	55. 46.	56. 36.	57. 26.
45. . 0.	52. 24.	53. 18.	54. 10.	55. 2.	55. 54.	56. 44.
45. 20.	51. 38.	52. 32.	53. 26.	54. 18.	55. 10.	56. 2.
45. 40.	50. 52.	51. 46.	52. 41.	53. 34.	54. 28.	55. 20.
46. . 0.	50. . 4.	51. 0.	51. 55.	52. 50.	53. 43.	54. 36.
46. 20.	49. 16.	50. 12.	51. 8.	52. 4.	52. 58.	53. 52.
46. 40.	48. 25.	49. 23.	50. 20.	51. 16.	52. 12.	53. 6.
47. . 0.	47. 34.	48. 32.	49. 31.	50. 28.	51. 24.	52. 20.
47. 20.	46. 42.	47. 42.	48. 40.	49. 40.	50. 36.	51. 32.
47. 40.	45. 48.	46. 48.	47. 50.	48. 48.	49. 47.	50. 44.
48. . 0.	44. 52.	45. 54.	46. 56.	47. 58.	48. 56.	49. 56.
48. 20.	43. 54.	45. 0.	46. 2.	47. 4.	48. 6.	49. 4.
48. 40.	42. 56.	44. 2.	45. 6.	46. 10.	47. 12.	48. 14.
49. . 0.	41. 56.	43. 4.	44. 10.	45. 14.	46. 18.	47. 20.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	17d.20′	17d.40′	18d. 0′	18d.20′	18d.40′	19d. 0′
38d.20′	69. 26.	70. . 6.	70. 46.	71. 26.	72. . 6.	72. 44.
38. 40.	68. 54.	69. 34.	70. 16.	70. 55.	71. 35.	72. 14.
39. . 0.	68. 22.	69. . 3.	69. 44.	70. 24.	71. . 4.	71. 44.
39. 20.	67. 50.	68. 31.	69. 12.	69. 52.	70. 34.	71. 14.
39. 40.	67. 18.	67. 58.	68. 40.	69. 22.	70. . 2.	70. 42
40. . 0.	66. 44.	67. 26.	68. . 8.	68. 50.	69. 30.	70. 12.
40. 20.	66. 10.	66. 54.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 40.
40. 40.	65. 38.	66. 20.	67. . 2.	67. 54.	68. 26.	69. . 8.
41. . 0.	64. . 2.	65. 46.	66. 29.	67. 12.	67. 54.	68. 36.
41. 20.	64. 28.	65. 12.	65. 56.	66. 38.	67. 22.	68. . 4.
41. 40.	63. 54.	64. 38.	65. 22.	66. . 4.	66. 48.	67. 30.
42. . 0.	63. 18.	64. . 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.	66. 57.
42. 20.	62. 42.	63. 26.	64. 12.	64. 56.	65. 40.	66. 24.
42. 40.	62. . 6.	62. 50.	63. 36.	64. 20.	65. . 5.	65. 50.
43. . 0.	61. 28.	62. 14.	63. . 0.	63. 46.	64. 30.	65. 14.
43. 20.	60. 50.	61. 38.	62. 24.	63. . 9.	63. 54.	64. 40.
43. 40.	60. 12.	61. . 0.	61. 46.	62. 32.	63. 18.	64. . 4.
44. . 0.	59. 34.	60. 22.	61. . 8.	61. 56.	62. 42.	63. 28.
44. 20.	58. 54.	59. 44.	60. 30.	61. 18.	62. . 4.	62. 52.
44. 40.	58. 15.	59. . 4.	59. 52.	60. 40.	61. 28.	62. 14.
45. . 0.	57. 34.	58. 24.	59. 12.	60. . 1.	60. 49.	61. 36.
45. 20.	56. 52.	57. 42.	58. 32.	59. 22.	60. 10.	60. 58.
45. 40.	56. 10.	57. . 2.	57. 52.	58. 42.	59. 30.	60. 20.
46. . 0.	55. 28.	56. 20.	57. 10.	58. . 0.	58. 50.	59. 40.
46. 20.	54. 44.	55. 37.	56. 28.	57. 20.	58. 10.	59. . 0.
46. 40.	54. . 0.	54. 54.	55. 46.	56. 38.	57. 28.	58. 20.
47. . 0.	53. 14.	54. . 8.	55. . 2.	55. 54.	56. 46.	57. 38.
47. 20.	52. 28.	53. 24.	54. 18.	55. 11.	56. . 4.	56. 56.
47. 40.	51. 42.	52. 37.	53. 32.	54. 26.	55. 20.	56. 14.
48. . 0.	50. 52.	51. 50.	52. 46.	53. 40.	54. 36.	55. 29.
48. 20.	50. . 4.	51. . 2.	51. 58.	52. 54.	53. 50.	54. 44.
48. 40.	49. 13.	50. 12.	51. 10.	52. . 6.	53. . 4.	53. 58.
49. . 0	48. 22.	49. 22.	50. 20.	51. 18.	52. 16.	53. 12.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . 50 d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	19d.20.	19d.40'	20d. 0'	20d.20'	20d.40'	21d. 0'
38d.20'	73. 24.	74. . 2.	74. 42.	75. 20.	75. 58.	76. 36.
38. 40.	72. 54.	73. 34.	74. 12.	74. 52.	75. 30.	76. . 8.
39. . 0.	72. 24.	73. . 4.	73. 43.	74. 22.	75. . 0.	75. 40.
39. 20.	71. 54.	72. 34.	73. 14.	73. 52.	74. 32.	75. 10.
39. 40.	71. 24.	72. . 4.	72. 44.	73. 22.	74. . 2.	74. 42.
40. . 0.	70. 52.	71. 32.	72. 12.	72. 53.	73. 32.	74. 12.
40. 20.	70. 22.	71. . 2.	71. 42.	72. 22.	73. . 4.	73. 42.
40. 40.	69. 50.	70. 30.	71. 12.	71. 52.	72. 32.	73. 12.
41. . 0.	69. 18.	70. . 0.	70. 40.	71. 22.	72. . 2.	72. 42.
41. 20.	68. 46.	69. 28.	70. . 9.	70. 50.	71. 31.	72. 12.
41. 40.	68. 12.	68. 55.	69. 36.	70. 28.	71. . 0.	71. 42.
42. . 0.	67. 40.	68. 22.	69. . 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.
42. 20.	67. . 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.	70. 38.
42. 40.	66. 32.	67. 16.	68. . 0.	68. 42.	69. 24.	70. . 6.
43. . 0.	65. 58.	66. 42.	67. 26.	68. . 8.	68. 52.	69. 34.
43. 20.	65. 24.	66. . 8.	66. 52.	67. 36.	68. 18.	69. . 2.
43. 40.	64. 49.	65. 34.	66. 18.	67. . 2.	67. 45.	68. 28.
44. . 0.	64. 14.	64. 58.	65. 44.	66. 28.	67. 12.	67. 56.
44. 20.	63. 38.	64. 22.	65. . 8.	65. 53.	66. 38.	67. 22.
44. 40.	63. . 0.	63. 47.	64. 32.	65. 18.	66. . 2.	66. 48.
45. . 0.	62. 24.	63. 10.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 12.
45. 20.	61. 46.	62. 33.	63. 20.	64. . 6.	64. 52.	65. 38.
45. 40.	61. . 8.	61. 56.	62. 44.	63. 30.	64. 16.	65. . 2.
46. . 0.	60. 30.	61. 18.	62. . 6.	62. 52.	63. 40.	64. 26.
46. 20.	59. 50.	60. 38.	61. 26.	62. 15.	63. . 2.	63. 50.
46. 40.	59. 10.	60. . 0.	60. 48.	61. 36.	62. 24.	63. 12.
47. . 0.	58. 28.	59. 19.	60. . 8.	60. 58.	61. 46.	62. 34.
47. 20.	57. 48.	58. 38.	59. 28.	60. 18.	61. . 8.	61. 56.
47. 40.	57. . 5.	57. 56.	58. 48.	59. 38.	60. 28.	61. 18.
48. . 0.	56. 22.	57. 13.	58. . 6.	58. 58.	59. 58.	60. 38.
48. 20.	55. 38.	56. 32.	57. 24.	58. 16.	59. . 8.	59. 58.
48. 40.	54. 54.	55. 48.	56. 40.	57. 34.	58. 26.	59. 18.
49. . 0.	54. . 8.	55. . 2.	55. 58.	56. 50.	57. 44.	58. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . . 50 d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	21d. 20′	21d. 40	22d. 0′	22d. 20′	22d 40′	23d. 0′
38d. 20′	77. 14.	77. 50.	78. 30.	79. . 8.	79. 45.	80. 22.
38. 40.	76. 46.	77. 24.	78. . 2.	78. 40.	79. 18	79. 55.
39. . 0.	76. 18.	76. 56.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	79. 28.
39. 20.	75. 50.	76. 28.	77. . 6.	77. 44.	78. 22.	79. . 0.
39. 40.	75. 20.	76. . 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 33.
40. . 0.	74. 52.	75. 30	76. 10.	76. 48	77. 26.	78. . 5.
40. 20.	74. 22.	75. . 2.	75. 40.	76. 20.	76. 58	77. 37.
40. 40.	73. 52.	74. 32.	75. 12.	75. 50.	76. 30.	77. . 8.
41. . 0.	73. 22.	74. . 2.	74. 42.	75. 22	76. . 2.	76. 40.
41. 20.	72. 52	73. 32.	74. 12.	74. 52.	75. 32.	76. 12.
41. 40.	72. 22.	73. . 2.	73. 42.	74. 23.	75. . 2.	75. 42.
42. . 0.	71. 51.	72. 32.	73. 12.	73. 53.	74. 34.	75. 14.
42. 20.	71. 20.	72. . 2.	72. 42.	73. 22.	74. . 4.	74. 44.
42. 40.	70. 48.	71. . 3.	72. 12.	72. 52.	73. 34.	74. 14.
43. . 0.	70. 16.	70. 58	71. 40.	72. 22.	73. . 2.	73. 44.
43. 20.	69. 44.	70. 26.	71. . 8.	71. 50.	72. 32.	73. 14.
43. 40	69. 12.	69. 54	70. 37.	71. 20.	72. . 0.	72. 42.
44. . 0.	68. 38.	69. 22.	70. . 4	70. 48.	71. 30.	72. 12.
44. 20.	68. . 6.	68. 48.	69. 32.	70. 16.	70. 58.	71. 40.
44. 40.	67. 32.	68. 16	69. . 0.	69. 42.	70. 26.	71. . 8.
45. . 0	66. 58.	67. 42.	68. 25.	69. 10.	69. 54.	70. 36.
45. 20.	66. 23.	67. . 8.	67. 52.	68. 36.	69. 20.	70. . 4.
45. 40.	65. 48.	66. 34.	67. 18.	68. . 2.	68. 46.	69. 30.
46. . 0.	65. 12.	65. 58.	66. 44.	67. 28.	68. 14.	68. 58.
46. 20.	64. 36.	65. 22	66. . 8.	66. 54.	67. 38.	68. 24.
46. 40	64. . 0	64. 46.	65. 32.	66. 19.	67. . 4.	67. 50.
47. . 0	63. 22.	64. 10.	64. 56.	65. 43.	66. 30.	67. 15.
47. 20.	62. 44.	63. 32.	64. 20.	65. . 7	65. 54.	66. 40.
47. 40	62. . 6.	62. 54	63. 44.	64. 30.	65. 18.	66. . 4.
48. . 0.	61. 28	62. 16.	63. . 6.	63. 54.	64. 42	65. 28.
48. 20.	60. 48.	61. 38.	62. 27.	63. 16.	64. . 4.	64. 52.
48. 40.	60. . 8.	60. 58.	61. 48.	62. 38.	63. 26.	64. 14.
49. . 0.	59. 28.	60. 18.	61. . 8.	61. 58.	62. 48.	63. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

	Haut. du Pole 48d.		*Haut. du Pole 49d.*		*Haut. du Pole 50d.*	
	Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.	
Hauteur du Soleil.	23d. 14′	23d. 28′	23d. 14′	23d. 28′	23d. 14′	23d. 28′
38d. 20′	82. 44.	83. . 8.	81. 36.	82. 12.	80. 48.	81. 14.
38. 40.	82. 19.	82. 44.	81. 21.	81. 46.	80. 21.	80. 46.
39. . 0.	81. 54.	82. 20.	80. 55.	81. 20.	79. 54.	80. 20.
39. 20.	81. 30.	81. 54.	80. 29.	80. 54.	79. 26.	79. 53.
39. 40.	81. . 4.	81. 30.	80. . 2.	80. 28.	79. . 0.	79. 26.
40. . 0.	80. 40.	81. . 5.	79. 36.	80. . 2.	78. 32.	78. 58.
40. 20.	80. 14.	80. 40.	79. 10.	79. 36.	78. . 4.	78. 30.
40. 40.	79. 48.	80. 14.	78. 43.	79. 10.	77. 36.	78. . 2.
41. . 0.	79. 22.	79. 48.	78. 16.	78. 42.	77. . 8.	77. 34.
41. 20.	78. 56.	79. 22.	77. 49.	78. 16.	76. 39.	77. . 6.
41. 40.	78. 30.	78. 56.	77. 22.	77. 48.	76. 10.	76. 38.
42. . 0.	78. . 4.	78. 30.	76. 54.	77. 20.	75. 41.	76. . 8.
42. 20.	77. 38.	78. . 4.	76. 26.	76. 53.	75. 12.	75. 40.
42. 40.	77. 10.	77. 38.	75. 58.	76. 26.	74. 42.	75. 10.
43. . 0.	76. 44.	77. 10.	75. 30.	75. 56.	74. 12.	74. 40.
43. 20.	76. 16.	76. 44.	75. . 0.	75. 28.	73. 42.	74. 10.
43. 40.	75. 48.	76. 16.	74. 32.	75. . 0.	73. 12.	73. 40.
44. . 0.	75. 20.	75. 48.	74. . 2.	74. 30.	72. 40.	73. 10.
44. 20.	74. 52.	75. 20.	73. 32.	74. . 2.	72. 10.	72. 38.
44. 40.	74. 24.	74. 52.	73. . 2.	73. 32.	71. 38.	72. . 8.
45. . 0.	73. 56.	74. 24.	72. 32.	73. . 2.	71. . 6.	71. 36.
45. 20.	73. 26.	73. 54.	72. . 2.	72. 32.	70. 34.	71. . 4.
45. 40.	72. 56.	73. 26.	71. 30.	72. . 0.	70. . 2.	70. 32.
46. . 0.	72. 28.	72. 56.	71. . 0.	71. 30.	69. 28.	69. 58.
46. 20.	71. 58.	72. 26.	70. 28.	70. 58.	68. 54.	69. 26.
46. 40.	71. 28.	71. 56.	69. 56.	70. 26.	68. 22.	68. 52.
47. . 0.	70. 56.	71. 26.	69. 24.	69. 54.	67. 46.	68. 18.
47. 20.	70. 26.	70. 56.	68. 50.	69. 22.	67. 12.	67. 44.
47. 40.	69. 54.	20. 24.	68. 16.	68. 48.	66. 36.	67. 10.
48. . 0.	69. 22.	69. 52.	67. 44.	68. 16.	66. . 0.	66. 34.
48. 20.	68. 50.	69. 20.	67. 10.	67. 42.	65. 25.	65. 58.
48. 40.	68. 16.	68. 48.	66. 34.	67. . 7.	64. 48.	65. 22.
49. . 0.	67. 44.	68. 16.	66. . 0.	66. 32.	64. 10.	64. 44.

TABLE VII. de l'angle de la Souftilaire avec la Méridienne.

Déclin. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45d. 0′	46d. 0′	47d. 0′	48d. 0′	49d. 0′	50d. 0′
0d. 30′	30.	29.	28.	27.	26.	25.
1. . 0.	1. . 0.	56.	56.	54.	52.	50.
1. 30.	1. 30.	1. 27.	1. 23.	1. 21.	1. 18.	1. 15.
2. . 0.	2. . 0.	1. 56.	1. 52.	1. 48.	1. 44.	1. 40.
2. 30.	2. 30.	2. 25.	2. 20.	2. 15.	2. 10.	2. . 6.
3. . 0.	3. . 0.	2. 54.	2. 48.	2. 42.	2. 36.	2. 31.
3. 30.	3. 30.	3. 22.	3. 15.	3. . 9.	3. . 2.	2. 56.
4. . 0.	3. 59.	3. 51.	3. 44.	3. 38.	3. 28.	3. 21.
4. 30.	4. 29.	4. 20.	4. 11.	4. . 2.	3. 54.	3. 46.
5. . 0.	4. 59.	4. 49.	4. 39.	4. 29.	4. 20.	4. 11.
5. 30.	5. 28.	5. 17.	5. . 7.	4. 56.	4. 46.	4. 36.
6. . 0.	5. 58.	5. 46.	5. 34.	5. 22.	5. 12.	5. . 1.
6. 30.	6. 27.	6. 14.	6. . 1.	5. 49.	5. 37.	5. 25.
7. . 0.	6. 57.	6. 43.	6. 29.	6. 16.	6. . 3.	5. 50.
7. 30.	7. 26.	7. 12.	6. 56.	6. 42.	6. 28.	6. 15.
8. . 0.	7. 55.	7. 39.	7. 24.	7. . 8.	6. 54.	6. 40.
8. 30.	8. 25.	8. . 7.	7. 51.	7. 35.	7. 19.	7. . 4.
9. . 0.	8. 54.	8. 36.	8. 18.	8. . 1.	7. 45.	7. 29.
9. 30.	9. 22.	9. . 3.	8. 45.	8. 27.	8. 10.	7. 53.
10. . 0.	9. 51.	9. 31.	9. 12.	8. 53.	8. 35.	8. 17.
10. 30.	10. 20.	9. 59.	9. 39.	9. 19.	9. . 0.	8. 42.
11. . 0.	10. 48.	10. 26.	10. . 5.	9. 45.	9. 25.	9. . 6.
11. 30.	11. 16.	10. 54.	10. 32.	10. 11.	9. 50.	9. 30.
12. . 0.	11. 45.	11. 21.	10. 58.	10. 36.	10. 15.	9. 54.
12. 30.	12. 13.	11. 48.	11. 25.	11. . 2.	10. 39.	10. 18.
13. . 0.	12. 41.	12. 16.	11. 51.	11. 27.	11. . 4.	10. 41.
13. 30.	13. . 8.	12. 42.	12. 17.	11. 52.	11. 28.	11. . 5.
14. . 0.	13. 36.	13. . 9.	13. 43.	12. 17.	11. 52.	11. 28.
14. 30.	14. . 3.	13. 35.	13. . 9.	12. 42.	12. 17.	11. 52.
15. . 0.	14. 31.	14. . 2.	13. 34.	13. . 7.	12. 41.	12. 15.
15. 30.	13. 58.	14. 28.	13. 59.	13. 32.	13. . 5.	12. 38.
16. . 0.	15. 25.	14. 54.	14. 25.	13. 56.	13. 28.	13. . 1.

TABLE VII. de l'angle de la Souftilaire avec la Méridienne.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclin. du plan	45d. 0′	46d. 0′	47d. 0′	48d. 0′	49d. 0′	50d. 0′
16d.30′	15. 51.	15. 20.	14. 50.	14. 21.	13. 52.	13. 24.
17. .0.	16. 18.	15. 46.	15. 15	14. 45.	14. 16.	13. 47.
17. 30.	16. 44	16. 11.	15. 40	15. .9.	14. 39.	14. .9.
18. .0.	17. 10.	16. 37.	16. .5.	15. 33.	15. .2.	14. 32.
18. 30	17. 36	17. .2.	16. 29.	15. 56.	15. 25.	14. 55.
19. .0	18 2.	17. 27.	16. 53.	16. 20.	15. 48.	15. 17.
19. 30.	18. 28.	17. 52.	17. 17	16. 44.	16. 11.	15. 39.
20. .0	18. 53.	18. 17.	17. 41.	17. .7.	16. 33.	16. .1.
20. 30	19. 18.	18. 41.	18. .5.	17. 30.	16. 56.	16. 23.
21. .0.	19. 43.	19. .5.	18. 29.	17. 53.	17. 18.	16. 44.
21. 30	20. .8	19. 29.	18. 52.	18. 16.	17. 40.	17. .6.
22. .0.	20. 32.	19. 53.	19. 15.	18. 38.	18. .2.	17. 27.
22. 30	20. 56	20. 17.	19. 38.	19. .1.	18. 24.	17. 48.
23. .0.	21. 21.	20. 40.	20. .1.	19. 23.	18. 46.	18. .9.
23. 30.	21. 44.	21. .4.	20. 24.	19. 45.	19. .7.	18. 30.
24. .0.	22. .8.	21. 27.	20. 46.	20. .7.	19. 28.	18. 51.
24. 30.	22. 31.	21. 49.	21. .9.	20. 29.	19. 49.	19. 11.
25. .0.	22. 55.	22. 12.	22. 31.	20. 50.	20. 10.	19. 32.
25. 30.	23. 18.	22. 34.	21. 52.	21. 11.	20. 31.	19. 52.
26. .0.	23. 40.	22. 57.	22. 14	21. 32.	20. 52.	20. 12.
26. 30	24. .3.	23. 19.	22. 35.	21. 53.	21. 12.	20. 32.
27. .0.	24. 25.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 51.
27. 30.	24. 47.	24. .2.	23. 18.	22. 35.	21. 52.	21. 11.
28. .0.	25. .9.	24. 23	23. 39.	22. 55.	22. 12.	21. 30.
28. 30	25 31	24 44.	23. 59	23. 15.	22. 32.	21. 49.
29. .0.	25. 52.	25. .5	24. 20.	23. 35.	22. 51.	22. .8.
29. 30.	26. 13	25. 26.	24. 40.	23. 55.	23. 10.	22. 27.
30. .0.	26. 34	25. 46	25. 0	24. 14.	23. 29.	22. 46.
30. 30.	26. 55.	26. .7.	25. 20	24. 34.	23. 48.	23. .4.
31. .0	27. 15.	26. 27.	25. 39.	24. 53.	24. .7.	23. 22.
31. 30	27. 35.	26. 46.	25. 59	25. 12.	24. 26.	23. 40.
32. .0.	27. 55.	27. .6.	26. 18.	25. 30.	24. 44.	23. 58.

TABLE VII. de l'angle de la soustilaire avec la Méridienne.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclin. du plan.	45d. 0'	46d. 0'	47d. 0'	48d. 0'	49d. 0'	50d. 0'
33d. 0'	28. 35.	27. 45.	26. 56.	26. . 7.	25. 20.	24. 34.
34. . 0.	29. 53.	28. 22.	27. 32.	26. 44.	25. 55.	25. . 8.
35. . 0.	29. . 0.	28. 59.	28. . 8.	27. 19.	26. 30.	25. 42.
36. . 0.	30. 27.	29. 35.	28. 44.	27. 53.	27. . 4.	26. 15.
37. . 0.	31. . 2.	30. 10.	29. 18.	28. 27.	27. 37.	26. 48.
38. . 0.	31. 37.	30. 44.	29. 52.	29. . 0.	28. . 9.	27. 19.
39. . 0.	32. 11.	31. 17.	30. 24.	29. 32.	28. 41.	27. 50.
40. . 0.	32. 44.	31. 50.	30. 56.	30. . 4.	29. 12.	28. 20.
41. . 0.	33. 16.	32. 21.	31. 27.	30. 34.	29. 42.	28. 50.
42. . 0.	33. 47.	32. 52.	31. 58.	31. . 4.	30. 11.	29. 19.
43. . 0.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 33.	30. 40.	29. 47.
44. . 0.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. . 2.	31. . 7.	30. 14.
45. . 0.	35. 16.	34. 20.	33. 24.	32. 29.	31. 35.	30. 41.
46. . 0.	35. 44.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. . 1.	31. . 7.
47. . 0.	36. 11.	35. 14.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 32.
48. . 0.	36. 37.	35. 40.	34. 43.	33. 46.	32. 52.	31. 57.
49. . 0.	37. . 2.	36. . 5.	35. . 8.	34. 12.	33. 16.	32. 21.
50. . 0.	37. 27.	36. 30.	35. 32.	34. 36.	33. 40.	32. 44.
51. . 0.	37. 51.	36. 53.	35. 56.	34. 59.	34. . 2.	33. . 7.
52. . 0.	38. 14.	37. 16.	36. 19.	35. 21.	34. 25.	33. 28.
53. . 0.	38. 37.	37. 38.	36. 41.	35. 43.	34. 46.	33. 50.
54. . 0.	38. 58.	38. . 0.	37. . 2.	36. . 4.	35. . 7.	34. 10.
55. . 0.	39. 19.	38. 21.	37. 23.	36. 25.	35. 27.	34. 30.
56. . 0.	39. 40.	38. 41.	37. 42.	36. 44.	35. 47.	34. 49.
57. . 0.	39. 59.	39. . 0.	38. . 2.	37. . 3.	36. . 6.	35. . 8.
58. . 0.	40. 18.	39. 19.	38. 20.	37. 22.	36. 24.	35. 26.
59. . 0.	40. 36.	39. 37.	38. 38.	37. 40.	36. 41.	35. 44.
60. . 0.	40. 54.	39. 54.	38. 55.	37. 57.	36. 58.	36. . 0.
61. . 0.	41. 10.	40. 11.	39. 12.	38. 13.	37. 15.	36. 16.
62. . 0.	41. 27.	40. 27.	39. 28.	38. 29.	37. 30.	36. 32.
63. . 0.	41. 42.	40. 43.	39. 43.	38. 44.	37. 46.	36. 47.
64. . 0.	41. 57.	40. 57.	39. 58.	38. 59.	38. . 0.	37. . 1.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole ſur le plan ; ou de l'angle compris entre l'Axe & la Souſtilaire.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ſur l'horiſon, ou Latitude.* 45d. 0'	46d. 0'	47d. 0'	48d. 0'	49d. 0'	50d. 0'
1.	45. .0.	43. 59.	43. .0.	41. 59.	40. 59.	40. .0.
2.	44. 58.	43. 58.	42. 58.	41. 58.	40. 58.	39. 58.
3.	44. 55.	43. 55.	42. 56.	41. 56.	40. 56.	39. 56.
4.	44. 52.	43. 52.	42. 52.	41. 52.	40. 53.	39. 53.
5.	44. 47.	43. 47.	42. 48.	41. 48.	40. 49.	39. 49.
6.	44. 41.	43. 42.	42. 42.	41. 43.	40. 44.	39. 44.
7.	44. 34.	43. 35.	42. 36.	41. 37.	40. 38.	39. 39.
8.	44. 27.	43. 28.	42. 29.	41. 30.	40. 31.	39. 32.
9.	44. 18.	43. 19.	42. 21.	41. 22.	40. 23.	39. 25.
10.	44. .8.	43. 10.	42. 12.	41. 13.	40. 15.	39. 16.
11.	43. 57.	43. .0.	42. .2.	41. .4.	40. .5.	39. .7.
12.	43. 46.	42. 48.	41. 51.	40. 53.	39. 54.	38. 57.
13.	43. 33.	42. 36.	41. 39.	40. 41.	39. 44.	38. 47.
14.	43. 19.	42. 23.	41. 26.	40. 29.	39. 32.	38. 35.
15.	43. .5.	42. .9.	41. 12.	40. 16.	39. 19.	38. 23.
16.	42. 49.	41. 54.	40. 58.	40. .2.	39. .6.	38. 10.
17.	42. 33.	41. 38.	40. 42.	39. 47.	38. 51.	37. 56.
18.	42. 16.	41. 21.	40. 26.	39. 31.	38. 36.	37. 41.
19.	41. 57.	41. .3.	40. .9.	39. 15.	38. 20.	37. 26.
20.	41. 38.	40. 45.	39. 51.	38. 58.	38. .4.	37. 10.
21.	41. 19.	40. 26.	39. 33.	38. 39.	37. 46.	36. 53.
22.	40. 58.	40. .6.	39. 13.	38. 21.	37. 28.	36. 35.
23.	40. 37.	39. 45.	38. 53.	38. .1.	37. .9.	36. 17.
24.	40. 14.	39. 23.	38. 32.	37. 41.	36. 49.	35. 58.
25.	39. 51.	39. .1.	38. 11.	37. 20.	36. 29.	35. 38.
26.	39. 28.	38. 38.	37. 48.	36. 58.	36. .8.	35. 17.
27.	39. .3.	38. 14.	37. 25.	36. 36.	35. 46.	34. 57.
28.	38. 38.	37. 50.	37. .2.	36. 13.	35. 24.	34. 35.
29.	38. 12.	37. 25.	36. 37.	35. 49.	35. .1.	34. 12.
30.	37. 46.	36. 59.	36. 12.	35. 25.	34. 37.	33. 50.
31.	37. 19.	36. 33.	35. 46.	35. .0.	34. 13.	33. 26.
32.	36. 51.	36. .6.	35. 20.	34. .2.	33. 48.	33. .2.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Soustilaire.

	Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.					
Déclin. du plan..	45d. 0'	46d. 0'	47d. 0'	48d. 0'	49d. 0'	50d. 0'
32d.30'	36. 37.	35. 52.	35. .7.	34. 21.	33. 36.	32. 50.
33. .0.	36. 22.	35. 38.	34. 53.	34. .8.	33. 23.	32. 37.
33. 30.	36. .8.	35. 24.	34. 40.	33. 55.	33. 10.	32. 25.
34. .0.	35. 53.	35. 10.	34. 26.	33. 42.	32. 57.	32. 12.
34. 30.	35. 39.	34. 55.	34. 12.	33. 28.	32. 44.	31. 59.
35. .0.	35. 24.	34. 41.	33. 58.	33. 14.	32. 30.	31. 46.
35. 30.	35. .9.	34. 26.	33. 44.	33. .0.	32. 17.	31. 33.
36. .0.	34. 54.	34. 12.	33. 29.	32. 46.	32. .3.	31. 20.
36. 30.	34. 38.	33. 57.	33. 15.	32. 32.	31. 50.	31. .7.
37. .0.	34. 23.	33. 42.	33. .0.	32. 18.	31. 36.	30. 53.
37. 30.	34. .7.	33. 27.	32. 45.	32. .4.	31. 22.	30. 40.
38. .0.	33. 52.	33. 11.	32. 30.	31. 49.	31. .8.	30. 26.
38. 30.	33. 36.	32. 56.	32. 15.	31. 35.	30. 54.	30. 12.
39. .0.	33. 20.	32. 40.	32. .0.	31. 20.	30. 39.	29. 58.
39. 30.	33. .4.	32. 25.	31. 45.	31. .5.	30. 25.	29. 44.
40. .0.	32. 48.	32. .9.	31. 30.	30. 50.	30. 10.	29. 30.
40. 30.	32. 32.	31. 53.	31. 14.	30. 35.	29. 56.	29. 16.
41. .0.	32. 15.	31. 37.	31. 59.	30. 20.	29. 41.	29. .1.
41. 30.	31. 59.	31. 21.	30. 43.	30. .5.	29. 26.	28. 47.
42. .0.	31. 42.	31. .5.	30. 27.	29. 49.	29. 11.	28. 32.
42. 30.	31. 25.	30. 48.	30. 11.	29. 34.	28. 56.	28. 17.
43. .0.	31. .8.	30. 32.	29. 55.	29. 18.	28. 40.	28. .3.
43. 30.	30. 52.	30. 15.	29. 39.	29. .2.	28. 25.	27. 48.
44. .0.	30. 34.	29. 59.	29. 23.	28. 46.	28. 10.	27. 32.
44. 30.	30. 17.	29. 42.	29. .6.	28. 30.	27. 54.	27. 17.
45. .0.	30. .0.	29. 25.	28. 50.	28. 14.	27. 38.	27. .2.
45. 30.	29. 43.	29. .8.	28. 33.	27. 58.	27. 23.	26. 47.
46. .0.	29. 25.	28. 51.	28. 17.	27. 42.	27. .7.	26. 31.
46. 30.	29. .3.	28. 34.	28. .0.	27. 26.	26. 51.	26. 16.
47. .0.	28. 50.	28. 17.	27. 43.	22. .9.	26. 35.	26. .0.
47. 30.	28. 32.	27. 59.	27. 26.	26. 53.	26. 19.	25. 45.
48. .0.	28. 14.	27. 42.	27. .9.	26. 36.	26. .2.	25. 28.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Soustilaire.

[illegible]	*Hauteur du Pole sur l'horizon, ou Latitude.*					
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 0'.	48d. 0'.	49d. 0'.	50d. 0'.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	26. 20.	25. 46.	25. 13.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	26. . 2.	25. 30.	24. 57.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25. 45.	25. 13.	24. 40.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25. 28.	24. 57.	24. 24.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25. 12.	24. 40.	24. . 8.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24. 54.	24. 23.	23. 52.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24. 37.	24. . 6.	23. 35.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24. 20.	23. 49.	23. 19.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24. . 2.	23. 32.	23. . 2.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	23. 45.	23. 15.	22. 45.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	23. 27.	22. 58.	22. 29.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	23. 10.	22. 41.	22. 12.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22. 52.	22. 24.	21. 55.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22. 34.	22. . 6.	21. 38.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22. 16.	21. 49.	21. 21.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21. 58.	21. 31.	21. . 4.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21. 40.	21. 14.	20. 47.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21. 22.	20. 56.	20. 30.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21. . 4.	20. 38.	20. 12.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	20. 45.	20. 21.	19. 55.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	20. 28.	20. . 3.	19. 38.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 54.	20. 10.	19. 45.	19. 20.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 15.	19. 51.	19. 27.	19. . 2.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 56.	19. 33.	19. . 9.	18. 45.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 37.	19. 14.	18. 51.	18. 27.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 18.	18. 56.	18. 33.	18. . 9.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	18. 59.	18. 37.	18. . 9.	17. 52.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	18. 40.	18. 19.	17. 56.	17. 34.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	18. 21.	18. . 0.	17. 38.	17. 16.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	18. . 2.	17. 41.	17. 20.	16. 58.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	17. 43.	17. 22.	17. . 1.	16. 40.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	17. 24.	17. . 3.	16. 43.	16. 22.

TABLE IX. de la différence des méridiens ou des longitudes.

	Hauteur du Pole ou Latitude.					
Déclin. du plan.	45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
0d.15′	0. 21.	0. 21.	0. 20.	0. 20.	0. 20.	0. 20.
0. 30.	0. 42	0. 42.	0. 41.	0. 40.	0. 40.	0. 39.
0. 45.	1. .4.	1. .2.	1. .1.	1. .0.	1. .0.	0. 59.
1. .0.	1. 25.	1. 23.	1. 22.	1. 21.	1. 19.	1. 18.
1. 15.	1. 46.	1. 44.	1. 42.	1. 41.	1. 39.	1. 38.
1. 30.	2. .7.	2. .5.	2. .3.	2. .1.	1. 59.	1. 57.
1. 45.	2. 28.	2. 26.	2. 23.	2. 21.	2. 19.	2. 17.
2. .0.	2. 50.	2. 47.	2. 44.	2. .41.	2. 39.	2. 37.
2. 15.	3. 11.	3. .8.	3. .4.	3. .2.	2. 59.	2. 56.
2. 30.	3. 32.	3. 28.	3. 25.	3. 22.	3. 19.	3. 16.
2. 45.	3. 53.	3. 49.	3. 45.	3. 42.	3. 38.	3. 35.
3. .0.	4. 14.	4. 10.	4. .6.	4. .2.	3. 58.	3. 55.
3. 15.	4. 35.	4. 31.	4. 26.	4. 22.	4. 18.	4. 14.
3. 30.	4. 57.	4. 52.	4. 47.	4. 42.	4. 38.	4. 34.
3. 45.	5. 18.	5. 12.	5. .7.	5. .2.	4. 58.	4. 53.
4. .0.	5. 39.	5. 33.	5. 28.	5. 23.	5. 17.	5. 13.
4. 15.	6. .0.	5. 54.	5. 48.	5. 42.	5. 38.	5. 32.
4. 30.	6. 21.	6. 15.	6. .8.	6. .3.	5. 57.	5. 52.
4. 45.	6. 42.	6. 35.	6. 29.	6. 23.	6. 17.	6. 12.
5. .0.	7. .3.	6. 56.	6. 49.	6. 42.	6. 37.	6. 31.
5. 15.	7. 24.	7. 16.	7. 10.	7. .3.	6. 57.	6. 50.
5. 30.	7. 45.	7. 37.	7. 30.	7. 23.	7. 16.	7. 10.
5. 45.	8. .6.	7. 58.	7. 50.	7. 43.	7. 36.	7. 29.
6. .0.	8. 27.	8. 19.	8. 11.	8. .3.	7. 56.	7. 49.
6. 15.	8. 59.	8. 39.	8. 31.	8. 23.	8. 15.	8. .8.
6. 30.	9. .9.	9. .0.	8. 51.	8. 43.	8. 35.	8. 28.
6. 45	9. 30.	9. 21.	9. 12.	9. .3.	8. 55.	8. 47.
7. .0.	9. 51.	9. 41.	9. 32.	9. 23.	9. 14.	9. .6.
7. 15.	10. 12.	10. .2.	9. 52.	9. 43.	9. 34.	9. 26.
7. 30.	10. 33.	10. 22.	10. 12.	10. .3.	9. 54.	9. 45.
7. 45.	10. 54.	10. 43.	10. 32.	10. 23.	10. 13.	10. .4.
8. .0.	11. 14.	11. .3.	10. 53.	10. 43.	10. 33.	10. 24.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
8d. 15'	11. 35.	11. 24.	11. 13.	11. . 2.	10. 53.	10. 43.
8. 30.	11. 56.	11. 44.	11. 33.	11. 22.	11. 12.	11. . 2.
8. 45.	12. 17.	12. . 5.	11. 53.	11. 42.	11. 32.	11. 22.
9. . 0.	12. 38.	12. 25.	12. 13.	12. . 2.	11. 51.	11. 41.
9. 15.	12. 58.	12. 45.	12. 33.	12. 22.	12. 11.	12. . 0.
9. 30.	13. 19.	13. . 6.	12. 53.	12. 41.	12. 30.	12. 19.
9. 45.	13. 39.	13. 26.	13. 13.	13. . 1.	12. 49.	12. 39.
10. . 0.	14. . 0.	13. 46.	13. 33.	13. 21.	13. . 9.	12. 58.
10. 15.	14. 21.	14. . 7.	13. 53.	13. 41.	13. 28.	13. 17.
10. 30.	14. 41.	14. 27.	14. 13.	14. . 0.	13. 48.	13. 36.
10. 45.	15. . 1.	14. 47.	14. 33.	14. 20.	14. . 7.	13. 55.
11. . 0.	15. 22.	15. . 7.	14. 53.	14. 39.	14. 26.	14. 14.
11. 15.	15. 43.	15. 27.	15. 13.	14. 59.	14. 46.	14. 33.
11. 30.	16. . 3.	15. 48.	15. 33.	15. 19.	15. . 5.	14. 52.
11. 45.	16. 23.	16. . 8.	15. 52.	15. 38.	15. 24.	15. 11.
12. . 0.	16. 44.	16. 28.	16. 12.	15. 57.	15. 44.	15. 31.
12. 15.	17. . 4.	16. 48.	16. 32.	16. 17.	16. . 3.	15. 49.
12. 30.	17. 24.	17. . 8.	16. 52.	16. 37.	16. 22.	16. . 8.
12. 45.	17. 45.	17. 28.	17. 12.	16. 56.	16. 41.	16. 27.
13. . 0.	18. . 5.	17. 48.	17. 31.	17. 15.	17. . 0.	16. 46.
13. 15.	18. 25.	18. . 8.	17. 51.	17. 35.	17. 20.	17. . 5.
13. 30.	18. 45.	18. 28.	18. 11.	17. 54.	17. 39.	17. 24.
13. 45.	19. . 5.	18. 47.	18. 30.	18. 14.	17. 58.	17. 43.
14. . 0.	19. 25.	19. . 7.	18. 50.	18. 33.	18. 17.	18. . 2.
14. 15.	19. 45.	19. 27.	19. . 9.	18. 52.	18. 36.	18. 21.
14. 30.	20. . 5.	19. 47.	19. 29.	19. 11.	18. 55.	18. 39.
14. 45.	20. 25.	20. . 6.	19. 48.	19. 30.	19. 14.	18. 58.
15. . 0.	20. 45.	20. 26.	20. . 7.	19. 49.	19. 33.	19. 17.
15. 15.	21. . 5.	20. 45.	20. 27.	20. . 9.	19. 52.	19. 36.
15. 30.	21. 25.	21. . 5.	20. 46.	20. 28.	20. 11.	19. 54.
15. 45.	21. 45.	21. 24.	21. . 5.	20. 47.	20. 29.	20. 13.
16. . 0.	22. . 5.	21. 44.	21. 24.	21. . 6.	20. 48.	20. 31.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45^d.	46^d.	47^d.	48^d.	49^d.	50^d.
16^d.15'	22. 24.	22. .3.	21. 44.	21. 25.	21. .7.	20. 50.
16. 30.	22. 44	22. 23.	22. .3.	21. 44.	21. 26.	21. .8.
16. 45.	23. .3.	22. 42.	22. 22.	22. .3.	21. 44.	21. 27.
17. .0.	23. .3.	23. .1.	22. 41	22. 22.	22 .3.	21. 45.
17. 15.	23. 42.	23. 21.	23. .0.	22. 41.	22. 22.	22. .4.
17. 30.	24. .2.	23. 40.	23. 19.	22. 59.	22. 40.	22. 22.
17. 45.	24. 21.	23. 59.	23. 38.	23. 18.	22. 59.	22. 41.
18. .0.	24. 41.	24. 18.	23. 57.	23. 37.	23. 17.	22. 59.
18. 15.	25. .0.	24. 38.	24. 16.	23. 56.	23. 36.	23. 17.
18. 30.	25. 19.	24. 57.	24. 35.	24. 14.	23. 54.	23. 36.
18. 45.	25. 39.	25. 16.	24. 54.	24. 33.	24. 13.	23. 54.
19. .0.	25. 58.	25. 35.	25. 13.	24. 51.	24. 31.	24. 12.
19. 15.	26. 17.	25. 54.	25. 31.	25. 10.	24. 50.	24. 30.
19. 30.	26. 36.	26. 13.	25. 50	25. 29.	25. .8.	24. 48.
19. 45.	26. 55.	26. 32.	26. .9.	25. 47.	25. 26.	25. .7.
20. .0.	27. 14.	26. 50.	26. 27.	26. .6.	25. 45.	25. 25.
20. 15.	27. 33.	27. .9.	26. 46.	26. 24.	26. .3.	25. 43.
20. 30.	27. 52.	27. 28.	27. .5.	26. 43.	26. 21.	26. .1.
20. 45.	28. 11.	27. 47.	27. 23.	27. .1.	26. 39.	26. 19.
21. .0.	28. 30.	28. .5.	27. 42	27. 19.	26. 58.	26. 37.
21. 15.	28. 49.	28. 24.	28. .0.	27. 37.	27. 16.	26. 55.
21. 30.	29. .7.	28. 42.	28. 18.	27. 56.	27. 34.	27. 13.
21. 45.	29. 26	29. .1.	28. 37.	28. 14.	27. 52.	27. 31.
22. .0.	29. 45.	29. 19.	28. 55.	28. 32.	28. 10.	27. 48.
22. 15.	30. .3.	29. 38.	29. 13.	28. 50.	28. 28.	28. .6.
22. 30.	30. 22.	29. 56.	29. 31.	29. .8.	28. 46.	28. 24.
22. 45.	30. 40.	30. 14.	29. 50.	29. 26.	29. .3.	28. 42.
23. .0.	30. 59.	30. 32.	30. .8.	29. 44.	29. 21.	28. 59.
23. 15.	31. 17.	30. 51.	30. 26.	30. .2.	29. 39.	29. 17.
23. 30.	31. 35.	31. .9.	30. 44.	30. 20.	29. 57.	29. 35.
23. 45.	31. 53.	31. 27.	31. .2.	30. 38.	30. 15.	29. 52.
24. .0.	32. 12.	31. 45.	31. 20.	30. 56.	30. 32.	30. 10.

Table IX. de la différence des Méridiens ou des longitudes.

Déclin. du plan	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
24^{d}. 15'	32. 30.	32. . 3.	31. 38.	31. 13.	30. 50.	30. 27.
24. 30.	32. 48.	32. 21.	31. 56	31. 31.	31. . 7.	30. 45.
24. 45.	33. . 6.	32. 39.	32. 13.	31. 49.	31. 25.	31. . 2.
25. . 0.	33. 24.	32. 57.	32. 31.	32. . 6.	31. 43.	31. 20.
25. 15.	33. 42.	33. 15.	32. 49.	32. 24.	32. . 0.	31. 37.
25. 30.	34. . 0.	33. 33.	33. . 7.	32. 42.	32. 18.	31. 55.
25. 45.	34. 18.	33. 51.	33. 24.	32. 59.	32. 35.	32. 12.
26. . 0.	34. 36.	34. . 8.	33. 42.	33. 17.	32. 52.	32. 29.
26. 15.	34. 53.	34. 26.	34. . 0.	33. 34.	33. 10.	32. 46.
26. 30.	35. 11.	34. 44	34. 17.	33. 51.	33. 27.	33. . 3.
26. 45.	35. 29.	35. . 1.	34. 34.	34. . 9.	33. 44.	33. 21.
27. . 0.	35. 46.	35. 19.	34. 52.	34. 26.	34. . 1.	33. 38.
27. 15.	36. . 4.	35. 36.	35. . 9.	34. 43.	34. 19.	33. 55.
27. 30.	36. 21.	35. 53.	35. 26.	35. . 1.	34. 36.	34. 12.
27. 45.	36. 39.	36. 11.	35. 44	35. 18.	34. 53.	34. 29.
28. . 0.	36. 56.	36. 27.	36. . 1.	35. 35.	35. 10.	34. 46.
28. 15.	37. 14.	36. 45.	36. 18.	35. 52.	35. 27.	35. . 3.
28. 30.	37. 31.	37. . 3.	36. 35.	36. . 9.	35. 44.	35. 20.
28. 45.	37. 48.	37. 20.	36. 52.	36. 26.	36. . 1.	35. 37.
29. . 0.	38. . 6	37. 37.	37. 10.	36. 43.	36. 18.	35. 53.
29. 15.	38. 23.	37. 54.	37. 27.	37. . 0.	36. 35.	36. 10.
29. 30.	38. 40.	38. 11.	37. 44.	37. 17.	36. 51.	36. 27.
29. 45.	38. 57.	38. 28.	38. . 0.	37. 34.	37. . 8.	36. 44.
30. . 0.	39. 14.	38. 45.	38. 17.	37. 51.	37. 25.	37. . 0.
30. 15.	39. 31.	39. . 2.	38. 34.	38. . 7.	37. 42.	37. 17.
30. 30.	39. 48.	39. 19.	38. 51.	38. 24.	37. 59.	37. 33.
30. 45.	40. . 4.	39. 35.	39. . 8.	38. 41.	38. 15.	37. 50.
31. . 0.	40. 21.	39. 52.	39. 24.	38. 57.	38. 31.	38. . 7.
31. 15.	40. 38.	40. . 9.	39. 41.	39. 14.	38. 48.	38. 23.
31. 30.	40. 55.	40. 26.	39. 57	39. 31.	39. . 5.	38. 40.
31. 45	41. 12.	40. 42.	40. 14.	39. 47.	39. 21.	38. 56.
32. . 0.	41. 28.	40. 59.	40. 31.	40. . 4.	39. 37.	39. 12.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des longitudes.

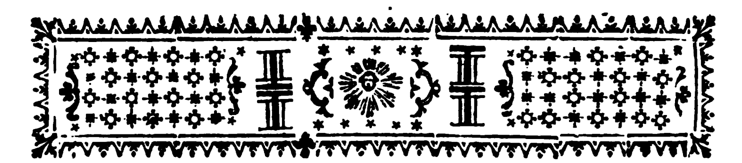
Déclin du plan.	*Hauteur du Pole ou Longitude.* 45^d.	46^d.	47^d.	48^d.	49^d.	50^d.
32^d.15′	41. 45.	41. 15.	40. 47.	40. 20.	39. 54.	39. 29.
32. 30.	42. . 1.	41. 32.	41. . 3.	40. 36.	40. 10.	39. 45.
32. 45.	42. 17.	41. 48.	41. 20	40. 33.	40. 26.	40. . 1.
33. . 0.	42. 34.	42. . 5.	41. 36.	41. . 9.	40. 43.	40. 17.
33. 15.	42. 50	42. 21.	41. 52.	41. 25.	40. 59.	40. 34.
33. 30.	43. . 6.	42. 37.	42. . 7.	41. 41.	41. 15.	40. 50.
33. 45.	43. 23.	42. 53.	42. 25.	41. 58.	41. 31.	41. . 6.
34. . 0.	43. 39.	43. . 9.	42. 41.	42. 14.	41. 47.	41. 22.
34. 15.	43. 55.	43. 26.	42. 57.	42. 30.	42. . 3.	41. 38.
34. 30.	44. 11.	43. 42.	43. 13.	42. 46.	42. 19.	41. 54.
34. 45.	44. 27.	43. 58.	43. 29.	43. . 2.	42. 35.	42. 10.
35. . 0.	44. 43.	44. 14.	43. 45.	43. 18.	42. 51.	42. 26.
35. 15.	44. 59.	44. 30.	44. . 1.	43. 34.	43. . 7.	42. 41.
35. 30.	45. 15.	44. 45.	44. 17.	43. 50.	43. 23.	42. 57.
35. 45.	45. 31.	45. . 1.	44. 33.	44. . 5.	43. 39.	43. 13.
36. . 0.	45. 47.	45. 17.	44. 49.	44. 21.	43. 55.	43. 29.
36. 15.	46. . 2.	45. 33.	45. . 4.	44. 37.	44. 10.	43. 45.
36. 30.	46. 18.	45. 49.	45. 20.	44. 53.	44. 26.	44. . 0.
36. 45.	46. 34.	46. . 4.	45. 36.	45. . 8.	44. 42.	44. 16.
37. . 0.	46. 49.	46. 20.	45. 51.	45. 24.	44. 57.	44. 32.
37. 15.	47. . 5.	46. 35.	46. . 7.	45. 39.	45. 13.	44. 47.
37. 30.	47. 20.	46. 51.	46. 23.	45. 55.	45. 28.	45. . 3.
37. 45.	47. 36.	47. . 6.	46. 38.	46. 11.	45. 44.	45. 18.
38. . 0.	47. 51.	47. 22.	46. 53.	46. 26.	46. . 0.	45. 34.
38. 15	48. . 7.	47. 37.	47. . 9.	46. 41.	46. 15.	45. 49.
38. 30.	48. 22.	47. 53.	47. 24.	46. 57.	46. 30.	46. . 5.
38. 45.	48. 37.	48. . 8.	47. 39	47. 12.	46. 46.	46. 20.
39. . 0.	48. 52.	48. 23.	47. 55.	47. 27.	47. . 1.	46. 35.
39. 15.	49. . 8.	48. 38.	48. 10.	47. 42.	47. 16.	46. 51.
39. 30.	49. 23	48. 53.	48. 25.	47. 58.	47. 31.	47. . 6.
39. 45.	49. 38.	49. . 9.	48. 40.	48. 13.	47. 47.	47. 21.
40. . 0.	49. 53.	49. 24.	48. 55.	48. 28.	48. . 2.	47. 36

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des longitudes.

Déclin. du plan.	Hauteur du Pole ou Latitude. 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
40d. 15′	50. .8.	49. 39.	49. 11.	48. 43.	48. 17.	47. 52.
40. 30.	50. 23.	49. 54.	49. 25.	48. 58.	48. 32.	48. .7.
40. 45.	50. 38.	50. .9.	49. 41.	49. 13.	48. 47.	48. 22.
41. .0.	50. 52.	50. 24.	49. 56.	49. 28.	49. .2.	48. 37.
41. 15.	51. .7.	50. 38.	50. 10.	49. 43.	49. 17.	48. 52.
41. 30.	51. 22.	50. 53.	50. 25.	49. 58.	49. 32.	49. .7.
41. 45.	51. 37.	51. .8.	50. 40.	50. 13.	49. 47.	49. 22.
42. .0.	51. 51.	51. 23.	50. 55.	50. 28.	50. .2.	49. 37.
42. 15.	52. .6.	51. 37.	51. 10.	50. 43.	50. 17.	49. 51.
42. 30.	52. 21.	51. 52.	51. 24.	50. 57.	50. 31.	50. .6.
42. 45.	52. 35.	52. .7.	51. 39.	51. 12.	50. 46.	50. 21.
43. .0.	52. 50.	52. 21.	51. 54.	51. 27.	51. .1.	50. 36.
43. 15.	53. .4.	52. 36.	52. .8.	51. 41.	51. 16.	50. 51.
43. 30.	53. 19.	52. 50.	52. 23.	51. 56.	51. 30.	51. .5.
43. 45.	53. 33.	53. .5.	52. 37.	52. 11.	51. 45.	51. 20.
44. .0.	53. 47.	53. 19.	52. 52.	52. 25.	52. .0.	51. 35.
44. 15.	54. .1.	53. 33.	53. .6.	52. 40.	52. 14.	51. 49.
44. 30.	54. 16.	53. 48.	53. 20.	52. 54.	52. 29.	52. .4.
44. 45.	54. 30.	54. .2.	53. 35.	53. .9.	52. 43.	52. 18.
45. .0.	54. 44.	54. 16.	53. 49.	53. 23.	52. 58.	52. 33.
45. 15.	54. 58.	54. 30.	54. .3.	53. 37.	53. 12.	52. 47.
45. 30.	55. 12.	54. 45.	54. 18.	53. 52.	53. 26.	53. .2.
45. 45.	55. 26.	54. 59.	54. 32.	54. .6.	53. 41.	53. 16.
46. .0.	55. 40.	55. 13.	54. 46.	54. 20.	53. 55.	53. 30.
46. 15.	55. 54.	55. 27.	55. .0.	54. 34.	54. .9.	53. 45.
46. 30.	56. .8.	55. 41.	55. 14.	54. 48.	54. 23.	53. 59.
46. 45.	56. 22.	55. 55.	55. 28.	55. .3.	54. 38.	54. 13.
47. .0.	56. 36.	56. .9.	55. 42.	55. 17.	54. 52.	54. 28.
47. 15.	56. 50.	56. 23.	55. 56.	55. 31.	55. .6.	54. 42.
47. 30.	57. .4.	56. 37.	56. 10.	55. 45.	55. 20.	54. 56.
47. 45.	57. 17.	56. 50.	56. 24.	55. 59.	55. 34.	55. 10.
48. .0.	57. 31.	57. .4.	56. 38.	56. 13.	55. 48.	55. 24.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
48d. 30′	57. 58.	57. 32.	57. 6.	56. 41.	56. 16.	55. 52.
49. 0.	58. 25.	57. 59.	57. 33.	57. 8.	56. 44.	56. 20.
49. 30.	58. 53.	58. 26.	58. 1.	57. 36.	57. 12.	56. 48.
50. 0.	59. 19.	58. 53.	58. 28.	58. 3.	57. 39.	57. 16.
50. 30.	59. 46.	59. 20.	58. 55.	58. 31.	58. 7.	57. 44.
51. 0.	60. 12.	59. 47.	58. 22.	59. 58.	58. 34.	58. 11.
51. 30.	60. 39.	60. 13.	59. 49.	59. 25.	59. 1.	58. 39.
52. 0.	61. 5.	60. 40.	60. 16.	59. 52.	59. 29.	59. 6.
52. 30.	61. 31.	61. 6.	60. 42.	60. 18.	59. 56.	59. 33.
53. 0.	61. 57.	61. 32.	61. 8.	60. 45.	60. 22.	60. 0.
53. 30.	62. 23.	61. 58.	61. 35.	61. 12.	60. 49.	60. 27.
54. 0.	62. 49.	62. 24.	62. 1.	61. 38.	61. 16.	60. 54.
54. 30.	63. 14.	62. 50.	62. 27.	62. 4.	61. 42.	61. 21.
55. 0.	63. 39.	63. 16.	62. 53.	62. 31.	62. 9.	61. 47.
55. 30.	64. 5.	63. 42.	63. 19.	62. 57.	62. 35.	62. 14.
56. 0.	64. 30.	64. 7.	63. 44.	63. 23.	63. 1.	62. 40.
56. 30.	64. 55.	64. 32.	64. 10.	63. 49.	63. 27.	63. 7.
57. 0.	65. 20.	64. 58.	64. 36.	64. 14.	63. 53.	63. 33.
57. 30.	65. 45.	65. 23.	65. 1.	64. 40.	64. 19.	63. 59.
58. 0.	66. 10.	65. 48.	65. 26.	65. 5.	64. 45.	64. 25.
58. 30.	66. 34.	66. 13.	65. 52.	65. 31.	65. 11.	64. 51.
59. 0.	66. 59.	66. 37.	66. 17.	65. 56.	65. 36.	65. 17.
59. 30.	67. 23.	67. 2.	66. 42.	66. 22.	66. 2.	65. 43.
60. 0.	67. 48.	67. 27.	67. 7.	66. 47.	66. 27.	66. 9.
60. 30.	68. 12.	67. 51.	67. 31.	67. 12.	66. 53.	66. 34.
61. 0.	68. 36.	68. 16.	67. 56.	67. 37.	67. 18.	67. 0.
61. 30.	69. 0.	68. 40.	68. 21.	68. 2.	67. 43.	67. 25.
62. 0.	69. 24.	69. 4.	68. 45.	68. 26.	68. 8	67. 50.
62. 30.	69. 48.	69. 28.	69. 9.	68. 51.	68. 33.	68. 16.
63. 0.	70. 11.	69. 52.	69. 34.	69. 16.	68. 58	68. 41.
63. 30.	70. 35.	70. 16.	69. 58.	69. 40.	69. 23.	69. 6.
64. 0.	70. 58.	70. 40.	70. 22.	70. 5.	69. 47.	69. 31.



TABLE

DU TRAITÉ DE LA GNOMONIQUE.

LIVRE PREMIER.

LIVRE SECOND.

DES CADRANS VERTICAUX. *p.* 58

PREMIERE SECTION. *ibidem.*

SECONDE SECTION.

TROISIÉME SECTION.

LIVRE TROISIEME.

LIVRE QUATRIEME.

Fin de la Table.

L'Approbation & le Privilege se trou à la fin des Mathématiques de M. RIVA

A ORLEANS. De l'Imprimerie de J. ROUZEAU-MONTA
Imprimeur du Roi. 1767.